

PRINCIPLES OF SPECIFYING A PROGRAM TRAJECTORY BY N-FOCAL CURVES

A. A. Mironenko

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The article proposes an approach to improving the use of isostages through their generalized representation when specifying a vessel's program trajectory under conditions of restricted navigation. It is assumed that the principle of automatic tracking of multiple navigational marks by onboard navigational aids has been implemented. Based on previous research, the feasibility of approximating the boundaries of navigational hazards and the navigational safety domain by N-focal ellipses is substantiated. It has been shown that second-order N-focal curves allow for a more accurate approximation of the geometric shapes of navigational hazards without significant overlap of possible vessel maneuvering areas, while being directly associated with navigational parameters measured by onboard technical navigational aids and therefore independent of global satellite positioning systems. In this study, further development is proposed by representing isolines of navigational parameters using a generalized second-order N-focal curve. For this purpose, the concept of weight is introduced, which, under certain combinations, makes it possible to obtain an entire family of second-order curves (circles, ellipses, hyperbolas, N-focal ellipses, and N-focal hyperbolas) while keeping the initial measurements unchanged. Taking into account the specific arrangement of reference navigational marks, the affine transformation method is supplemented by variations in the base length between the reference marks. This approach makes it possible, for example, at the preliminary route planning stage, to obtain a complete grid of leading, clearing, and control isolines for a given program trajectory and its corridor in the form of second-order curves. The key results of the study are visualized, and the implementation of the proposed methods in modern navigation systems and autonomous vessel control systems will enable navigation information processing in coastal waters at a qualitatively new level.

Keywords: navigation parameter; isostage; ellipse; hyperbola; second-order curves; N-focal curves; program trajectory; electronic navigation aids; safety of navigation at sea; vessel maneuvering characteristics

For citation:

Mironenko, Aleksandr A. "Principles of Specifying a Program Trajectory by N-Focal Curves" *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 17.6 (2025): 873–883. DOI: 10.21821/2309-5180-2025-17-6-873-883.

УДК 656.61.052.4

ПРИНЦИПЫ ЗАДАНИЯ ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ N-ФОКУСНЫМИ КРИВЫМИ

А. А. Мироненко

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В статье предложены способы совершенствования использования изостадий посредством их обобщенного представления при задании программной траектории в условиях стесненного плавания. Предполагается, что принцип автоматического сопровождения нескольких навигационных ориентиров в технических средствах судовождения реализован. На основе проведенных ранее исследований сформулированы гипотезы о целесообразности аппроксимации границ навигационных опасностей и зоны навигационной безопасности N-фокусными эллипсами. N-фокусные кривые второго порядка, позволяющие точнее аппроксимировать геометрические формы навигационных опасностей (значительно не перекрывая области возможного маневрирования судна), связаны с измеряемыми бортовыми техническими средствами судовождения навигационными параметрами, а следовательно, являются независимыми от спутниковых систем позиционирования. В настоящей работе предлагается дальнейшее развитие путем представления изолиний навигационных параметров обобщенной N-фокусной кривой второго порядка. Для этого вводится понятие веса, который

при определенных комбинациях позволяет получить (при неизменных исходных измерениях) целое семейство кривых второго порядка (окружности, эллипсы, гиперболы, *N*-фокусные эллипсы, *N*-фокусные гиперболы). Учитывая особенности расположения опорных ориентиров, предлагается метод аффинных преобразований дополнить варьированием длиной базы опорных ориентиров. В совокупности это позволит получить, например, на этапе предварительного планирования, сетку ведущих, ограждающих и контрольных изолиний для программной траектории и геометрической полосы проводки в виде кривых второго порядка. Важнейшие положения проведенного исследования визуализированы, а реализация предлагаемых методов в современных навигационных комплексах и системах управления автономными судами позволит решать задачи обработки навигационной информации в прибрежных районах плавания на качественно новом уровне.

Ключевые слова: навигационный параметр, изостадия, эллипс, гипербола, кривые второго порядка, *N*-фокусные кривые, программная траектория, электронные средства, безопасность мореплавания, маневренные особенности судна.

Для цитирования:

Мироненко А. А. Принципы задания программной траектории обобщенными *N*-фокусными кривыми / А. А. Мироненко // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2025. — Т. 17. — № 6. — С. 873–883. DOI: 10.21821/2309-5180-2025-17-6-873-883. — EDN ISZLBC.

Введение (Introduction)

Важнейшей задачей обеспечения безопасности мореплавания, в соответствии с международными документами ИМО SOLAS-74, STSW-78, A.893(21), регламентирующими документами судоходных компаний, локальными (местными) требованиями, является тщательное предварительное планирование программной траектории (ПТ) судна [1–3]. При этом вдоль всей ПТ, оформляемой электронными (цифровыми) средствами должны приниматься во внимание все известные навигационные опасности (НО) [1–4] и обеспечиваться достаточное водное пространство для маневров курсом и / или скоростью, реализуемое на этапе планирования в виде гарантированной полосы проводки (ГПП), в которой должны также учитываться погрешности средств позиционирования и маневренные особенности судна.

Анализ источников [1–5] показывает высокий потенциал интереса отечественных и зарубежных исследователей к вопросам, затрагивающим разработки морских автономных надводных судов (МАНС) различного уровня автоматизации: от дистанционно управляемых до полностью автономных, управляемых на принципах *идеологии искусственного интеллекта*. Однако в исследованиях [1–5] также указаны проблемы не только законодательного, но и технического характера, не учитывающие современные достижения науки и техники. К ним, в частности, следует отнести существующую практику реализации предварительной прокладки ПТ судна с ГПП средствами ЭКНИС, базирующуюся на *идеологии использования классических бумажных морских навигационных карт и прокладочного инструмента*. Следовательно, можно считать, что она в большей степени рассчитана для судов низкого уровня автоматизации процессов управления или для задания участков ПТ при плавании судна в открытом море. Вместе с тем, в соответствии с требованиями ИМО^{1,2}, ПТ с ГПП должны планироваться от причала порта отхода до причала порта прихода, т. е. в стесненных портовых условиях плавания.

Переход к дистанционно управляемым судам и в перспективе к полностью автономным, по-видимому, потребует передачи части функций человека системам управления (в частности, планирование ПТ с ГПП и ее отслеживание), причем алгоритмы могут и должны конструироваться на основе новых принципов и подходов с учетом существующей традиции (практики) судовождения. Тогда становится очевидно, что формализация ГПП в виде прямолинейных отрезков параллельных ПТ (отрезков локсодромий) и криволинейных — дуг окружностей, т. е. согласно принципам использования классических бумажных карт и навигационного прокладочного инструмента, неизбежно накладывает определенные ограничения. Следует учитывать, что вычислительные возмож-

¹ IMO Resolution A.893(21). Adopted on 25 November 1999. Guidelines for voyage planning.

² IMO MSC.1/Circ.1595. E-Navigation strategy implementation plan.

ности современных бортовых навигационных комплексов, ECDIS, САРП, берегового оборудования СУДС, ЦДУ^{3, 4} по автоматической обработке навигационной информации, сопровождению объектов, а также реализации прокладки на электронной векторной карте любых аналитических кривых позволяют решать задачи предварительной прокладки ПТ, ГПП, ограждения НО, формализации зоны навигационной безопасности (ЗНБ) на принципиально новом уровне.

Целью исследования является разработка новых принципов и методов, дополняющих традиционные способы планирования ПТ с ГПП в современных ЭКНИС в стесненных условиях плавания, что позволит существенно расширить традиционные подходы к навигации судна в стесненных условиях плавания посредством внедрения новых методов планирования ПТ с ГПП, контроля местоположения и элементов движения судов.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Известно, что для контроля процесса движения судна в стесненных водах по запланированной ПТ в пределах ГПП, как отмечается в многочисленных исследованиях^{5,6}, в том числе распространенными являются способы, основанные на измерении навигационных параметров (НП) с помощью судовой радиолокационной станции (РЛС), к которым относятся пеленги и дистанции до навигационных ориентиров. Согласно устоявшимся принципам *хорошей морской практики*, в предварительной прокладке ПТ изолинии этих НП используются в качестве ведущих вдоль ПТ, ограждающих относительно опасностей и контрольных [3]. Т. е. судоводителем вручную или с использованием специально разработанного программного обеспечения, интегрированного в РЛС: САРП и ECDIS, могут подбираться навигационные ориентиры для независимого (дублирующего) контроля местоположения и движения судна при возможных сбоях (неисправностях) в работе ГНСС, что также может быть реализовано в перспективных навигационных комплексах в свете развития систем поддержки принятия решения автономных судов различного уровня автоматизации.

Согласно данным исследования [6], использование изолиний НП переменной кривизны позволит снять определенные ограничения задания ПТ традиционными способами, сформировать неразрывные границы ГПП, а также обеспечить реализацию более точного контроля движения судна по криволинейным участкам ПТ и удержание его в пределах геометрии, ограниченной ГПП. Уравнения основных изолиний и градиентов НП в системе прямоугольных координат с центром в базе ориентиров известны из специальной литературы, некоторые визуализированы на рис. 1 для пары ориентиров:

1. Изостадия и изогона:

$$x_i^2 + y_i^2 = R_i^2; R_i = (D_1, D_2) = \text{const}; \tau_D = \Pi_{1,2} \pm 180^\circ; g_D = 1; \quad (1)$$

$$\gamma = |\Pi_1 - \Pi_2| = \text{const}; R = \frac{d}{2 \sin \gamma}; g_\gamma = 57,3 \frac{d}{D_1 D_2}; \tau_\gamma = \Pi_1 + \arctg \frac{D_2 - D_1 \cos^3}{D_1 \sin^3}, \quad (2)$$

где D_1, D_2, d — измеренные дистанции и расстояние между ориентирами, мили; $x_i, y_i; R$ — прямоугольные координаты ориентиров и радиус изолинии, мили; Π_1, Π_2, γ — измеренные пеленги, горизонтальный угол между ориентирами; $\tau_D, \tau_\gamma, g_D, g_\gamma$ — направления и модули соответствующих градиентов.

2. Изопеленги:

$$\Pi_i = \arctg \frac{y_i - y_c}{x_i - x_c} = \text{const}; g_{n(1,2)} = \frac{57,7^\circ}{D_{1,2}}, [^\circ/\text{мили}]; \tau_{n(1,2)} = \Pi_i - 90^\circ, \quad (3)$$

³ Песков Ю. А. Практическое пособие по использованию САРП. М.: Транспорт, 1995. 224 с.

⁴ Bole A. Radar and ARPA Manual Radar, AIS and Target Tracking for Marine Radar Users / A. Bole, A. Wall, A. Norris. UK, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. 552 p.

⁵ Груздев Н. М. Навигация лоция: учебник. СПб.: ВМИ, 2007. 457 с.

⁶ Дмитриев В. И. Навигация и лоция: учебник для вузов. М.: ИКЦ «Академкнига», 2004. 471 с.

где x_c, y_c — прямоугольные счислимые координаты местоположения судна (СМС), мили; $\tau_{п(1,2)}$; $g_{п(1,2)}$ — соответственно направления и модули градиентов пеленгов, °, %/мили.

3. Изолиния разности дистанций (гипербола):

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1; a = \frac{\Delta D}{2} = \text{const}; b = \sqrt{\frac{d^2}{4} - a^2}; \tau_{\Delta D} = \frac{\Pi_1 + \Pi_2}{2} \pm 90^\circ; g_{\Delta D} = 2 \left| \sin \frac{\Pi_1 - \Pi_2}{2} \right|, \quad (4)$$

где a, b — действительная и мнимая полуоси гиперболы; $\tau_{\Delta D}, g_{\Delta D}$ — соответственно направление и модуль градиента разности дистанций, °.

4. Изолиния суммы дистанций (эллипс):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; a = \frac{D_1 + D_2}{2} = \text{const}; b = \sqrt{a^2 - \frac{d^2}{4}}; \tau_{\Sigma D} = \frac{\Pi_1 + \Pi_2}{2} \pm 180^\circ; g_{\Sigma D} = 2 \left| \cos \frac{\Pi_1 - \Pi_2}{2} \right|, \quad (5)$$

где a, b — соответственно большая и малая полуоси эллипса; $\tau_{\Sigma D}, g_{\Sigma D}$ — соответственно направление и модуль градиента суммы дистанций, °.

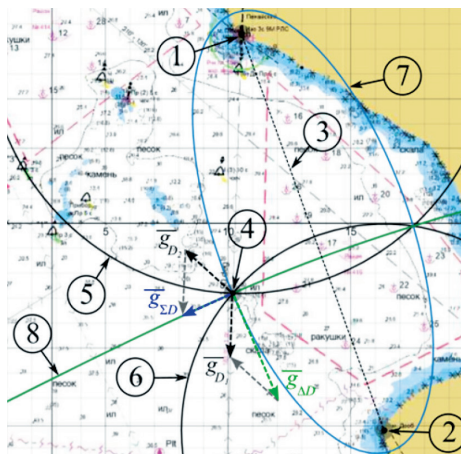


Рис. 1. Семейство возможных изолиний, образованных комбинациями дистанций, измеренных до пары ориентиров: 1, 2 — приметные навигационные ориентиры;

3 — база, образованная парой ориентиров 1, 2; 4 — текущее местоположение;

5, 6 — изолинии дистанций (изостадии), измеренных из точки (позиции) 4 до ориентиров 1 и 2 соответственно; 7 — изолиния суммы измеренных дистанций (эллипс);

8 — изолиния разности измеренных дистанций (гипербола);

$\bar{g}_{Di}, \bar{g}_{\Sigma D}, \bar{g}_{\Delta D}$ — градиенты дистанций, суммы и разности дистанций соответственно

Как отмечается в [6], взятие на сопровождение, в том числе автоматическое, нескольких навигационных ориентиров позволяет получить высокоточное местоположение судна, причем независимое от ГНСС и связанное с береговыми ориентирами, что крайне важно с точки зрения ориентировки и оценки окружающей обстановки, т. е. навигационной ситуации. На основе принципа непрерывного измерения НП до нескольких ориентиров возможно формализовать и представление ПТ с ГПП в условиях стесненного прибрежного плавания (например, посредством семейства кусочно-непрерывных участков изолиний НП, измеряемых современными техническими средствами судовождения (ТСС)). В работах [3, 6] высказано предположение о целесообразности представления ПТ, ГПП и семейства навигационных ориентиров с помощью граф-модели, имеющей обобщенную структуру вида

$$G_{ПТ} = \{WP, S\}; G_{НО} = \{RP, B\}, \quad (6)$$

где $G_{ПТ}$ — граф ПТ; WP — вершины графа ПТ (путевые точки); S — протяженность ребер графа; $G_{НО}$ — граф ЧНО; RP — вершины графа ЧНО (местоположения навигационных ориентиров); B — ребро графа ЧНО (параметры базы (направление и расстояние)).

Кроме того, в работе [6] под вершинами графа маршрута могут пониматься также точки приложения силовых воздействий (команды на винт, руль, подруливающее устройство, буксир),

обеспечивающие удержание судна на генеральной линии ПТ с плановой скоростью; учет предполагаемого воздействия внешних сил (ветер, течение и т. п.) или особые (специфические) точки (например, вход / выход в СРД, особые районы, точки встречи лоцмана (ТВЛ) и др.). Причем в работе [6] отмечается, что ребра графа ПТ с ГПП можно представлять не только в виде отрезков локсодромий или ортодромий, но и в виде различных кривых второго порядка (соответствуют виду изолиний, измеряемых НП), которые для определенных целей могут аппроксимировать соответствующие отрезки (участки) ПТ и / или ГПП. В свою очередь, под вершинами графа СНО, в первом приближении, можно принять местоположения приметных (характерных) навигационных ориентиров. Тогда ребра — это длины баз между ориентирами, как показано на рис. 2.

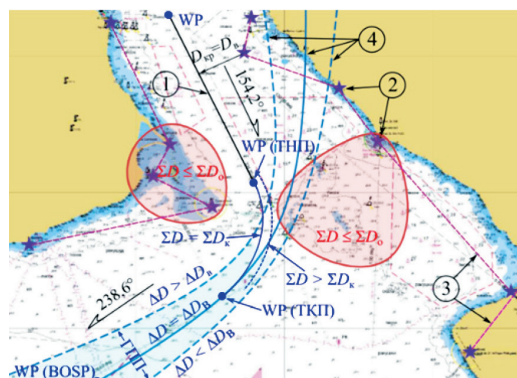


Рис. 2. Схема графов ПТ и СНО в стесненных условиях плавания:

- 1 — граф ПТ с путевыми точками (WP); 2 — вершины графа СНО (навигационные ориентиры);
3 — ребра графа СНО (базы ориентиров); WP (ТНП, ТКП, BOSP) — путевые точки (точка начала, окончания поворота, начала морского перехода, соответственно);
 $D_b, D_o, D_{кр}$ — дистанции ведущие, ограждающие, кратчайшие соответственно;
4 — «неходовая» часть семейства гипербол; ГПП — гарантированная полоса проводки, контролируемая ограждающими изолиниями (отрезками гипербол)

Кроме общеизвестных в навигации изолиний, в исследованиях [6, 7] на основе анализа источников [8–13] и результатов компьютерного моделирования предложены новые N -фокусные кривые (многофокусный эллипс и многофокусная гипербола), на основе которых предлагается аппроксимировать навигационные опасности и представлять ЗНБ судна. Вариант аппроксимации навигационной опасности изолинией N -фокусного эллипса дан на рис. 3, уравнения в общем виде с направлением и модулем градиента имеют следующий вид:

$$\sum_{i=1}^N \sqrt{(x - x_{Fi})^2 + (y - y_{Fi})^2} = \sum_{i=1}^N D_i = \text{const};$$

$$t_{\Sigma D} = \arctan \left(\frac{\sum_{i=1}^N \sin \tau_i}{\sum_{i=1}^N \cos \tau_i} \right); \quad g_{\Sigma D} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \sin \tau_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \cos \tau_i \right)^2}, \quad (7)$$

где x_{Fi}, y_{Fi} — координаты фокусов (ориентиров) N -фокусного эллипса; N — количество ориентиров; D_i — дистанция, измеренная до i -го ориентира; $\tau_{\Sigma D}, g_{\Sigma D}$ — соответственно направление и модуль градиента изолинии N -фокусного эллипса.

Удобное расположение навигационных ориентиров, а именно в центре принятой системы координат или в фокусах кривых второго порядка, можно отнести только к очень частным случаям, редко встречающимся в практике судовождения. Для реализации более широких возможностей контроля за движением судна на различных участках ПТ в пределах ГПП в исследовании [6] предлагается наподобие известной технологии переноса и поворота ПИ, реализованной в САРП, выполнять элементарные аффинные преобразования⁷ — перенос и поворот системы координат [6], связанной с ориентирами (центром соответствующей изолинии в общем случае).

⁷ Никулин Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики: учеб. пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 576 с.

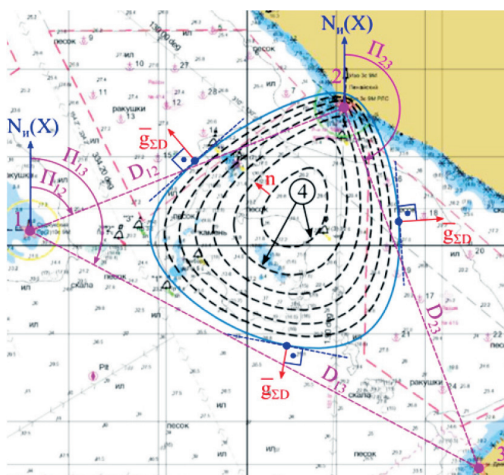


Рис. 3. Семейство изолиний трех фокусных эллипсов:
1–3 — навигационные ориентиры (фокусы N -фокусного эллипса);
 P_{ij}, D_{ij} — параметры баз пар ориентиров; $g_{\Sigma D}$ — градиент суммы дистанций;
4 — изолинии суммы дистанций

Еще больше возможностей появляется в случае, если учесть дополнительно изменение (пересчет) длины базы (дистанции между ориентирами) — рис. 4.

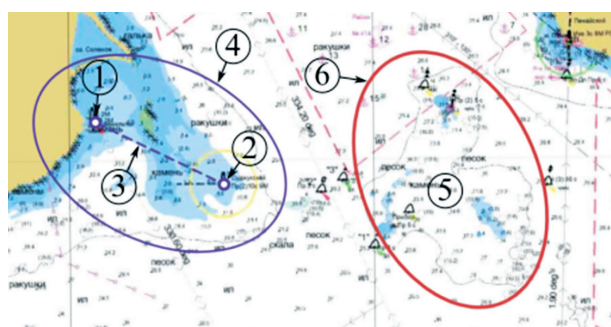


Рис. 4. Ограждающая изолиния по базе двух ориентиров:
1, 2 — приметные навигационные ориентиры; 3 — базовая линия, образованная ориентирами 1, 2;
4 — изолиния контрольной суммы дистанций;
5 — навигационная опасности (банка), опасная изобата; 6 — ограждающая изолиния, полученная по исходной контрольной сумме дистанций ориентиров 1, 2 с учетом элементарных аффинных преобразований, поворота, переноса и изменения длины базы

Тогда прямоугольные координаты изолиний, ведущих вдоль ПТ, определяющих ГПП, ограждающих навигационные опасности и использующихся в качестве контрольных будут определяться на основе следующих выражений:

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \beta - y' \sin \beta + \Delta x - d \sin \beta; \\ y &= y' \sin \beta - y' \cos \beta + \Delta y - d \cos \beta, \end{aligned} \quad (8)$$

где x, y — координаты ведущих, ограждающих, контрольных изолиний; β — угол поворота; $\Delta x, \Delta y$ — смещение центра системы координат (центра кривой второго порядка (базы ориентиров)).

Результаты и обсуждение (Results and Discussion)

Из практики судовождения известно, что с точки зрения безопасности судовождения при планировании плавания, в процессе контроля движения и маневрирования для уклонения от навигационных опасностей, в первую очередь важна не столько точность аппроксимации ин-

терполяционных полиномов высокой степени [14–17], сколько привязка к физически измеряемым навигационным пунктам судовыми техническими средствами (с привязкой к береговым ориентирам и местности). Поэтому весьма актуально не только рассматривать и применять различные комбинации использования традиционно измеряемых НП, но учитывая возможности современных бортовых и береговых навигационных комплексов, исследовать новые варианты, позволяющие существенно расширить функциональные возможности современного практического судовождения. Так, на основе анализа исследований [6, 8–13] результатов компьютерного моделирования процессов, предлагается обобщить известные изолинии навигационных параметров (1, 2, 4, 5) и перспективные изолинии (7) на основе N -фокусных кривых посредством единообразного их представления обобщенной N -фокусной кривой второго порядка с уравнением вида

$$\sum_{i=1}^N p_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} = \sum_{i=1}^N p_i D_i = \text{const} = C, \quad (9)$$

где p_i — веса (коэффициенты) измеряемых НП (дистанций); C — константа, например, подлежащая контролю (ведущее, ограждающее, контрольное значение, по смыслу соответствующее взвешенной сумме измеряемых дистанций).

С учетом ранее изложенного, выражения для расчета градиентов, например, с точки зрения оценки точности, примут следующий вид:

$$t_{ND} = \arctan \left(\frac{\sum_{i=1}^N p_i \sin \tau_i}{\sum_{i=1}^N p_i \cos \tau_i} \right); \quad g_{ND} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N p_i \sin \tau_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N p_i \cos \tau_i \right)^2}, \quad (10)$$

где t_{ND} , g_{ND} — соответственно направление и модуль градиента обобщенной N -фокусной кривой второго порядка.

Таким образом, при взятии на автоматическое сопровождение N ориентиров и непрерывном измерении до них дистанций, при условии предварительного подбора весов (на этапе планирования ведущих, ограждающих и контрольных изолиний), возможно получить широкий спектр изолиний как традиционно использующихся в судовождении (1–3), так и перспективных, образованных N — фокусными кривыми 7 и 9 (рис. 5). Получаемое многообразие изолиний возможно использовать для различных целей судовождения: ОМС, контроля процесса движения судна вдоль ПТ, оценки нахождения местоположения в пределах ГПП, выхода в заданные точки (районы) и др.

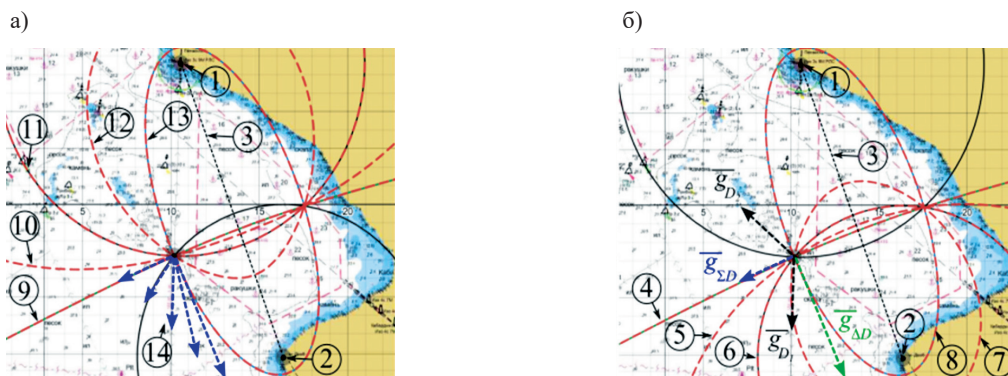


Рис. 5. Семейство изолиний (а) и градиентов (б) обобщенной N -фокусной кривой 2-го порядка:
1, 2 — приметные навигационные ориентиры; 3 — база, образованная парой ориентиров 4–8 изолинии обобщенной кривой второго порядка (двухфокусной) при вариациях веса p_1 (–1; –0,5; 0; 0,5; 1) и $p_1 = \text{const} = 1$; 9–13 — изолинии обобщенной кривой второго порядка (двухфокусной) при вариациях веса p_2 (–1; –0,5; 0; 0,5; 1) и $p_2 = \text{const} = 1$; 14 — изменение градиента обобщенной кривой второго порядка (двухфокусной) в точке измерения исходных дистанций с учетом вариаций веса;
 $\bar{g}_D, \bar{g}_{SD}, \bar{g}_{AD}$ — градиенты дистанций, суммы и разности дистанций соответственно

Кроме того, образуемое поле градиентов с различными модулями и направлениями в некоторых случаях лучше отражает геометрические характеристики навигационной обстановки.

Например, таким образом можно формализовать понятие *степени навигационной опасности* в виде близости к границе опасности (запас пространства для совершения маневра). В данном случае близкое расположение изолиний при одном и том же значении НП, но разных весовых коэффициентах лучше позволяет интерпретировать резкое (выраженное) изменение глубины (изобаты на карте на данном участке нанесены на меньшем расстоянии друг от друга). Таким образом, появляется возможность формализовать степень опасности (близости приближения к опасности) в «цифрах» (в виде больших значений градиентов при соответствующей интерпретации комбинации измеряемых НП и весов) — рис. 6.

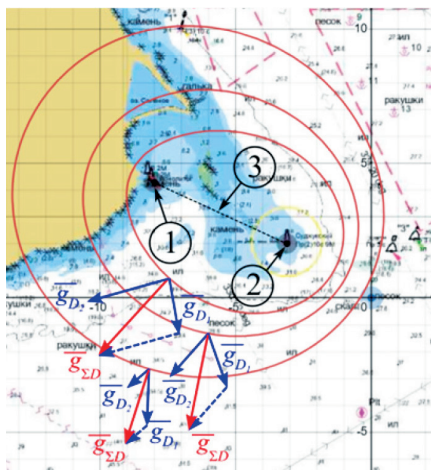


Рис. 6. Семейство ограждающих изолиний

в виде обобщенных N -фокусных кривых с градиентами:

1, 2 — приметные навигационные ориентиры; 3 — база, образованная парой ориентиров;

$\bar{g}_{D_i}$, $\bar{g}_{\Sigma D}$ — градиенты дистанций с учетом весовых коэффициентов
и суммы дистанций, соответственно, для разных изолиний

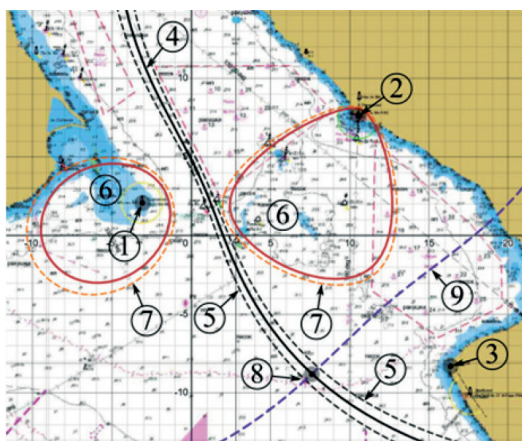


Рис. 7. Семейство изолиний обобщенной N -фокусной кривой

2-го порядка в качестве ведущей по ПТ, ГПП ограждающей и контрольной изолиний для стесненных условий плавания: 1–3 — приметные (характерные / отличительные) навигационные ориентиры; 4 — ведущая изолиния; 5 — границы ГПП;

6 — навигационные опасности; 7 — ограждающие изолинии с цветовой градацией степени опасности; 8 — контрольная (путевая) точка маршрута (выход в ТВЛ); 9 — контрольная изолиния выхода в ТВЛ

Данная парадигма может позволить единообразно (посредством измеряемых ТСС НП с привязкой к навигационной обстановке вне зависимости от работоспособности ГНСС) формализовать планирование ПТ, ГПП (ведущих, ограждающих и контрольных изолиний) в стесненных условиях плавания, а также согласно данным, приведенным в исследовании [7], представлять зону навигационной безопасности. На рис. 7 показан пример реализации планирования ПТ с ГПП в стесненных

условиях плавания обобщенными N -фокусными кривыми, полученными при помощи аффинных преобразований δ посредством представления навигационной обстановки в виде обобщенной граф-модели δ . В данном случае выбор даже ограниченного числа (количества) ориентиров, практически несмотря на их взаимное расположение, позволит получить необходимую сетку изолиний НП.

Выводы (Summary)

На основе проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Концепция представления ПТ и ГПП, системы средств навигационного оборудования и опорных ориентиров в виде обобщенной граф-модели подлежит дальнейшим исследованиям. В частности, необходимо разработать удобную структуру представления данных (например, в виде специального кортежа), учитывающую, например, требуемые аффинные преобразования для вывода информации на информационный дисплей: РЛС – САРП, ЭКНИС, лоцманский планшет или в виде инфографики оператора ЦДУ.

2. Для реализации единообразного подхода использования исходных НП в качестве ведущих, контрольных и ограждающих изолиний в виде обобщенных N -фокусных кривых второго порядка, в соответствии с навигационными условиями плавания, следует разработать специальные схемы выбора пар опорных ориентиров.

3. Необходимо провести компьютерное моделирование процессов для конкретного района плавания и реальной навигационной обстановки, соответствующей стесненным условиям плавания для перспективной интеграции в современные ТСС.

4. Следует более детально проанализировать уравнения градиентов НП, заданных N -фокусными кривыми второго порядка, на предмет реализации выделения «цветовой» гаммой степени опасности (риска) приближения к навигационной опасности, например, для варианта ручного контроля за процессом движения судна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дыда А. А. Алгоритм обхода статических препятствий для безэкипажного судна / А. А. Дыда, И. И. Пушкарев, К. Н. Чумакова // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 3. — С. 307–315. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-307-315. — EDN HCPBNA.

2. Корнев А. С. Формирование траекторий движения безэкипажного судна / А. С. Корнев, С. П. Хабаров, А. Г. Шпекторов // Морские интеллектуальные технологии. — 2021. — № 4–1(54). — С. 158–165. DOI: 10.37220/MIT.2021.54.4.047. — EDN NRUTWX.

3. Мироненко А. А. Формирование маршрута судна в автоматизированных навигационных комплексах: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук; специальность: специальность 05.22.19 «Эксплуатация водного транспорта, судовождение» / А. А. Мироненко. — Новороссийск, 2002. — EDN QDQRYD.

4. Баракат Л. А. Планирование безопасных маршрутов безэкипажных судов на основе методов искусственного интеллекта / Л. А. Баракат, И. Ю. Квятковская // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. — 2023. — № 3. — С. 46–54. DOI: 10.24143/2072-9502-2023-3-46-54. — EDN MEQZIV.

5. Каретников В. В. К вопросу оценки рисков использования безэкипажных средств водного транспорта на участке акватории / В. В. Каретников, С. В. Козик, А. А. Буцанец // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 6. — С. 987–1002. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-987-1002. — EDN ACCRDQ.

6. Васьков А. С. Методы планирования ограждения опасностей для контроля в системах управления движением судна / А. С. Васьков, А. А. Мироненко // Морские интеллектуальные технологии. — 2023. — № 3–1(61). — С. 110–119. DOI: 10.37220/MIT.2023.61.3.036. — EDN OOHQL.

7. Васьков А. С. Модель многофокусного эллипса зоны навигационной безопасности судна / А. С. Васьков, А. А. Мироненко // Морские интеллектуальные технологии. — 2024. — № 4–1(66). — С. 259–266. DOI: 10.37220/MIT.2024.66.4.031. — EDN RNFIUG.

8. Vincze P. E. I. On the approximation of convex, closed plane curves by multifocal ellipses / P. E. I. Vincze // *Journal of Applied Probability*. — 1982. — Vol. 19. — Is. A. — Pp. 89–96. DOI: 10.2307/3213552.
9. Melzak Z. A. Polyconics 1: Polyellipses and optimization. / Z. A. Melzak, J. S. Forsyth // *Quart. Appl. Math.* — 1977. — Vol. 35. — Pp. 239–255.
10. Nie J. Semidefinite Representation of the k-Ellipse / J. Nie, P. A. Parrilo. B. Sturmfels // *Algorithms in Algebraic Geometry* — Springer New York, 2008. — C. 117–132. DOI: 10.1007/978-0-387-75155-9_7.
11. Petrovic M. The geometry of trifocal curves with applications in architecture, urban and spatial planning / M. Petrovic, B. Banjac, B. Malesevic // *Spatium*. — 2014. — Is. 32. — Pp. 28–33. DOI: 10.2298/spat1432028p.
12. Sekino J. n-Ellipses and the Minimum Distance Sum Problem / J. Sekino // *The American Mathematical Monthly*. — 1999. — Vol. 106. — Is. 3. — Pp. 193–202. DOI: 10.1080/00029890.1999.12005030.
13. Ракчеева Т. А. Фокусная аппроксимация гладких геометрических форм / Т. А. Ракчеева // *Актуальные научные проблемы прикладных и естественных наук: Сборник научных трудов кафедры прикладной математики и программирования* — Москва: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный университет имени А. Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство)». — 2018. — С. 188–202. — EDN RZZLJR.
14. Костюков В. А. Алгоритм планирования пути в двухмерной среде с полигональными препятствиями на классе кусочно-ломаных траекторий / В. А. Костюков, М. Ю. Медведев, В. Х. Пшихопов // *Известия ЮФУ. Технические науки*. — 2023. — № 5(235). — С. 34–48. DOI: 10.18522/2311-3103-2023-5-34-48. — EDN HXLLHS.
15. Плавник А. Г. Обобщенная сплайн-аппроксимационная постановка задачи картирования свойств геологических объектов / А. Г. Плавник // *Геология и геофизика*. — 2010. — Т. 51. — № 7. — С. 1027–1037. — EDN MSNUDX.
16. Ююкин И. В. Генерализация изображения подводного рельефа методом сплайновой аппроксимации на векторной электронной карте / И. В. Ююкин // *Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2024. — Т. 16. — № 6. — С. 910–934. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-6-910-934. — EDN QQIVCX.
17. Zhu W. Path Planning of Intelligent Mobile Robots with an Improved RRT Algorithm / W. Zhu, G. Qiu // *Applied Sciences*. — 2025. — Vol. 15. — Is. 6. DOI: 10.3390/app15063370.

REFERENCES

1. Dyda, A. A., I. I. Pushkarev and K. N. Chumakova. “Static obstacles avoidance algorithm for unmanned ship.” *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admiral S. O. Makarova* 13.3 (2021): 307–315. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-307-315.
2. Korenev, A. S., S. P. Khabarov and A. G. Shpektorov. “A route calculation for unmanned vessel.” *Marine intellectual Technologies* 4–1(54) (2021): 158–165. DOI: 10.37220/MIT.2021.54.4.047.
3. Mironenko, A. A. Formirovanie marshruta sudna v avtomatizirovannykh navigatsionnykh kompleksakh. PhD diss. Novorossiysk, 2002.
4. Barakat, L. A. and I. Yu. Kvyatkovskaya. “Planning safe routes for unmanned vessels based on artificial intelligence methods.” *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and informatics* 3 (2023): 46–54. DOI: 10.24143/2072-9502-2023-3-46-54.
5. Karetnikov, V. V., S. V. Kozik and A. A. Butsanets. “Risks assessment of applying unmanned means of water transport in the water area.” *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admiral S. O. Makarova* 11.6 (2019): 987–1002. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-987-1002.
6. Vas'kov, A. S. and A. A. Mironenko. “Method of no-go area fencing lines planning in vessel traffic control systems.” *Marine intellectual Technologies* 3–1(61) (2023): 110–119. DOI: 10.37220/MIT.2023.61.3.036.
7. Vas'kov, A. S. and A. A. Mironenko. “The multifocal ellipse ship's domain model.” *Marine intellectual Technologies* 4–1(66) (2024): 259–266. DOI: 10.37220/MIT.2024.66.4.031.
8. Vincze, P. Erdős I. “On the Approximation of Convex, Closed Plane Curves by Multifocal Ellipses.” *Journal of Applied Probability* 19.A (1982): 89–96.
9. Melzak, Z. A. and J. S. Forsyth Polyconics 1: Polyellipses and optimization. *Quart. Appl. Math.* 35 (1977): 239–255.
10. Nie, J., P. A. Parrilo. and B. Sturmfels. “Semidefinite Representation of the k-Ellipse.” *Algorithms in Algebraic Geometry* Springer New York, 2008: 117–132. DOI: 10.1007/978-0-387-75155-9_7.

11. Petrovic, M., B. Banjac and B. Malesevic. "The geometry of trifocal curves with applications in architecture, urban and spatial planning." *Spatium* 32 (2014): 28–33. DOI: 10.2298/spat1432028p.
12. Sekino, J. "n-Ellipses and the Minimum Distance Sum Problem." *The American Mathematical Monthly* 106.3 (1999): 193–202. DOI: 10.1080/00029890.1999.12005030.
13. Rakcheeva, T. A. "Fokusnaya approksimatsiya gladkikh geometricheskikh form." *Aktual'nye nauchnye problemy prikladnykh i estestvennykh nauk: Sbornik nauchnykh trudov kafedry prikladnoy matematiki i programirovaniya* Moskva: Federal'noe gosudarstvennoe byudzhethoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovaniya "Rossiyskiy gosudarstvennyy universitet imeni A. N. Kosygina (Tekhnologii. Dizayn. Iskusstvo)", 2018: 188–202.
14. Kostyukov, V. A., M. Yu. Medvedev and V. Kh. Pshikhov. "An algorithm for path planning in a two-dimensional environment with polygonal obstacles on a class of piecewise polyline trajectories." *Izvestiya Sfedu. Engineering Sciences* 5(235) (2023): 34–48. DOI: 10.18522/2311-3103-2023-5-34-48.
15. Plavnik, A. G. "Generalized spline-approximation problem formulation for spatial data modeling in geosciences." *Russian Geology and Geophysics* 51.7 (2010): 1027–1037.
16. Yuyukin, I. V. "Generalization of the underwater relief image using the spline approximation method on a vector electronic chart." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admiral S. O. Makarova* 16.6 (2024): 910–934. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-6-910-934.
17. Zhu, W. and G. Qiu. "Path Planning of Intelligent Mobile Robots with an Improved RRT Algorithm." *Applied Sciences* 15.6 (2025). DOI: 10.3390/app15063370.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Мироненко Александр Анатольевич —
доктор технических наук, доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: alex_mironenko@mail.ru,
mironenkoaa@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Mironenko, Aleksandr A. —
Grand PhD in Technical Sciences, associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: alex_mironenko@mail.ru,
mironenkoaa@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 16 октября 2025
Received: Oct. 16, 2025