

CONFIGURING A COMPLEX OF SPLINES WHEN APPROXIMATING THE NAVIGATIONAL ISOLINE WITH LINEAR PIECEWISE FUNCTIONALS

I. V. Yuyukin

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

This paper proposes to consider a linear spline as a mathematical criterion for a line of position. In this context, the linear spline approximation is viewed dually: the spline is associated both with an analog of the line of position and simultaneously with a multi-link of the reconstructed navigational isoline. The spline gradient is interpreted as an enhanced concept of the classical gradient vector, differing in its construction along the normal to the spline segment approximating the isoline near the dead reckoning point. This approach ensures the realism of the multifactorial nature of probable directions of maximum increases in the navigation function by operating with a complex of spline gradients, which objectively reflects the situation of extreme observation accuracy as the most likely point of intersection of spline lines of position. It is noted that the concept of a spline gradient is recognized as a fundamental predicate determining the potential for a ship's movement during isolinear navigation, taking into account the changing geometric characteristics of the navigation parameter field. The estimation of navigation measurement accuracy is specified due to the variable configuration of the gradient complex's architecture. It seems reasonable to assume the hypothetical possibility of independent control of a ship's isolinear movement with special onboard equipment capable of continuously determining the values of the navigation isoline's parameters with synchronous fixation of the gradient fan, since the internal geometry of the ship's trajectory is fully characterized by navigation parameters in the generally accepted sense of navigation. It is pointed out that an alternative advantage of maintaining a vessel on an isoline navigation route is the technical ability to navigate by control signals derived from measurements of a complex of gradients without using additional information. The practical application of the gradient fan creates a precedent for organizing a parametric system in which the current true course and coordinates of an isolinearly moving vessel are functions of gradiometric measurements. The theoretical possibility of practical application of spline function theory to approximate the latest isolines is allowed, whose introduction into future navigation is associated with innovations in navigation technology. It is predicted that the proposed approach can also serve as mathematical support for an automated navigation system with artificial intelligence within the framework of unmanned navigation.

Key words: spline line of position, multi-link of the reconstructed isoline, complex of spline gradients, gradient fan, isolinear navigation, architecture of spline gradients, unmanned navigation.

For citation:

Yuyukin, Igor V. "Configuring a complex of splines when approximating the navigational isoline with linear piecewise functionals." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 17.3 (2025): 365–383. DOI: 10.21821/2309-5180-2025-17-3-365-383.

УДК 656.61.052

КОНФИГУРИРОВАНИЕ КОМПЛЕКСА СПЛАЙН-ГРАДИЕНТОВ ПРИ АППРОКСИМАЦИИ НАВИГАЦИОННОЙ ИЗОЛИНИИ ЛИНЕЙНЫМИ КУСОЧНЫМИ ФУНКЦИОНАЛАМИ

И. В. Ююкин

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Предлагается воспринимать линейный сплайн как математический критерий линии положения. Линейная сплайн-аппроксимация при этом рассматривается в двойственном варианте: сплайн ассоциируется с аналогом линии положения и одновременно с многозвенником восстановленной навигационной изолинии. Сплайн-градиент интерпретируется как усовершенствованное понимание классического вектора

градиента, имеющего отличие в построении по нормали к сплайновому фрагменту, аппроксимирующему изолинию в окрестности счислимой точки. При таком подходе обеспечивается реалистичность многофакторности вероятных направлений максимальных увеличений навигационной функции за счет оперирования комплексом сплайн-градиентов, что объективно отображает ситуацию предельной точности обсервации как вероятнейшей точки пересечения сплайновых линий положения. Отмечается, что понятие сплайн-градиента признано основополагающим предикатом, определяющим потенциал движения судна при изолинейном плавании с учетом меняющейся геометрической характеристики поля навигационных параметров. Конкретизирована оценка точности навигационных измерений за счет вариативного конфигурирования архитектуры комплекса градиентов. Представляется целесообразным предположение о гипотетической возможности независимого контроля изолинейного перемещения судна при наличии на борту специальной аппаратуры, способной постоянно определять значения параметров навигационной изолинии с синхронной фиксацией веера градиентов, так как внутренняя геометрия траектории судна полностью характеризуется навигационными параметрами в общепринятом в навигации смысле. Указывается, что альтернативным преимуществом удержания судна на маршруте изолинейного плавания является техническая возможность ориентирования на управляющий сигнал от измерений значений комплекса градиентов без использования дополнительной информации. Применение веера градиентов в практическом аспекте создает прецедент организации параметрической системы, в которой текущий истинный курс и координаты изолинейно движущегося судна являются функциями градиентометрических измерений. Допускается теоретическая возможность практического применения теории сплайн-функций к приближению новейших изолиний, внедрение которых в навигацию будущего связано с инновациями технических средств судовождения. Прогнозируется, что предлагаемый подход может быть использован как математическое обеспечение автоматизированной системы судовождения с искусственным интеллектом в рамках концепции безэкипажного судоходства.

Ключевые слова: сплайновая линия положения, многозвенник восстановленной изолинии, комплекс сплайн-градиентов, веер градиентов, изолинейное плавание, архитектура сплайн-градиентов, безэкипажное судоходство.

Для цитирования:

Ююкин И. В. Конфигурирование комплекса сплайн-градиентов при аппроксимации навигационной изолинии линейными кусочными функционалами / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2025. — Т. 17. — № 3. — С. 365–383. DOI: 10.21821/2309-5180-2025-17-3-365-383. — EDN GSETID.

Введение (Introduction)

Подробный анализ математической процедуры любой обсервации показывает, что все существующие в настоящее время способы позиционирования по фундаментальной сути своей основаны на навигационных изолиниях. Канонизация понятия градиента в традиционных задачах обработки навигационной информации позволяет определять место судна на единообразной методологической основе упрощенным геометрическим способом. В классической трактовке математических основ судовождения считается, что по всей изолинии значение навигационной функции остается постоянным, изменяясь только при переходе с одной изолинии на другую. Максимальное изменение навигационной функции принято условно характеризовать понятием *вектора градиента*, направленного в сторону возрастания навигационной функции по нормали к линии положения, заменяющей изолинию в районе счислимой точки. Чем теснее расположены смежные изолинии друг к другу, тем быстрее меняется навигационная функция в данном районе и это изменение удобно характеризовать вектором градиента¹. Таким образом, градиент, по сути, является векторной характеристикой скалярного поля навигационных параметров.

Постулат линии положения математически рассматривается как результат разложения уравнения изолинии в ряд Тейлора с удержанием линейных элементов, что отождествляется с так называемой *операцией линеаризации навигационной изолинии*. В научных публикациях обычно приводится абстрактное утверждение о единственности вектора градиента на всю конфигурацию навигационной изолинии, и во всех геометрических интерпретациях данная ситуация по умолчанию находит свое аналогичное условное отображение.

¹ Ющенко А. П. Способ линий положения и точность определения места: современные способы навигации. М.: Морской транспорт, 1961. С. 7–26.

С позиций стандартного подхода используются два варианта спрямления изолиний: проведением касательной к изолинии в окрестности счислимого места судна и посредством секущей хорды, проходящей через две близлежащие точки изолинии в непосредственной близости от счислимого местоположения. Традиционно под такими прямыми линиями понимаются в классической навигации *линии положения*, но в интерпретации д-ра техн. наук, проф. В. П. Кожухова прямая — это прежде всего математический критерий линии положения, а не просто спрямление изолинии ради простоты ее построения на карте².

В ситуации применения сплайна первой степени нивелируются различия двух вариантов спрямления фрагментов изолиний, так как линейную сплайн-аппроксимацию можно интерпретировать двояко: и как линейный сплайн, рассматриваемый в качестве варианта линии положения, и как видоизмененный фрагмент восстановленной навигационной изолинии одновременно. При практическом применении *способа линий положения* исторически акцентировалась их приспособленность к графическим построениям в меркаторской проекции. Для этого уравнения линий положения приводились к нормальному виду путем поэлементного деления на модули градиентов, что позволяло единообразно изображать их независимо от геометрических свойств. По мнению инженера контр-адмирала В. В. Каврайского, мореплавателя и путешественника, не имевшим возможности сделать два наблюдения, необходимых для полного определения места, даже одна линия положения дает полезные указания, между тем как без нанесения этой линии на карту наблюдение остается бесплодным³. Идея *линий равного значения* была изобретена капитаном американского парусника «Кабот» Т. Х. Сомнером в штурманской рубке во время шторма в проливе Святого Георга 17 декабря 1837 г. [1].

Другой прием графического способа определения места на море был опубликован М. А. Акимовым в 1849 г. [2]. Принципиально усовершенствовал метод высотных линий положения французский адмирал Марк Сент-Илер, предложивший в 1873 г. их прокладку от счислимого места. Этот улучшенный подход и в условиях современности является основным способом астрономического определения места судна в море [3]. С целью аналитического обоснования определения местоположения наблюдателя из астрономических, геодезических или навигационных определений разного рода можно применить *метод линий положения*.

На практике данный метод важен тем, что позволяет простейшим и нагляднейшим путем исследовать точность решения задачи определения места судна. При трех фиксированных измерениях пеленга истинное место может оказаться не только в любой точке внутри треугольника, но и за пределами площади фигуры погрешностей. При наличии одних систематических ошибок вероятнейшее место получается на пересечении биссектрис внутренних или внешних углов треугольника погрешностей, в зависимости от того как направлены градиенты навигационной функции.

В условиях современности благодаря развитию вычислительной техники появляется реальная возможность оперативно выполнять профессиональную геометрическую визуализацию оригинальной изолинии на экране бортового компьютера или решать задачу сугубо аналитически с получением результата в цифровом варианте при вычислительной реализации каждой точки восстановленной линии равных значений навигационных параметров. При этом всевозможные аффилированные теоретические допущения для упрощения расчетов перестают играть существенную роль в связи с существенным развитием вычислительных средств.

Выдвигается гипотеза практической возможности осуществлять построение мгновенного вектора градиента вместо линии положения к ее сплайновой аналогии, заменяющей оригинальную изолинию многозвенником из сопряженных сплайновых прямых линий на основе ассоциации с классическими постулатами при параллельной организации комплекса градиентов на одну изолинию. Вопрос реальной применимости сплайн-градиента может иметь важное прикладное

² Кожухов В. П. Об изолиниях и линиях положения / Судовождение: сб. науч. тр. Вып. 24. М.: ВО «Морфлот», 1979. С. 3–5.

³ Каврайский В. В. Обобщенный способ линий положения // Записки по гидрографии. № 2, 1941/43. С. 5–17.

значение в современной практике судовождения при целенаправленном рассмотрении конкретной постановки задачи получения точной обсервации.

Целью работы является реализация следующих задач:

1. Теоретическое подтверждение гипотезы о принципиальной возможности использования линейного сплайна для спрямления навигационной изолинии в качестве имитации сплайновой линии положения при одновременной фрагментарной аппроксимации навигационной изолинии как таковой.
2. Обоснование параметризации внутренней геометрии навигационных изолиний с целью создания базовой основы программированного изолинейного плавания судна в автономном режиме.
3. Введение новой трактовки понятия о сплайн-градиенте на основе алгоритмизации навигационных задач на основе методов кусочной аппроксимации.
4. Рассмотрение практической применимости конфигурирования комплекса сплайн-градиентов при спрямлении навигационной изолинии сегментными линейными функционалами.
5. Объяснение теоретической возможности практического применения теории сплайн-функций к приближению новейших изолиний, внедрение которых прогнозируется в навигацию будущего с прогрессивным развитием технических средств судовождения.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Классические методы обработки навигационной информации, во многом опирающиеся на конечные многочлены, не являются универсальными в условиях современности, требуя во многих случаях специальных приемов при практическом применении [4]. Основная проблема использования традиционных алгоритмов заключается в том, что они не могут рассматриваться как способы универсальной аппроксимации при исключении возможности потенциального моделирования реально существующих зависимостей с любой наперед заданной степенью точности [5]. Исследование новых направлений в области автоматизации судовождения представляется несомненно актуальным. Основные качества приближения навигационных функций сплайнами: *гладкость, минимальность нормы, практическая локальность, абсолютная сходимостъ результатов и относительная простота вычислительных реализаций*, определяют их ведущее место в решении важнейших задач обработки навигационной информации. Подход к проблемам автоматизации судовождения с позиций методов сплайн-функций можно понимать как развитие *общей теории навигационных изолиний и обобщенной теории линий положения* одновременно с применением достижений специального раздела современной математики.

Перспективным направлением разработки адаптивных систем управления являются методы судовождения с применением зоны безопасности как свободного пространства вокруг судна для обеспечения информативного маршрутного движения судна. Следует отметить, что в качестве меры деформации конфигурации зоны навигационной безопасности может эффективно использоваться градиент, под которым в данном случае понимается предикат пространственного вектора, направленный перпендикулярно к поверхности зоны безопасности в данной точке и характеризующий скорость изменения ее положения с целью обеспечения режима движения и управления судном в пределах гарантированной полосы проводки судна [6]. Такие ключевые задачи навигации, как формализация навигационной обстановки и автоматическое построение реализуемого маршрута судна с мониторинговым контролем системой управления, требуют новых математических подходов к их решению.

Представляется целесообразным в вопросах обработки навигационной информации апробировать альтернативный сплайновый метод замены изолинии группой сегментных прямых линий с определением градиента к каждой из них. При этом сама интерполяция любых навигационных изолиний рассматривается как задача приближенного сплайнового восстановления дискретных измерений навигационных параметров, отягощенных случайными погрешностями в узловых значениях на сетке аргументов навигационной функции. Естественным образом возникает алгоритмическая ситуация уместной применимости сплайна первой степени в решении навигационных задач на основе одновременно видоизмененных *методов линий положения и изолиний*.

Сплайн первой степени геометрически представляет собой ломаную линию, проходящую через полюса интерполяции за счет конструирования геометрии объекта на основе комплексов линейного сплайнового базиса (рис. 1). За внешней простотой данного рисунка скрывается специфичный вариант из арсенала сплайновых средств, позволяющий успешно решить важную задачу судовождения с допустимыми показателями точности.

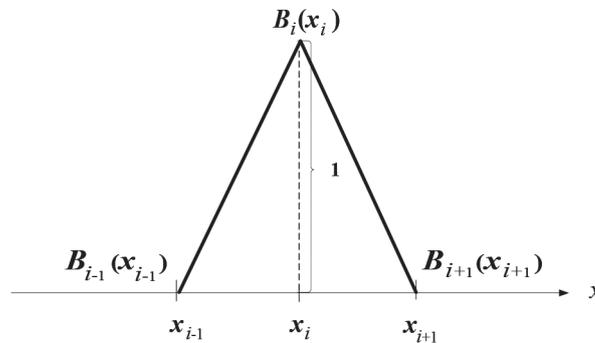


Рис. 1. Базис единичного линейного сплайна

Практическое преимущество сплайна первой степени заключается в том, что он формализуется по явным формулам, не требуя задания *краевых условий*. Линейный сплайн с позиций теории приближения можно интерпретировать как минимальный сплайн возможной максимальной «гладкости» [7]. Под математической «гладкостью» подразумевается успешность функциональной дифференцируемости в аспекте плавности восстановленной навигационной изолинии [8]. Гладкая «склейка» последовательных сплайновых групп обеспечивается оптимальным заданием алгоритмических условий непрерывности производных аппроксимированной навигационной функции в местах стыковки кусочных отрезков. Исходя из внутренних геометрических соображений, кусочный линейный функционал представляет собой в физическом аналоге нить, которую условно тянут в разные стороны, при этом сама нить проходит между точечными алгоритмическими ограничениями по точности, неизбежно вырождаясь в тривиальную прямую линию.

Оперирование с многозвенниками является эффективным с точки зрения проведения вычислений. Расчет сплайн-функций по схеме Горнера сопряжен только с такими математическими операциями, как умножение и сложение, что обуславливает высокое быстродействие конечных решений. Быстродействие обеспечивается за счет элементарного обращения к фиксированным ячейкам оперативной памяти с хранящимися предварительно рассчитанными промежуточными значениями. Подход с позиций теории приближения функций гарантирует достижение быстродействия вычислительных реализаций при наличии возможности получения результата в масштабе реального времени.

Критически оцениваемые определенные недостатки линейной сплайн-интерполяции не позволили использовать данный математический атрибут при решении прикладных задач судовождения, но способствовали нахождению самостоятельного специфичного применения сплайна первой степени в линеаризации навигационной изолинии с синхронной организацией комплексного атрибута сплайн-градиента. Сплайны представляют собой универсальное математическое средство восстановления любых изолиний по дискретным измерениям навигационных параметров ввиду принципиальной независимости от конкретного вида навигационной функции.

Фактическая реализация градиентного подхода может быть различной и вектор градиента может быть задействован в алгоритме в косвенных признаках, но его аналоговая интерпретация применяется на традиционной основе в алгоритмической процедуре. Примером неявного использования вектора градиента может служить так называемый *метод градиентной заливки* как ускоренный способ обозначения судоходного фарватера для картографированных водных путей [9]. Тенденция изменения насыщенности цветовой палитры морской акватории электронной карты служит аналогом вектора градиента, указывающего на изменение батиметрической обстановки в соответствии с его направлением.

Градиент условно фиксирует обозначение не только опорных значений батиметрии, но и интерполированные глубины в диапазоне между узловыми точками. Градиентная заливка позволяет судоводителю экстренно оценить рельеф дна по интенсивности цветовой гаммы с минимальными временными требованиями на ориентирование, что существенно повышает безопасность судовождения при следовании судна фарватером, позволяя в условиях дефицита времени принимать верное управленческое решение по маневрированию судна. Новая трактовка универсальности комплекса градиентов с единых позиций теории сплайн-функций создает возможность прогнозирования оперированием новейшими неисследованными изолиниями, которые в перспективе могут появиться в ходе технологических инноваций судовождения.

Результаты (Results)

При постановке задачи генерирования изолиний сплайн-функциями автоматически появляется теоретическая допустимость существования комплекса градиентов, каждый из которых организован по каноническому правилу математических основ судовождения, но с персональной ортогональной ориентировкой на каждом отрезке кусочной ломаной линии в результирующей процедуре аппроксимации изолинии на всей области определения навигационной функции. Тем самым вводится понятие сплайн-градиента как расширенное понимание классического вектора градиента с единственным отличием в построении по нормали к кусочному фрагменту, аппроксимирующему изолинию в данной окрестности, а не к условной обобщенной касательной линии или хорде. В данном случае появляется фактическая возможность оперирования веером сплайн-градиентов, что позволяет предположить практическую реалистичность математической сути прогрессивного метода при обработке навигационной информации в рамках сплайновой концепции.

В соответствии с поиском альтернативной точки зрения по вопросам инновационного понимания проблем обработки навигационной информации выдвигается гипотеза о допустимости парадигмы изменчивости ориентации вектора градиента в сегментах интерполяции навигационной изолинии при условии сохранения стандартного значения модуля градиента. Данное исследование в развитие гипотетического предположения определяет исключительную применимость методов сплайн-функций для новой трактовки понятия градиента и формирования принципов практического применения нового термина в современной обработке навигационной информации.

Понятие *сплайн-градиента* можно признать основополагающим феноменом, определяющим потенциал движения судна при изолинейном плавании с учетом меняющейся геометрической характеристики поля навигационных параметров. Гипотеза о монопольном статусе градиента навигационного поля определяет его в качестве основного параметра навигационных измерений и единственного демаскирующего фактора приращенной навигационной функции при его активном поиске [10]. Сплайн-градиент позволяет эффективно оценивать манипулирование аппроксимированной изолинии в окрестности определяемой позиции судна при изменении навигационного параметра, а, следовательно, с применением понятия сплайн-градиента оперативно решаются важнейшие задачи судовождения: уточненное определение места судна и априорная оценка его точности.

Градиент является векторной характеристикой сплайна как аппроксиматора навигационной изолинии, инвариантного преобразования координатных систем при переходе от локальных прямоугольных координат к географической широте и долготе. Сплайн-градиент также является векторной величиной, определяющей направление наискорейшего увеличения аппроксимированного навигационного параметра и численно равной первой производной восстановленного параметра по направлению нормали к линейному сплайну на каждом сеточном сегменте.

Модуль сплайн-градиента теоретически согласуется с классическим понятием градиента как производной навигационной функции по нормали к синтезированной сплайн-функциями изолинии, но сфокусированным на конкретном аппроксимационном интервале:

$$|\vec{g}| = \frac{dU}{dn}, \quad (1)$$

где $|\vec{g}|$ — модуль сплайн-градиента;

dU — производная от навигационной функции по нормали на фрагментарном отрезке аппроксимации;

dn — дифференциал функционального приращения при параллельном переносе линии положения на аппроксимационном сегменте.

При переходе к бесконечно малым приращениям формула (1) модифицируется простым и одновременно содержательным способом с абстрагированием от понятия *предела* в новой трансформации следующей форме записи:

$$|\vec{g}| = \frac{\Delta U}{\Delta n}, \quad (2)$$

ΔU — приращение навигационной функции на фрагментарном отрезке аппроксимации;

Δn — параллельный перенос линии положения на аппроксимационном сегменте по ортогональному направлению сплайн-градиента;

где $|\vec{g}|$ — модуль сплайн-градиента.

Бесконечно малое приращение навигационного параметра ΔU соответствует бесконечно малому приращению Δn параллельного смещения линии положения по нормали к изолинии из счислимго места судна в обсервованное.

По математической сути модуль сплайн-градиента есть коэффициент пропорциональности между переносом и обусловленным им поступательным перемещением сплайновой линии положения. Чем меньше расстояние Δn между смежными аппроксимированными изолиниями при фиксированном приращении синтезированной линейными сплайнами навигационной функции ΔU , тем быстрее меняется восстановленное значение функции U в окрестности определения координат судна. Чем больше величина модуля сплайн-градиента $|\vec{g}|$, тем меньше смещение Δn сплайновой линии положения при одинаковой погрешности приближенного навигационного параметра ΔU и тем точнее производится финальное определение места судна, так как индивидуальная погрешность линии положения напрямую зависит от ошибок наблюдения.

Таким образом, сплайн-градиент позволяет связать погрешность аппроксимированного навигационного параметра с погрешностью определения линии положения. Совместное действие случайной и систематической погрешностей при этом интерпретируется как некоторое дополнительное приращение ΔU навигационного параметра. Необходимо отметить, что погрешность линии положения зависит не только от погрешности измерения навигационного параметра, но и от точности ориентации вектора сплайн-градиента и расчета его модуля. Вследствие этого сплайн-градиент можно оценивать как феномен, определяющий фактическую точность местоположения. Поэтому при анализе архитектуры веера сплайн-градиентов необходимо теоретически учитывать факт локального влияния каждого вектора градиента погрешности измерений навигационного параметра [11]. Для уменьшения погрешности местоопределения необходимо стремиться к количественному расширению комплекса сплайн-градиентов в поле навигационных параметров.

Градиентный подход к проблемам обработки навигационной информации при непосредственном использовании методов сплайн-функций можно понимать как попытку развития *общей теории навигационных изолиний* и *обобщенной теории линий положения* одновременно с применением достижений прогрессивной математики. Представляется целесообразным в вопросах обработки навигационной информации апробировать практическое применение спектра градиентов навигационной функции. В классическом варианте максимальное изменение навигационной функции принято характеризовать понятием *обобщенного вектора градиента*, направленного в сторону возрастания навигационной функции по нормали к линии положения, заменяющей изолинию в районе счислимой точки. По В. В. Каврайскому градиент понимается как двумерный вектор, характеризующий наибольшую скорость изменения навигационного параметра на единицу

перемещения плоского изображения изолинии по нормали⁴. Замена этого изображения отрезком касательной в виде *линии положения* в окрестности определяющей точки упрощает графоаналитический прием ее построения, а также нахождение места судна в точке пересечения прямых линий. При этом автор идеи *обобщенной теории линий положения* исходит из геометрических свойств изолинии, а не из какой-либо единой формулы или метода. Сам термин обобщенности подразумевает применимость метода к любым способам определения места судна.

Толкование понятия линии положения только как касательной к изолинии формировалось в течение последних ста лет, но автор этой идеи В. В. Каврайский изначально рассматривал касательную как один из ее вариантов с целью унификации графического построения⁵. Формализуя выражения для элементов градиента линии положения, в каждом отдельном случае ученый пользовался различными вспомогательными приемами геометрического характера⁶. При этом в достаточно малой области всякая поверхность рассматривалась как плоскость, изолинии считались параллельными прямыми, называемыми, по обыкновению, линиями положения, а направление градиента определялось по направлению нормали к изолинии, обращенной в сторону возрастания навигационной функции. Общая теория навигационных изолиний как основа метода линий положения, естественно, должна включать единый способ для нахождения вектора градиента произвольной изолинии при независимости от ее геометрических свойств [12].

При постановке задачи генерирования изолиний сплайн-функциями автоматически появляется теоретическая допустимость феномена существования веера градиентов в области определения навигационной функции, каждый из которых организован по каноническому правилу математических основ судовождения, но с персональной ортогональной ориентировкой на каждом отрезке кусочной ломаной линии в результирующей процедуре аппроксимации изолинии. Данное исследование в развитие допустимого предположения определяет исключительную применимость методов сплайн-функций для новой трактовки понятия градиента и формирования принципов практического применения нового термина в обработке навигационной информации. При исследовании введенного понятия сплайн-градиента необходимо отметить, что на традиционных поясняющих репродукциях в публикациях по судовождению демонстрируются, как правило, простейшие изолинии при наличии глобального вектора градиента на всю конфигурацию представленной изолинии на основе необоснованного предположения о стратегической неизменности вектора градиента в пределах всей геометрии изолинии. В связи с обозначенным фактом особенную актуальность предлагаемый подход приобретает в ситуации оперирования сложными или искаженными изолиниями. Возникновение искаженной изолинии возможно при использовании дифференциального режима спутниковой навигации, характеризующегося тем, что оперативно учитываются специальные поправки в реальном времени для повышения точности определения позиционирования, что с геометрической точки зрения неизбежно вызовет физическую трансформацию любой навигационной изолинии [13].

В качестве примера аппроксимации сложной эмпирической кривой можно привести восстановленную методами сплайн-функций безопасную изобату, практически являющуюся гарантом от посадки судна на мель в морской акватории, находящейся за ее контуром. При любых сложностях математической формализации навигационная карта должна соответствовать правилу смещения безопасной изобаты в сторону увеличения глубины для реализации гарантии того, что судно никогда не сядет на мель из-за двусмысленного предоставления гидрографической информации [14]. Для практического решения задачи выполняются специальные математические операции частичного деформирования изолинии, обеспечивающие локальную коррекцию изобаты.

⁴ Вульфвич Б. А. Методы расчета основных элементов навигационных изолиний. М.: Пищевая промышленность, 1974. 156 с.

⁵ Кондрашихин В. Т. Определение места судна. М.: Транспорт, 1989. 230 с.

⁶ Каврайский В. В. Линии положения и их применение. Избранные труды. Т. 1. Л.: УНГС ВМФ, 1956. С. 283–306.

Деформации изобаты могут быть устранены путем локального смещения линии в сторону более глубокой воды за счет реализации математической операции сглаживания. Процедура сглаживания выполняется путем устранения естественных незначительных колебаний синтезированной изолинии при сохранении информации о форме и ориентации алгебраической кривой. Последующее сглаживание изолинии выполняется путем сохранения контрольных точек кривой всегда на глубокой стороне безопасной изобаты. Сглаживание используется для улучшения эстетических характеристик с целью получения разборчивой четкости плоской кривой путем ослабления локальных осцилляций изобаты. Процесс сглаживания включает определенное упрощение формы изолинии за счет устранения неконструктивных деталей с целью сохранения основной информации о плавности формы плоской линии. Сглаживание выполняется путем сохранения базисных точек сплайновой атрибутики всегда на глубокой стороне исходной линии, чтобы финальный результат соответствовал безопасности представления гидрографической информации за счет оперативного формирования изменения сложного геометрического профиля электронной изобаты. Параметр сглаживания выступает как эмпирический компромисс между точностью синтезирования изолинии и геометрическим правдоподобием алгебраической кривой по принципу виртуального ключа, удачно повернув который можно получить удовлетворительную аппроксимацию измерительных данных. Варьирование параметром сглаживания позволяет практически решать задачу аппроксимации навигационных изолиний любой степени геометрической сложности.

Искусственная трассировка изобат выполняется таким образом, чтобы навигационная информация по своей сути была абсолютно безопасной для судовождения при выполнении условия сохранения эстетического качества навигационной карты. Оперативное управление формой моделируемой изобаты осуществляется благодаря плавности, гладкости и заданию оптимального количества характеристических точек с допустимым вводом дополнительных сеточных узлов аппроксимации для повышения адаптивности и гибкости сплайновой модели за счет своей вычислительной эффективности при сегментировании контурных линий с высокой сложностью. Практическое использование аппроксимированных данных о рельефе дна с высоким уровнем пространственного разрешения может позволить повысить надежность безопасности судовождения. При правильном навигационном использовании актуальной безопасной изобаты вахтенному помощнику обеспечивается транзитный фарватер, в котором гарантируется безопасное движение судна.

В практическом варианте линейный сплайн на каждом сеточном отрезке аргумента навигационной функции формализуется многочленом первой степени, который является фактической заменой изолинии на конкретном сегменте аппроксимации:

$$S_i(x) = A_i + B_i(x - x_i); \quad i = 1, \dots, N; \quad x_i < x < x_{i+1}, \quad (3)$$

где A_i , B_i — искомые скалярные сплайновые коэффициенты;
 x — аргумент навигационной функции;
 N — максимальное число сеточных узлов.

Целесообразность применения линейного функционала обуславливается основной точностью приближения до сотых долей числовых реализаций [15], что можно признать достаточным в практическом смысле, так как фиксирование обсервации, например, на путевой бумажной карте, как правило, глазомерно выполняется судоводителем с реальной точностью до десятых долей минуты при оперировании с географическими координатами.

Необходимо учитывать тот факт, что увеличение степени сплайна не всегда способствует улучшению аппроксимации. Следовательно, применение линейного сплайнового функционала в рассматриваемой ситуации является тактически оправданным. Точность приближения сплайном может быть дополнительно улучшена при условии применения оптимизационных схем организации расположения узлов аппроксимации [16]. Стратегический результат линейной аппроксимации градиента целевой функции заключается в том, что глобальная ошибка наилучшего приближения эквивалентна соответствующей сумме погрешностей локального приближения

каждого кусочного элемента [17]. Требование непрерывности не снижает оптимальную локальную аппроксимируемость, а конечный результат подразумевает границы погрешности в терминах кусочной регулярности во всем допустимом диапазоне гладкости. Положительными аспектами применения сплайнов первой степени являются хорошая сходимость и вычислительная устойчивость расчетных процедур. Линейная кусочная структура позволяет создавать локальные базы данных, относительно простые в реализации. Последнее приводит к линейным системам с разреженными матрицами, которые могут решаться с эффективной вычислительной способностью.

Рассмотрим теоретический процесс спрямления навигационной изолинии линейным функционалом с организацией веера сплайн-градиентов на гипотетическом примере. Сплайн первой степени, приведенный на рис. 2, представляет собой ломаную линию, сегментарным образом проходящую через узловые точки произвольной изолинии за счет правильного подбора внутренних геометрических свойств сплайна на основе комплексирования выгодных условий интерполяции. На рисунке в локальной прямоугольной левой декартовой системе координат XOY показана U как абстрактная навигационная изолиния, традиционно характеризующаяся тем, что в каждой точке изолинии значение навигационной функции $U = f(E, y)$ остается постоянным.

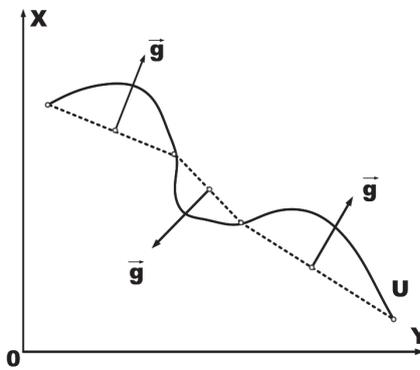


Рис. 2. Гипотетическая конфигурация комплекса сплайн-градиентов

Пунктирной линией показан многозвенник последовательности линейных сплайнов, аппроксимирующих данную изолинию. В смоделированном случае сплайн «склеен» из трех прямолинейных фрагментов при общем количестве узлов, равном четырем. Сплайн-градиент интерпретируется как вектор, направленный ортогонально к каждому линейному сплайну, аппроксимирующему фрагмент навигационной изолинии в сторону смещения изолинии при положительном приращении навигационного параметра, причем модуль этого вектора традиционно характеризует максимальную скорость изменения параметра в фиксированной точке приложения (см. рис. 2). Триумвират сплайн-градиентов автоматически формируется на основе построения сплайнового градиента на каждом сегменте приближения изолинии в средней его точке.

На каждом кусочном отрезке сплайновой ломаной линии обозначен вектор сплайн-градиента \vec{g} . В полной комбинации отдельные сплайн-градиенты \vec{g} организуют комплексный веер сплайн-градиентов при общем количестве трех векторов как допустимый символ интерпретации реалистичности идеи изменения ориентации каждого градиента от точки к точке в гипотетической аппроксимированной изолинии U . Стрелка над обозначением \vec{g} показывает, что речь идет непосредственно о математическом векторе с такими известными параметрами, как абсолютная величина сплайн-градиента $|\vec{g}|$ и его направление.

Комбинацией сплайн-градиентов можно варьировать за счет масштабирования сеточными отрезками при вводе дополнительных узлов. На рис. 3 интерпретируется ситуация введения по одному дополнительному узлу на первом и третьем сегменте сплайновой конструкции с целью организации расширенного спектра сплайн-градиентов при синхронном увеличении их общего количества до пяти.

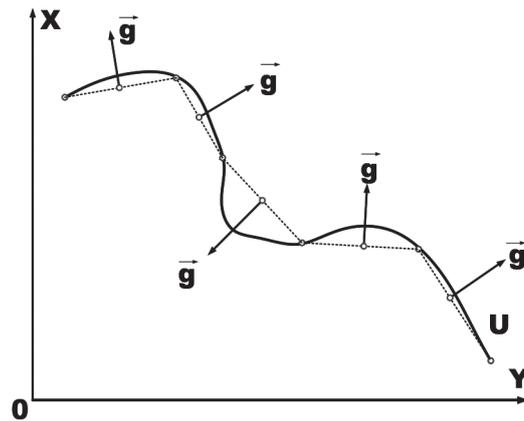


Рис. 3. Масштабирование сплайновой ломаной за счет дополнительных узлов

В модернизированном случае (см. рис. 3) эффективно вводить дополнительные узлы одновременно слева и справа на сеточных отрезках для обеспечения лучших условий сплайнового приближения изолинии [18]. В обновленной версии общее число уменьшенных «склеенных» кусочных фрагментов сплайнового конгломерата, показанных на рисунке пунктирной линией, равно пяти при шести узловых точках. Приведенная геометрическая интерпретация в большей мере соответствует физической картине понимания сплайн-градиента в отличие от необоснованного отождествления градиента условному абстрактному вектору при стандартном подходе, так как необоснованный параллелизм изолиний не предусмотрен с позиций метода сплайн-функций. Комплекс градиентов позволяет улучшить точность определения места судна за счет целенаправленного инвариантного перехода из пространства навигационных параметров в пространство определяемых координат.

На рис. 4 смоделирована гипотетическая задача определения места судна сравнительной композиции: классическим способом линий положения (графические построения, выполненные в синем цвете) и с использованием комплекса сплайн-градиентов (графические построения в красном цвете).

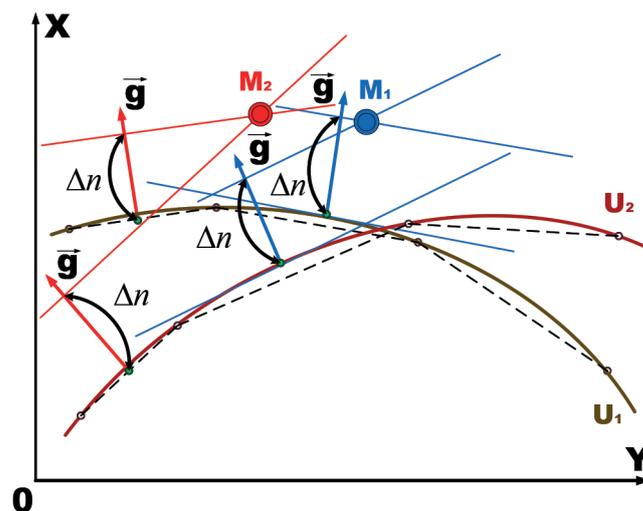


Рис. 4. Имитационное моделирование различия классического определения места судна с обсервацией по градиентному методу сплайн-функций

Пусть даны две абстрактные изолинии U_1 и U_2 в локальной системе координат с начальным отсчетом, традиционно совпадающим со счислимым местом. При классическом подходе каждая из изолиний заменяется касательной в точке, которая является стратегически близкой к счислимой

точке с последующим параллельным смещением этой прямой на величину переноса Δl ортогонально направлению стандартного градиента. Точка пересечения двух синих линий положения соответствует M_1 как классической эпизодической обсервации. Архитектура комплекса сплайн-градиентов позволяет выбрать фактически ближайший к счислимой точке сплайн-градиент и сплайновую линию положения с последующим повторением процедуры определения места судна в общепринятом в математических основах судовождения понимании и получить теоретически более точную сплайновую M_2 обсервацию, геометрически сформированную на основе сплайн-градиентов, тактически более близких к счислимому месту. Разница между двумя подходами графически выражается отрезком $[M_1M_2]$ как показателем методической погрешности классического метода в сравнении с предлагаемым подходом (см. рис. 4). Отрезок $[M_1M_2]$ интерпретируется как метрика измерений градиентного комплекса в имитационном моделировании различия классического определения места судна с обсервацией по градиентному методу сплайн-функций. При этом необходимо отметить, что стандартный градиент реально получается геометрически более удаленным от счислимой точки за счет условности его применения, логически следующей из формального предположения о неизменности его ориентации на всем контуре навигационной изолинии. Следовательно, в условиях применимости современной концепции обсервационного счисления стандартный градиент оценивается как постулат метрики $[M_1M_2]$ потерянной точности навигационных измерений. Комплекс градиентов реалистичным образом определяет общий характер любой изолинии с учетом ее асимптотических приближений и точно формулирует изометрическую конфигурацию линии равных значений навигационных параметров.

Фактическое перемещение любого судна происходит в трехмерном навигационном пространстве по эквипотенциальной поверхности земного поля тяжести. Морской подвижный объект движется по водной акватории, визуально ассоциируемой судоводителем с парадигмой плоскостного судовождения по прямой аналогии с картинной навигацией по морской навигационной карте. При этом любой регион плавания является фрагментом реальной поверхности нашей планеты, а следовательно, фактическое перемещение судна должно концептуально соотноситься с аксиоматикой Евклида о природной системе пространственного счисления [19]. Маршрутное плавание, ориентированное на геодезическую основу геоида, необходимо рассматривать геометрически в рамках концепции навигационного пространства. При этом каждая мгновенная позиция судна в евклидовом пространстве фиксируется тремя координатами, а не двумя, как это традиционно принято считать при практической работе штурмана. Абстрагированная вертикальная координата современного судовождения определяет высотное положение судна как отклонение в данной точке евклидова пространства уровня изоповерхности геоида от условной стандартизированной сфероидной поверхности в упрощенном варианте. Однако третью координату обычно используют только в прибрежном плавании при учете влияния приливоотливных явлений, определяющих безаварийное прохождение судна в стесненных навигационных обстоятельствах.

На практике судоводитель практически учитывает вертикальность позиции судна в традиционной ситуации использования Таблиц приливов или их электронных аналогов для расчета безопасного транзитного запаса глубины под килем. Классические географические координаты в восприятии вахтенного помощника обычно трансформируются в ассоциацию плоскостной парадигмы навигации [20], но действительное навигационное пространство определяется трехкоординатным позиционированием судна по сложной грушевидной фигуре геоида, совпадающей с уровнем поверхности при мысленном абстрагировании от существования материков. Любое игнорирование концепцией навигационного пространства может являться скрытой угрозой возможной математически запрограммированной аварии.

Навигационное пространство характеризуется евклидовой метрикой, практически используемой в судовождении в виде оптимальной траектории, состоящей из отрезков геодезических линий, кратчайшим образом соединяющих точки маршрутизации судна по изоповерхности референц-эллипсоида как стилизованной замены геоида. Прямолинейное движение судна по локсодромии на карте в меркаторской проекции является, по сути, абстрактной геометрией, поэтому

стремление к упрощению объясняется сопутствующей причиной применимости в практических целях простого математического аппарата в границах ограниченной морской акватории. По условной схеме линеаризации действительную геоидную форму Земли заменяют оптимально подобранной по размерам и ориентировке правильной фигурой с известной формализацией — эллипсоидом вращения, затем с учетом искажений переходят к сфере в минимальном варианте аппроксимации, а от глобуса — к плоскости. Плоская модель навигационного пространства в привычном судоводительском понимании — это классическая бумажная карта в проекции Меркатора, которая на протяжении ряда столетий находила традиционное применение для повседневного использования.

С развитием инновационных компьютерных технологий появилась реальная возможность отказаться от подхода линеаризации и применять на водном транспорте такие фактические объекты, как интерполированные изолинии [21] и аппроксимированные изоповерхности [22]. При программной реализации в бортовом компьютере алгоритмов на основе разработанной технологии теории приближения функций становится возможным оперировать с абсолютной точностью практической навигации, отказавшись от сомнительных математических стилизаций. Сплайновый подход находится в ассоциативной логике с идеями аналитического расчета вероятнейшего места судна по синтезированным изолиниям без непосредственного использования обобщенного метода линий положения с целью исключения методической погрешности в принципе [23].

В практическом применении можно считать, что комплекс сплайн-градиентов обеспечивает реалистичность геометрической наглядной интерпретации многофакторности вероятных направлений положительных приращений навигационной функции, что реалистично отображает ситуацию предельной точности оценки фиксирования линии положения, а следовательно, в конечном итоге, и самой обсервации как вероятнейшей точки пересечения сплайновых прямых в одномерном сценарии. Непосредственно линейный сплайн в связи с этим реализуется как математический критерий синтезированной линии положения в строгом соответствии с терминологией д-ра техн. наук, проф. В. П. Кожухова в отличие от упрощенного понимания линейного сплайна как обычного средства спрямления изолинии для удобства графического построения на морской карте.

Исследование мгновенной ориентации вектора градиента как основного элемента навигационной изолинии с учетом специфики соответствующей линии положения может стать важнейшим атрибутом для практической организации *изолинейного плавания*. Формализованная методами сплайн-функций навигационная изолиния создает прецедент для конструирования технического устройства, позволяющего осуществлять программированное плавание нового типа.

Изолинейное плавание, ориентированное на практическое использование комплекса сплайн-градиентов, может быть эффективно использовано в непредсказуемых условиях современного мореплавания в зонах неустойчивого приема сигналов спутниковых систем при различных форс-мажорных обстоятельствах и природных катаклизмах. Существенным преимуществом удержания судна на электронном маршруте изолинейного плавания является возможность технического ориентирования на альтернативный управляющий сигнал на основе имеющихся сведений об измеренных значениях комплекса градиентов без использования дополнительной традиционной информации. Применение комплекса градиентов в практическом аспекте создает возможность фактической организации изолинейной натурально-параметрической системы, в которой текущий истинный курс и географические координаты изолинейно движущегося судна являются функциями градиентометрических измерений. Цель изолинейного плавания с ориентацией на веер градиентов можно определить как альтернативное обеспечение безопасного перехода при минимальной затрате времени с условием успешного выполнения критерия экономичности.

Обсуждение (Discussion)

Стандартные алгоритмы обработки навигационной информации базируются на априорных сведениях, которые могут не соответствовать локальной ситуации измерений и прогностическому характеру движения судна. Представляется целесообразным сделать предположение

о гипотетической возможности независимого контроля изолинейного перемещения судна при наличии на борту специальной аппаратуры, способной постоянно фиксировать основные значения параметров навигационной изолинии, подобных «кривизне» и «кручению», а также измерять текущие значения градиентов навигационной функции. Обозначенные навигационные параметры в общепринятом в навигации смысле полностью характеризуют внутреннюю геометрию изолинии плавания судна [12]. В ситуации применения сплайновой изолинии добавляется дополнительный параметр внутренней геометрии аппроксимированной изолинии — *гладкость*, которую в первом приближении следует понимать как *плавность*. При этом мгновенная фиксация градиента приобретает особенно важное практическое значение.

Переход судна по любой траектории фактически выполняется по изолинии, что принципиально согласуется с концепцией конфигурирования комплекса сплайн-градиентов при аппроксимации изолинии кусочным функционалом первой степени. В соответствии с показаниями гирокопического или магнитного компаса, традиционно реализующими условие постоянства истинного курса, маршруты судна по путевым морским картам прокладываются по такой изолинии, как локсодромия, а океанские плавания обычно совершаются по другой изолинии — ортодромии. Роль ортодромии является особенной по сравнению с другими изолиниями по причине наличия неоспоримого преимущества океанского плавания по дуге большого круга для экономии пройденного расстояния и, как следствие, обеспечения финансовой прибыли судоходной компании. В прибрежном плавании, во-первых, необходимо учитывать главенствующую роль курсоуказателя, обеспечивающего ориентацию судна при плавании по локсодромии. Во-вторых, имеет место факт фрагментарной прямолинейности изображения локсодромии как линии пути на карте в меркаторской проекции, что является неоспоримым удобством при коротком морском переходе. В связи с учетом двух указанных обстоятельств локсодромия как линия пути в соотношении с изображением в виде прямой линии на меркаторской проекции представляет самостоятельный математический интерес. Формализованная основа такой процедуры как обсервация также математически реализуется при совместном аналитическом решении уравнений различных навигационных изолиний в рамках общей теории изолиний или графически на основе обобщенного метода линий положения.

Параметрическое представление навигационной изолинии может составить фундаментальную основу при конструировании технического устройства для программированного *изолинейного* плавания судна при условии восстановления профиля характерной изолинии методом сплайн-аппроксимации. Важное практическое свойство следует из кусочного характера сплайна, который приближает к оригиналу навигационную функцию конкретным сегментным полиномом в соответствии с понятием «гладкости» на каждом участке разбиения аргумента. С учетом физической картины представления навигационной функции, отражающей движение судна, сплайн динамически описывает в общей перспективе требуемую траекторию движения любого инерционного объекта.

Целесообразность применения сплайн-аппроксимации навигационных функций обоснована экспертной возможностью быстрого вычисления навигационных параметров и комплекса их оперативных градиентов для установления таких атрибутов изолиний, как функционалы аналитических перегибов, интерпретируемых в математике как характерные точки смены знаков производных, соответствующих в практическом навигационном приложении сигналам автоматической подачи команд судовым органам управления в виде руля и телеграфа. Способствующим этому фактором является то, что при фиксированном градиенте сравнительно просто найти производную функции по любому направлению.

При апробировании данного подхода с использованием соответствующего программного обеспечения бортового компьютера в эргономическом варианте в структуре навигационного автоматизированного комплекса будущего измеряемые параметры изолинии по известным формулам могут быть типовым способом пересчитаны в географические координаты с целью постоянного позиционирования любого подвижного объекта в автономном режиме на специализированных

электронных средствах мониторинга. Графическое представление информации судоводительскому составу наглядно визуализируется за счет построения аппроксимированных изолиний на компьютерных устройствах отображения дисплейного типа. Задача вероятностного прогнозирования движения судна практически реализуется посредством математической процедуры сплайн-экстраполяции.

В свою очередь, измеренные значения навигационных параметров являются аргументами для вычисления непрерывных значений истинного курса с синхронной передачей команд на авторулевой для обеспечения адаптивного самостоятельного регулируемого плавания при отсутствии принципиальной необходимости использования информации спутниковых данных. Актуальность разработки эффективного метода математического описания данной динамической системы определяет синтез алгоритма адаптивного управления, обеспечивающего организацию движения в пространстве настраиваемых параметров в направлении мгновенного градиента скорости изменения оценочного функционала.

Солнечные бури и всплески магнитных аномалий, а также преднамеренные помехи являются примерами событий, представляющих критическую опасность для спутниковой навигации. В связи с данной проблемой в течение последних пяти лет активно развивается направление создания альтернативных интегрированных навигационных систем, в которых для определения положения и ориентации подвижного объекта используются сторонние данные неинерциальной природы [24], [25]. В качестве практического применения таких сторонних данных предлагается алгоритм высокоточной морской навигации по геофизическим полям с масштабированным восстановлением виртуальных сплайновых карт для эталонного сравнения с фактическими навигационными измерениями [26].

Изолинейную навигацию подвижного объекта можно осуществлять на основе измерений параметров градиента магнитного поля Земли с использованием показаний бортовых магнитных градиентометров с нормированными в единицах индукции магнитометрическими преобразователями [10], [27]. Помимо градиента магнитного поля в навигационных целях может быть использован также гравитационный градиент как математический результат дифференцирования по второй производной гравитационного потенциала. Градиентометр может измерять изменение силы тяжести, что позволяет получать более подробную информацию о навигации и местоположении, чем само явление гравитации.

В большинстве первоначальных экспериментов погрешность определения местоположения с привязкой к гравитационному градиенту составила менее 100 м [28]. Для решения проблемы точности пассивной автономной навигации предложен *метод автоматизированной навигации*, основанный на бесплатформенном гравитационном градиентометре. Результаты использования данного метода показывают, что ошибки ориентации, скорости и позиционирования навигационной системы с гравитационным градиентометром составляют менее 1 угл. мин: 0,1 м/с и 33 м соответственно [29]. Полученные результаты можно признать приемлемыми для стабильной навигации при обязательном условии дальнейшей модернизации алгоритмов обработки информации. В качестве будущих исследований предполагается использовать гибридную навигацию с привязкой к базе данных, основанную на сочетании рельефа местности и гравитационных градиентов. Результаты экспериментов показывают, что точность позиционирования комбинированного алгоритма на отрезке прямой и на криволинейной траектории на 82,4 % и 73,8 % соответственно выше, чем у существующих отдельных алгоритмов [30]. Можно сделать вывод о том, что гибридный алгоритм обладает превосходными характеристиками коррекции местоположения в режиме реального времени.

Компьютерная визуализация программированного движения судна предоставляет возможность интеллектуальной помощи штурману в стратегии мгновенного определения места судна на основе альтернативных методов. Апробированные на методах сплайн-функций алгоритмы могут явиться гармонизированной поддержкой судоводительскому составу при любых обстоятельствах изолинейного плавания в процессе автономной навигации.

Выводы (Summary)

Проведенное исследование теоретической применимости конфигурирования комплекса сплайн-градиентов при аппроксимации навигационной изолинии кусочным линейным функционалом позволяет сделать следующие выводы:

1. Конвертированы вопросы вычислительной геометрии аппроксимированных навигационных изолиний в практическую плоскость унифицированного использования сплайновых линий положения и сегментным образом интерполированных изолиний в судовождении.
2. Сформулирована новая трактовка понятия о сплайн-градиенте с позиции теории приближения функций.
3. Рассмотрена применимость архитектуры конфигурирования веера оперативных сплайн-градиентов при спрямлении навигационной изолинии сплайном первой степени для стратегического улучшения точностных характеристик обсервации.
4. Обоснована параметризация внутренней геометрии сплайновых изолиний для программированного изолинейного плавания судна в автономном режиме.
5. Дано объяснение возможности практического применения теории сплайн-функций к приближению новейших изолиний навигации будущего.
6. Сопоставимый результат в современных научных публикациях отсутствует.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sumner T. H.* A new and accurate method of finding a ship's position at sea, by projection on Mercator's chart: The principles of the method being fully explained and illustrated by problems, examples, and plates, with rules for practice, and examples from actual observation / T. H. Sumner. — Thomas Groom & Company of Boston, 1843. — 88 p.
2. *Акимов М. А.* Другой приём графического способа определения места на море / М. А. Акимов // Морской сборник. — 1849. — Т. 2. — № 3. — С. 190–198.
3. *Uttmark F. E.* Marc St. Hilary Method for Finding a Ship's Position at Sea / F. E. Uttmark. — New York, 1919. — 37 p.
4. *Жухлин А. М.* Обработка навигационной информации в системах обеспечения безопасности плавания с позиций теории приближения функций: дис. ... д-ра техн. наук / А. М. Жухлин. — Л., 1984. — 325 с.
5. *Дерябин В. В.* Алгоритмизация счисления пути судна на основе нейросетевых технологий: дисс. ... д-ра техн. наук; специальность 05.22.19 «Эксплуатация водного транспорта, судовождение» / В. В. Дерябин. — СПб.: ФГБОУ ВО «Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова», 2020. — EDN SSFUXD.
6. *Мироненко А. А.* Методология формализации навигационной обстановки, планирования маршрута и программных траекторий движения судна: автореф. дисс. ... д-ра техн. наук; специальность 05.22.19 «Эксплуатация водного транспорта, судовождение» / А. А. Мироненко. — Новороссийск, 2016. — EDN ZQCRGD.
7. *Makarov A. A.* On Two Algorithms of Wavelet Decomposition for Spaces of Linear Splines / A. A. Makarov // Journal of Mathematical Sciences. — 2018. — Vol. 232. — Is. 6. — Pp. 926–937. DOI: 10.1007/s10958-018-3920-z.
8. *Ююкин И. В.* Реализация плавности конфигурации сплайн-траектории для своевременного уклонения от запретных районов плавания / И. В. Ююкин // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. — 2024. — Т. 16. — № 3. — С. 421–443. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-3-421-443. — EDN VCRDTK.
9. *Karetnikov V. V.* Gradient fill fairway plotting method for mapping inland waterways / V. V. Karetnikov, A. A. Butsanets, A. I. Zaytsev, E. A. Ratner // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. — IOP Publishing. — 2021. — Vol. 867. — Is. 1. — Pp. 012011. DOI: 10.1088/1755-1315/867/1/012011.
10. *Гузевич С. Н.* Градиент — основной параметр навигационных измерений / С. Н. Гузевич // Метрология. — 2019. — № 3. — С. 46–55. DOI: 10.32446/0132-4713.2019-3-46-55. — EDN SHTCOM.
11. *Liu Z.* Gradient-Sensitive Optimization for Convolutional Neural Networks / Z. Liu, R. Feng, X. Li, W. Wang, X. Wu // Computational Intelligence and Neuroscience. — 2021. — Vol. 2021. — Is. 1. — Pp. 6671830. DOI: 10.1155/2021/6671830.
12. *Вульфович Б. А.* Основы общей теории навигационных изолиний: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / Б. А. Вульфович. — Л., 1975. — 43 с.

13. Ююкин И. В. Синтез кубическими сплайнами искаженной изолинии в аспекте использования дифференциального режима спутниковой навигации / И. В. Ююкин // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 3. — С. 341–358. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-341-358. — EDN JJUGRO.

14. Ююкин И. В. Генерализация изображения подводного рельефа методом сплайновой аппроксимации на векторной электронной карте / И. В. Ююкин // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. — 2024. — Т. 16. — № 6. — С. 910–934. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-6-910-934. — EDN QQIVCX.

15. Волков Ю. С. О погрешности приближения простейшей локальной аппроксимацией сплайнами / Ю. С. Волков, В. В. Богданов // Сибирский математический журнал. — 2020. — Т. 61. — № 5. — С. 1001–1008. DOI: 10.33048/smzh.2020.61.503. — EDN RSQEMT.

16. Ююкин И. В. Сплайновая реконструкция эталона информативности в задачах корреляционно-экстремальной навигации / И. В. Ююкин // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. — 2025. — Т. 17. — № 2. — С. 233–253. DOI: 10.21821/2309-5180-2025-17-2-233-253. — EDN OWLOHJ.

17. Veerer A. Positivity Preserving Gradient Approximation with Linear Finite Elements / A. Veerer // Computational Methods in Applied Mathematics. — 2019. — Vol. 19. — Is. 2. — Pp. 295–310. DOI: doi:10.1515/cmam-2018-0017.

18. Veerer A. De Boor–Fix functionals and Hermite boundary conditions in the polynomial spline interpolation problem / A. Veerer // Computational Methods in Applied Mathematics. — 2019. — Vol. 19. — Is. 2. — Pp. 295–310. DOI: 10.1007/s40879-020-00406-z.

19. Гузевич С. Н. Природная система пространственного счисления / С. Н. Гузевич // Навигация и гидрография. — 2024. — № 74. — С. 40–55. — EDN DJHGWP.

20. Guzevich, S. N. Conditions for reliable measurements in space / S. N. Guzevich // German international journal of modern science. — 2021. — № 19–1. — С. 14–21. DOI: 10.24412/2701-8369-2021-19-1-14-22. — EDN DHRMPX.

21. Ююкин И. В. Сплайн-интерполяция навигационных изолиний / И. В. Ююкин // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 6. — С. 1026–1036. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-1026-1036. — EDN PSJYOY.

22. Ююкин И. В. Оптимизация моделирования навигационной изоповерхности методами базисных финитных сплайнов / И. В. Ююкин // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 2. — С. 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274. — EDN BQRXTR.

23. Васьков А. С. Метод решения уравнений изостадий / А. С. Васьков, А. А. Мироненко // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. — 2024. — Т. 16. — № 2. — С. 212–223. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-2-212-223. — EDN KWZKSV.

24. Peshekhonov V. G. High-Precision Navigation Independently of Global Navigation Satellite Systems Data / V. G. Peshekhonov // Gyroscopy and Navigation. — 2022. — Vol. 13. — Is. 1. — Pp. 1–6.

25. Stepanov O. A. Map-Aided Navigation Taking into Account a Priori Information on the Object Trajectory / O. A. Stepanov, Y. A. Litvinenko, V. A. Vasil'ev, A. M. Isaev // 2023 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS) 2023. — С. 1–6. DOI: 10.23919/ICINS51816.2023.10168423.

26. Yuyukin I. V. Correlation-extreme method based on spline functions as an alternative to satellite navigation / I. V. Yuyukin // AIP Conference Proceedings. — 2023. — Vol. 2476. — Is. 1. — Pp. 030030. DOI: 10.1063/5.0102916.

27. Volkovitskii A. K. Application of Magnetic Gradiometers to Control Magnetic Field of a Moving Object / A. K. Volkovitskii, E. V. Karshakov, M. Y. Tkhorenko, B. V. Pavlov // Automation and Remote Control. — 2020. — Vol. 81. — Is. 2. — Pp. 333–339.

28. Lee J. Performance Evaluation and Requirements Assessment for Gravity Gradient Referenced Navigation / J. Lee, J. H. Kwon, Yu Myeongjong // Sensors. — 2015. — Vol. 15. — Is. 7. — Pp. 16833–16847. DOI: 10.3390/s150716833.

29. Gao D. An Aided Navigation Method Based on Strapdown Gravity Gradiometer / D. Gao, B. Hu, L. Chang, F. Qin, X. Lyu // Sensors. — 2021. — Vol. 21. — Is. 3. DOI: 10.3390/s21030829.

30. Li T. Genetic Algorithm-Based Weighted Comprehensive Image Matching Algorithm for Underwater Gravity Gradient-Aided Navigation / T. Li, B. Wang, Z. Deng, M. Fu // IEEE Journal of Oceanic Engineering. — 2024. — Vol. 49. — Is. 4. — Pp. 1647–1656. DOI: 10.1109/JOE.2024.3379484.

REFERENCES

1. Sumner, Thomas Hubbard. A new and accurate method of finding a ship's position at sea, by projection on Mercator's chart: The principles of the method being fully explained and illustrated by problems, examples, and plates, with rules for practice, and examples from actual observation. Thomas Groom & Company of Boston, 1843.
2. Akimov, Mikhail A. "Drugoy priyem graficheskogo sposoba opredeleniya mesta na more." *Morskoy sbornik* 2.3 (1849): 190–198.
3. Uttmark, Fritz E. *Marc St. Hilary Method for Finding a Ship's Position at Sea*. New York, 1919.
4. Zhukhlin, Alexey M. Obrabotka navigatsionnoi informatsii v sistemakh obespecheniya bezopasnosti plavaniya s pozitsii teorii priblizheniya funktsii. Dr. Diss. L., 1984.
5. Deryabin, V. V. Algoritmizatsiya schisleniya puti sudna na osnove neyrosetevykh tekhnologiy. Grand PhD diss. Saint-Petersburg, 2020.
6. Mironenko, A. A. Metodologiya formalizatsii navigatsionnoy obstanovki, planirovaniya marshruta i programmnykh traektoriy dvizheniya sudna. Grand PhD diss. Novorossiysk, 2016.
7. Makarov, A.A. "On Two Algorithms of Wavelet Decomposition for Spaces of Linear Splines." *Journal of Mathematical Sciences* 232.6 (2018): 926–937. DOI: 10.1007/s10958–018–3920-z.
8. Yuyukin, I. V. "Realization of the smoothness of spline trajectory configuration for avoidance of nogo areas in due time." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova* 16.3 (2024): 421–443. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-3-421-443.
9. Karetnikov, V.V., A. A. Butsanets, A. I. Zaytsev, and E. A. Ratner. "Gradient fill fairway plotting method for mapping inland waterways." *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* 867.1 (2021): 012011. DOI: 10.1088/1755–1315/867/1/012011.
10. Guzevich, S.N. "Gradient is the main parameter navigation measurements." *Metrologiya* 3 (2019): 46–55. DOI: 10.32446/0132-4713.2019-3-46-55.
11. Liu, Z., X. Wu, et al. "Gradient-Sensitive Optimization for Convolutional Neural Networks." *Computational Intelligence and Neuroscience* 2021.1 (2021): 6671830. DOI: 10.1155/2021/6671830.
12. Vulfovich, Boris A. Osnovy obshey teorii navigatsionnykh izolinii. Abstract of Dr. Diss. L., 1975.
13. Yuyukin, I. V. "Cubic splines synthesis of a distorted isoline in the aspect of using differential mode of satellite navigation." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova* 13.3 (2021): 341–358. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-341-358.
14. Yuyukin, I. V. "Generalization of the underwater relief image using the spline approximation method on a vector electronic chart." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova* 16.6 (2024): 910–934. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-6-910-934.
15. Volkov, Yu.S. and V. V. Bogdanov. "On error estimates of local approximation by splines." *Siberian Mathematical Journal* 61.5 (2020): 1001–1008. DOI: 10.33048/smzh.2020.61.503.
16. Yuyukin, I. V. "Spline reconstruction of the informativeness template in correlation-extreme navigation tasks." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova* 17.2 (2025): 233–253. DOI: 10.21821/2309-5180-2025-17-2-233-253.
17. Veesser, A. "Positivity Preserving Gradient Approximation with Linear Finite Elements." *Computational Methods in Applied Mathematics* 19.2 (2019): 295–310. DOI: doi:10.1515/cmam-2018–0017.
18. Veesser, A. "De Boor–Fix functionals and Hermite boundary conditions in the polynomial spline interpolation problem." *Computational Methods in Applied Mathematics* 19.2 (2019): 295–310. DOI: 10.1007/s40879-020-00406-z.
19. Guzevich, S.N. "The natural spatial number system." *Navigation And Hydrography* 74 (2024): 40–55.
20. Guzevich, S.N. "Conditions for reliable measurements in space." *German International Journal Of Modern Science* 19–1 (2021): 14–21. DOI: 10.24412/2701-8369-2021-19-1-14-22.
21. Yuyukin, I.V. "Spline interpolation of navigational isolines." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova* 11.6 (2019): 1026–1036. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-1026-1036.
22. Yuyukin, I.V. "Optimization of navigational isosurface simulation by the methods of basic finite splines." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova* 11.2 (2019): 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.
23. Vas'kov, A.S. and A. A. Mironenko. "Method for solving the isostage equations." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova* 16.2 (2024): 212–223. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-2-212-223.

24. Peshekhonov, V. G. “High-Precision Navigation Independently of Global Navigation Satellite Systems Data.” *Gyroscopy and Navigation* 13.1 (2022): 1–6.

25. Stepanov, O. A., Yu. A. Litvinenko, V. A. Vasil’ev and A. M. Isaev. “Map-Aided Navigation Taking into Account a Priori Information on the Object Trajectory.” *2023 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)2023*: 1–6. DOI: 10.23919/ICINS51816.2023.10168423.

26. Yuyukin, I. V. “Correlation-extreme method based on spline functions as an alternative to satellite navigation.” *AIP Conference Proceedings* 2476.1 (2023): 030030. DOI: 10.1063/5.0102916.

27. Volkovitskii, A. K., E. V. Karshakov, M. Y. Tkhorenko and B. V. Pavlov. “Application of Magnetic Gradiometers to Control Magnetic Field of a Moving Object.” *Automation and Remote Control* 81.2 (2020): 333–339.

28. Lee, J., J. H. Kwon and Yu. Myeongjong. “Performance Evaluation and Requirements Assessment for Gravity Gradient Referenced Navigation.” *Sensors* 15.7 (2015): 16833–16847. DOI: 10.3390/s150716833.

29. Gao, D., X. Lyu, et al. “An Aided Navigation Method Based on Strapdown Gravity Gradiometer.” *Sensors* 21.3 (2021). DOI: 10.3390/s21030829.

30. Li, T., B. Wang, Z. Deng and M. Fu. “Genetic Algorithm-Based Weighted Comprehensive Image Matching Algorithm for Underwater Gravity Gradient-Aided Navigation.” *IEEE Journal of Oceanic Engineering* 49.4 (2024): 1647–1656. DOI: 10.1109/JOE.2024.3379484.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Ююкин Игорь Викторович —

кандидат технических наук, доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: uukiniv@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Yuyukin, Igor V. —

PhD of Technical Sciences, associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: uukiniv@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 27 марта 2025 г.

Received: Mar. 27, 2025.