

DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-4-579-590

APPLICATION OF EXPERIMENTAL PLANNING METHODS FOR AN ANALYTICAL DESCRIPTION OF THE AREAS OF OPERABILITY OF MARINE ELECTROMECHANICAL SYSTEMS

A. V. Saushev

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The topic of the study is to consider the possibility of using experimental planning methods to mathematically describe areas of performance in relation to marine electromechanical systems. A definition is given and a graphic illustration of the field of operability is provided. It is shown that information about the boundary of the field of operability allows solving the most important tasks of controlling the state of ship electromechanical systems of various functional purposes. Possible ways of solving the problem of constructing a field of efficiency and the difficulties of their practical implementation are given. The method of analytical description of the operability domain is considered, which assumes an independent approximation of each hypersurface that makes up the operability domain. It is shown that for such an approximation it is convenient to use polynomial dependencies, which can be obtained as a result of using experimental planning methods. The main advantages of this approach are considered, including the possibility of solving the problem in the case of a high dimension of the space of primary parameters, in the space of which the area of operability is built. It is noted that in order to obtain a unified analytical description of the field of operability, the properties of logical R-functions can be used, which make it possible to make the transition from logical functions to analytical dependencies. It is proved that polynomial dependencies have the properties of R-functions and can be used in such a transformation. The resulting analytical description of the health area is universal and does not depend on the configuration of the area itself. Unlike the known methods of analytical approximation of the field of operability, it is characterized by an exceptionally low methodological error and allows us to solve with high reliability the problem of parametric synthesis of marine electromechanical systems according to the criterion of the reserve of operability, as well as the tasks of evaluating and predicting their condition during operation. The considered example clearly demonstrated the sequence of solving the problem of analytical description of the field of operability and allowed us to conclude about the complex configuration of this area even for special cases and the simplest electromechanical systems.

Keywords: marine electromechanical system, analytical description, field of operability, experiment planning, logical R-functions.

For citation:

Saushev, Alexander V. "Application of experimental planning methods for an analytical description of the areas of operability of marine electromechanical systems." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 16.4 (2024): 579–590. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-4-579-590.

УДК 621.313

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ОБЛАСТЕЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ СУДОВЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А. В. Саушев

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Темой исследования является рассмотрение возможности применения методов планирования эксперимента для математического описания областей работоспособности применительно к судовым электромеханическим системам. Дано определение и приведена графическая иллюстрация области работоспособности. Показано, что информация о границе области работоспособности позволяет решать

важнейшие задачи управления состоянием различных по функциональному назначению судовых электро-механических систем. Приводятся возможные способы решения задачи построения области работоспособности и отмечается сложность их практической реализации. Рассмотрен метод аналитического описания данной области, предполагающий независимую аппроксимацию каждой гиперповерхности, составляющей область работоспособности. Показано, что для такой аппроксимации удобно использовать полиномиальные зависимости, которые могут быть получены в результате использования методов планирования эксперимента. Рассмотрены основные достоинства такого подхода, включая возможность решения задачи в случае высокой размерности пространства первичных параметров, в пространстве которых строится область работоспособности. Отмечается, что для получения единого аналитического описания области работоспособности могут быть использованы свойства логических R -функций, позволяющие осуществить переход от логических функций к аналитическим зависимостям. Доказано, что полиномиальные зависимости обладают свойствами R -функций и могут быть использованы в таком преобразовании. Полученное аналитическое описание области работоспособности является универсальным и не зависит от ее конфигурации. В отличие от известных способов аналитической аппроксимации области работоспособности оно характеризуется исключительно низкой методической погрешностью и позволяет с высокой достоверностью решать задачу параметрического синтеза судовых электро-механических систем по критерию запаса работоспособности, а также задачи оценки и прогнозирования их состояния в процессе эксплуатации. Рассмотренный пример наглядно демонстрирует последовательность решения задачи аналитического описания области работоспособности, позволяя сделать вывод о сложной конфигурации этой области даже для частных случаев и простейших электро-механических систем.

Ключевые слова: судовая электро-механическая система, аналитическое описание, область работоспособности, планирование эксперимента, логические R -функции.

Для цитирования:

Саушев А. В. Применение методов планирования эксперимента для аналитического описания областей работоспособности судовых электро-механических систем / А. В. Саушев // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2024. — Т. 16. — № 4. — С. 579–590. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-4-579-590.

Введение (Introduction)

Объектом исследования в работе являются различные по своему функциональному назначению судовые электро-механические системы (СЭМС), к которым, в частности, относятся системы распределения активной нагрузки между параллельно работающими судовыми синхронными генераторами, системы стабилизации напряжения судовых электроэнергетических систем, судовые электроприводы — гребные, рулевые, якорно-швартовные и др. Отличительной особенностью СЭМС являются сложные изменяющиеся условия эксплуатации, а также достаточно жесткие требования к их показателям качества, которые прописаны в Морском и Речном регистрах судостроительства. Одним из основных требований является обеспечение работоспособности СЭМС в процессе их эксплуатации. При этом важное значение имеет информация о границе области работоспособности (ОР), которая необходима для параметрической оптимизации СЭМС по критерию максимина, максимизирующего запас работоспособности СЭМС, контроля и прогнозирования их состояния в процессе эксплуатации [1]–[5].

Вопросы построения ОР применительно к техническим системам рассмотрены в литературе достаточно подробно [6]–[9]. При этом необходимо выделить следующее важное обстоятельство: первоначально границу ОР пытались аппроксимировать множеством граничных точек. Для этой цели были разработаны сеточные (дискретные) и непрерывные методы их поиска [6, с. 64], основным недостатком которых является то, что алгоритмы, реализующие данные методы, могут найти практическое применение только для небольшой размерности пространства первичных параметров технической системы, как правило, не превышающей трех. Кроме того, в полученном виде использовать полученную информацию крайне неудобно. Необходимо дополнительно решать задачу аппроксимации граничных точек поверхностями, в качестве которых обычно применяются гиперплоскости [6, с. 133]. Данная задача является сложной, трудоемкой и не всегда имеет однозначное решение. Основной проблемой аппроксимации ОР является ее сложная конфигура-

ция. Для пространства большой размерности она априорно неизвестна и как показали многочисленные исследования, форма ОР для различных технических систем может быть неоднозначной. При этом ОР состоит из целого ряда независимых друг от друга областей.

Для аппроксимации ОР были разработаны различные методы [10]–[12], большинство из которых предполагало аппроксимацию этой области регулярными фигурами: вписанным в область работоспособности гиперпараллелепипедом (брусом) или гиперкубом. В этом случае достаточно просто решается задача определения оптимальных значений первичных параметров технической системы по критерию запаса работоспособности. Центральная точка бруса и являлась искомым решением. Достаточно просто решается также задача контроля работоспособности технической системы, которая сводится к проверке выполнения допустимых условий по каждому первичному параметру системы (допусковый контроль). В работах [5], [6] было установлено и доказано, что такой подход имеет существенные недостатки. Первым из них является то, что ОР часто бывает неоднозначной и состоит из нескольких, непересекающихся подобластей различной конфигурации и объема. При этом вписывание бруса в первую найденную подобласть, как правило, не позволяет получить глобальный оптимум при решении задачи параметрического синтеза. Объем такой подобласти может быть значительно меньше объемов других подобластей. Вторым существенный недостаток заключается в том, что методическая погрешность такой аппроксимации недопустимо велика. Автором статьи [6, с. 125] было доказано, что с ростом размерности пространства первичных параметров эта погрешность резко нелинейно растет и при количестве параметров, равном пяти, может превышать 90 %. Всесторонний анализ показал, что при увеличении размерности основной объем ОР сосредоточен вдоль ее границ. Этим обстоятельством объяснялось то, что разработанные алгоритмы параметрического синтеза и контроля состояния различных по природе и функциональному состоянию технических систем могли быть использованы и позволяли получать достоверные результаты лишь при размерности пространства параметров, равной двум или трем.

Таким образом, был сделан однозначный вывод о том, что необходима разработка методов, позволяющих получить значительно более точную аппроксимацию ОР. Такое решение было найдено [5], [6]. Суть идеи сводилась к тому, что ОР рассматривалась не как единое целое, а как область, формирующаяся пересечением конечного числа гиперповерхностей. При этом каждая из них определяется заданным ограничением на значение конкретного показателя качества технической системы. Тем самым задача аппроксимации всей ОР была сведена к описанию каждой гиперповерхности в отдельности и построению единого аналитического описания ОР с предельно низкой методической погрешностью.

Целью статьи является доказательство возможности и целесообразности применительно к СЭМС использования для аппроксимации отдельных гиперповерхностей, составляющих их ОР, и полиномиальных моделей. Такие модели могут быть получены в результате использования методов планирования эксперимента и по своей природе позволяют построить единую аналитическую модель, описывающую ОР.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Область работоспособности. Условия работоспособности, которые определяют конфигурацию ОР СЭМС, в общем случае могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} Y_{j\min} &\leq Y_j = F_j(\mathbf{X}) \leq Y_{j\max}, \quad j = \overline{1, m}; \\ Z_{j\min}^v &\leq Z_j^v = F_j^v(\mathbf{X}) \leq Z_{j\max}^v, \quad v = \overline{1, h}; \\ X_{i\min} &\leq X_i \leq X_{i\max}, \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $Y_{j\max}$ ($Z_{j\max}^v$), $Y_{j\min}$ ($Z_{j\min}^v$), Y_j (Z_j^v) — соответственно максимально и минимально допустимое и текущее значения j -го выходного (внутреннего) параметра;

$F(\mathbf{X})$ — оператор связи первичных и выходных параметров.

Первичные параметры X определяют состояние и свойства системы. К ним, например, относятся активное и индуктивное сопротивление обмотки электродвигателя, емкость конденсатора, коэффициент усиления и постоянная времени регулятора системы управления, геометрические размеры магнитопровода трансформатора. Выходными параметрами Y в данной работе являются показатели качества СЭМС (например, величина провала напряжения на шинах судовой электростанции, время нарастания угловой скорости электродвигателя до установившегося значения, время переходного процесса, вероятность безотказной работы системы), а также внутренние параметры Z — характеристики фазовых переменных на выходах элементов с ЭМС (например, амплитуда и длительность импульсов на выходе системы импульсно-фазового управления системы управления гребного электропривода). Более подробно параметры, характеризующие свойства электромеханических систем, рассмотрены в работах [1], [5], [6].

Первое неравенство системы уравнений (1) определяет (рис. 1) допусковую область D_Y пространства выходных параметров Y ЭМС. Этой области в пространстве первичных параметров X ставится в соответствие область M_Y . Данное соответствие можно представить в виде отображения $\Phi_{YX} : D_Y \rightarrow M_Y$. Второе неравенство данной системы уравнений определяет допусковую область D_Z пространства параметров Z . Последней в пространстве параметров X соответствует допусковая область M_Z , которая также может быть представлена соответствующим отображением. Третье неравенство системы уравнений (1) определяет допусковую область D_X .

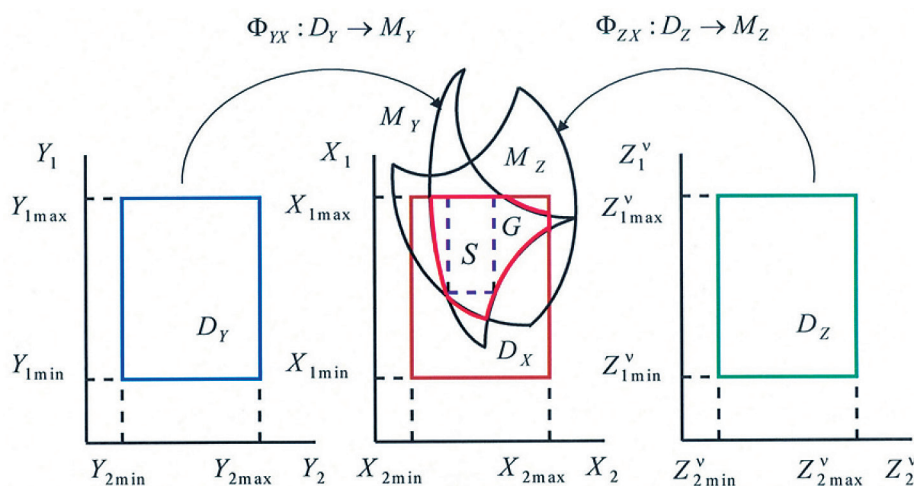


Рис. 1. Геометрическое отображение условий и области работоспособности

Множество $G = D_X \cap M_Z \cap M_Y$, являющееся пересечением областей D_X , M_Z и M_Y , является ОР. Область D_X для удобства достаточно часто обозначают буквой P . При аналитическом описании ОР обычно аппроксимируют вписанным брусом S , который на рис. 1 показан пунктиром. Более подробно этот вопрос рассмотрен в работе [6].

Аналитическое описание областей работоспособности. Аналитическое описание ОР предполагает ее задание не в виде множества граничных точек, а в виде детерминированной модели, представляющей собой совокупность формульных и математических зависимостей. В работе [6] установлено, что представление ОР некоторой регулярной фигурой (например, брусом или гиперэллипсоидом) является слишком грубой аппроксимацией. Такой подход приводит к недопустимо высокой методической погрешности [6, с. 125].

Аналитическое решение, позволяющее получить значительно более точную аппроксимацию реальной ОР было найдено и описано в работе [5]. При этом было предложено каждую гиперповерхность, составляющую ОР, вначале аппроксимировать отдельным аналитическим выражением, а затем, используя свойства логических R -функций для получения единого аналитического выражения [5], [6].

Учитывая, что ОР представляет собой пересечение конечного числа гиперповерхностей f_g , $g = 1, 2, \dots, d$; $d = 2(m + h + n)$, описываемых уравнениями $f_g(\mathbf{X}) = 0$, а функции ограничения $f_g(\mathbf{X}) = \varphi_g$ определяются условиями работоспособности (1.2) и представляют собой левые части неравенств: $F_j(\mathbf{X}) - Y_{j\min} \geq 0$, $Y_{j\max} - F_j(\mathbf{X}) \geq 0$, $F_j^v(\mathbf{X}) - Z_{j\min}^v \geq 0$, $Z_{j\max}^v - F_j^v(\mathbf{X}) \geq 0$, $X_i - X_{i\min} \geq 0$, $X_{i\max} - X_i \geq 0$, функцию G , описывающую область работоспособности, можно представить в виде следующего логического выражения:

$$G = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \dots \wedge \varphi_g \wedge \dots \wedge \varphi_d.$$

Если функции $f_g(\mathbf{X})$ принадлежат к классу R -функций [6], то можно воспользоваться их свойствами и перейти от логической к аналитической форме записи. Результаты такого перехода рассмотрены в работах [5], [6].

В окончательном виде ОР может быть представлена в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} G(\mathbf{X}) = \varphi_{(d)} = 0,5(\varphi_{(d-1)} + \varphi_d - |\varphi_{(d-1)} - \varphi_d|); \\ \varphi_{(d-1)} = 0,5(\varphi_{(d-2)} + \varphi_{d-1} - |\varphi_{(d-2)} - \varphi_{d-1}|); \\ \dots \\ \varphi_{(g)} = 0,5(\varphi_{(g-1)} + \varphi_g - |\varphi_{(g-1)} - \varphi_g|); \\ \dots \\ \varphi_{(3)} = 0,5(\varphi_{(2)} + \varphi_3 - |\varphi_{(2)} - \varphi_3|); \\ \varphi_{(2)} = 0,5(\varphi_1 + \varphi_2 - |\varphi_1 - \varphi_2|). \end{cases} \quad (2)$$

Приравняв функцию $G(\mathbf{X})$ нулю, получим уравнение, описывающее границу ОР ЭМС. Данный подход позволяет получить аналитическое описание ОР для любой ее конфигурации, включая неодносвязную форму. При этом достаточно просто решается задача определения работоспособности СЭМС, а также может быть решена задача параметрической оптимизации ЭМС по критерию обеспечения максимального или заданного запаса работоспособности. Это достигается путем последовательного сужения исходной области работоспособности до получения конечного результата — оптимальной точки. Такой подход, получивший название *метода сужающихся областей* (метод Саушева) впервые позволил решить поставленную задачу для произвольной формы ОР [1].

Для практического применения предложенного подхода необходимо иметь зависимости $F_j(\mathbf{X})$, которые связывают между собой первичные параметры и показатели качества СЭМС. Для простейших судовых систем такие зависимости могут быть известны. В общем случае для их получения предлагается воспользоваться методами планирования эксперимента. Полученные полиномиальные зависимости с заданной точностью будут аппроксимировать гиперповерхности, составляющие область работоспособности. Методическая погрешность такой аппроксимации крайне низкая. Она зависит от вида аппроксимирующего полинома и практически во всех случаях не превышает 5 %. Погрешность аппроксимации всей области работоспособности, в силу ее аддитивности к погрешностям отдельных гиперповерхностей, также не будет превышать этого значения.

Важным достоинством полиномиальных моделей является их простота и возможность использования при большой размерности пространства первичных параметров. При необходимости для сокращения размерности задачи могут быть использованы известные методы отсеивающего эксперимента [6, с. 332]. В отличие от уравнений, которые могут быть получены в результате решения исходного математического описания СЭМС, в случае проведения натурного эксперимента при измерении отклика автоматически учитываются конкретные значения всех параметров СЭМС, которыми она характеризуется в данный момент времени, что повышает точность таких моделей.

Результаты (Results)

Для использования полиномиальных моделей с целью аналитического описания ОР необходимо, чтобы они принадлежали к классу R -функций. Рассмотрим это условие более подробно. Значения факторов, представленные в относительных единицах, могут принимать значения от -1 до $+1$, т. е. быть положительными и отрицательными. При этом предположим, что нулевое значение фактора является положительной величиной (уравнения (1) являются нестрогими).

Знак результата операции над факторами не зависит от их численных значений, он определяется их знаками. Следовательно, знак любого фактора полиномиальной модели можно рассматривать как булеву переменную. Пусть знаку «+» соответствует значение истинности события (логическая единица), а знаку «-» — значение ложности (логический нуль).

Таким образом, операциям над факторами будут соответствовать операции над двоичными переменными, являющимися логическими булевыми функциями. Принадлежность фактора X к классу положительных или отрицательных чисел можно задать с помощью предиката:

$$S(X) = 0,5(1 + \text{sign}X), X \neq 0.$$

Введем в рассмотрение логические R -функции [6, с. 52]. Функция $\hat{Y} = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ будет являться R -функцией, если в каждой из областей H_j ($j = 1, 2, \dots, 2^n$) декартовой системы координат она сохраняет постоянный знак, т. е. $S[F(X_1, X_2, \dots, X_n)] = F_i = \text{const}$, где F_i — двоичная величина, одинаковая для всех точек области H_j . При этом каждой точке пространства параметров R^n , отличной от нуля, соответствует определенный набор двоичных величин $x_1, x_2, \dots, x_n$, определяемых выражением

$$x_i = S(X_i), i = 1, 2, \dots, n.$$

Для двух факторов будем иметь четыре подобласти (квадранта). Поскольку каждому набору двоичных переменных $x_i = S(X_i), i = 1, 2, \dots, n$ соответствует конкретная область H_j , а, следовательно, и величина F_j , можно получить такую булеву функцию $[F(x_1, x_2, \dots, x_n)]$, для которой справедливо равенство

$$S[F(X_1, X_2, \dots, X_n)] = F[S(X_1), S(X_2), \dots, S(X_n)], \quad (3)$$

выполнение которого является необходимым и достаточным условием того, чтобы функция $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ относилась к классу R -функций.

Рассмотрим полином первого порядка, при помощи которого строится регрессионная модель на основе методов планирования эксперимента при использовании планов первого порядка. Выберем для простоты анализа план полного факторного эксперимента с двумя факторами. Регрессионная модель будет иметь вид

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2. \quad (4)$$

Каждое слагаемое уравнения (4) является R -функцией. Например, функция $b_{12}X_1X_2$ является R -функцией, поскольку произведение X_1X_2 сохраняет постоянный знак в каждом квадранте декартовой системы координат. В первом и третьем квадрантах функция $Y = b_{12}x_1x_2$ равна при этом $x_1 = 1, x_2 = 1$ и $x_1 = 0, x_2 = 0$ и равна нулю во втором и четвертом квадрантах: $x_1 = 0, x_2 = 1$ и $x_1 = 1, x_2 = 0$. Таким образом, произведению переменных X_1 и X_2 соответствует логическая операция равнозначности:

$$Y = F(b_{12}x_1x_2) = x_1 \sim x_2.$$

Рассматривая уравнение в целом, нельзя утверждать, что оно принадлежит к классу R -функций, поскольку знаки коэффициентов модели могут быть разные: как положительные, так и отрицательные. Лишь в случае, если знаки всех коэффициентов уравнения одинаковые (положительные или отрицательные), оно будет являться R -функцией.

При решении рассматриваемой задачи имеет место еще одно ограничение, а именно функция $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ является постоянной величиной и определяет числовое значение конкретного показателя качества. В силу этого условия в пространстве параметров X уравнению (4) будет соот-

ветствовать одна гиперповерхность, каждая точка которой определяется конкретными значениями этих параметров. Отсюда следует, что и знак функции $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ при любых возможных сочетаниях параметров $\mathbf{X}$ всегда будет оставаться неизменным. Данный вывод, очевидно, справедлив и для полиномов более высокой степени. Таким образом, для решаемой задачи полученные в ходе проведения активного эксперимента регрессионные модели для любых СЭМС будут являться R -функциями и к ним можно применять все известные формулы, позволяющие перейти от логической к аналитической форме записи исходных уравнений.

В качестве примера рассмотрим простейшую СЭМС, состоящую из усилителя и асинхронного исполнительного электродвигателя с короткозамкнутым ротором мощностью 300 Вт и моментом инерции ротора $340,5 \cdot 10^{-5}$ кг·м² [6, с. 305]. Показателями качества данной системы являются: t_p — время разбега электродвигателя от неподвижного состояния до установившейся скорости при моменте сопротивления $M_c = 0$ и номинальном напряжении сети 220 В, $f = 50$ Гц; $M_{уд}$ — ударный момент, т. е. наибольший пик момента в процессе пуска; $\lambda = I_{уд}/I_{уст}$ — кратность пускового тока ($I_{уд}$ — ударный ток статора; $I_{уст}$ — установившийся ток статора). Ограничения значений показателей качества имеют вид:

$$8 \leq t_p = Y_1 \leq 9; M_{уд} = Y_2 \leq 75; \lambda = Y_3 \leq 1,65.$$

Параметры электродвигателя, от которых зависят его динамические показатели качества, представлены в относительных единицах:

- X_1 — нормированное значение активного сопротивления статора;
- X_2 — нормированное значение индуктивного сопротивления взаимной индукции;
- X_3 — нормированное значение индуктивного сопротивления рассеяния обмотки статора;
- X_4 — нормированное значение приведенного активного сопротивления обмотки ротора;
- X_5 — нормированное значение приведенного индуктивного сопротивления обмотки ротора.

Численные значения сопротивлений, а также процесс построения регрессионных моделей рассмотрены в работе [6, с. 305]. В качестве плана эксперимента использовался дробный факторный эксперимент, который являлся полуреplikой полного факторного эксперимента.

После проверки статистической значимости коэффициентов регрессионных моделей и отбрасывания слагаемых модели с малозначимыми коэффициентами были получены окончательные уравнения, устанавливающие связь показателей качества с первичными параметрами рассматриваемой СЭМС:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_1 &= 9,28 + 0,44X_1 + 3,9X_2 - 2,05X_3 + 1,844X_4 - 1,46X_1X_5 - 1,205X_2X_3 + \\ &\quad + 1,24X_2X_4 - 0,425X_2X_5 - 1,57X_3X_4; \\ \hat{Y}_2 &= 64 - 10,32X_1 - 18,35X_2 + 8,8X_3 - 10,11X_4 - 1,8X_5 + \\ &\quad + 1,69X_1X_2 + 1,89X_1X_3 + 2,16X_1X_4 - 1,37X_1X_5 + 1,98X_2X_4 - 1,66X_3X_4; \\ \hat{Y}_3 &= 1,58 - 0,069X_1 - 0,314X_2 + 0,37X_3 + 0,064X_1X_2 - 0,032X_1X_3 + \\ &\quad + 0,046X_1X_4 + 0,029X_1X_5 - 0,234X_2X_3 + 0,032X_2X_4.\end{aligned}$$

Введем обозначения: $\hat{Y}_1 = F_1(\mathbf{X})$; $\hat{Y}_2 = F_2(\mathbf{X})$; $\hat{Y}_3 = F_3(\mathbf{X})$ и запишем выражения для логических R -функций, определяющих границу ОР:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= F_1(\mathbf{X}) - Y_{1\min} = (9,28 + 0,44X_1 + 3,9X_2 - 2,05X_3 + 1,844X_4 - 1,46X_1X_5 - \\ &\quad - 1,205X_2X_3 + 1,24X_2X_4 - 0,425X_2X_5 - 1,57X_3X_4) - 8; \\ \varphi_2 &= Y_{1\max} - F_1(\mathbf{X}) = 9 - F_1(\mathbf{X}); \\ \varphi_3 &= Y_2 - F_2(\mathbf{X}) = 68 - (64 - 10,32X_1 - 18,35X_2 + 8,8X_3 - 10,11X_4 - 1,8X_5 + \\ &\quad + 1,69X_1X_2 + 1,89X_1X_3 + 2,16X_1X_4 - 1,37X_1X_5 + 1,98X_2X_4 - 1,66X_3X_4); \\ \varphi_4 &= Y_3 - F_3(\mathbf{X}) = 1,65 - (1,58 - 0,069X_1 - 0,314X_2 + 0,37X_3 + \\ &\quad + 0,064X_1X_2 - 0,032X_1X_3 + 0,046X_1X_4 + 0,029X_1X_5 - 0,234X_2X_3 + 0,032X_2X_4 + \\ &\quad + 0,025X_2X_5 - 0,057X_3X_4 - 0,043X_3X_5 + 0,049X_4X_5).\end{aligned}$$

Аналогичным образом получим логические R -функции, определяющие в относительных единицах границу допусковой области $\mathbf{P}$ пространства первичных параметров:

$$\begin{aligned}\varphi_5 &= X_1 + 1; \varphi_6 = 1 - X_1; \varphi_7 = X_2 + 1; \varphi_8 = 1 - X_2; \varphi_9 = X_3 + 1; \\ \varphi_{10} &= 1 - X_3; \varphi_{11} = X_4 + 1; \varphi_{12} = 1 - X_4; \varphi_{13} = X_5 + 1; \varphi_{14} = 1 - X_5.\end{aligned}$$

На основании (2) запишем выражения, аналитически описывающие области $\mathbf{M}$, $\mathbf{P}$ и $\mathbf{G}$, используя рекуррентную форму записи:

$$M(\mathbf{X}) = 0,5(\varphi_{12} + \varphi_{34} - |\varphi_{12} - \varphi_{34}|); \quad P(\mathbf{X}) = 0,5(\varphi_{5-12} + \varphi_{1314} - |\varphi_{5-12} - \varphi_{1314}|);$$

$$G(\mathbf{X}) = 0,5(M(\mathbf{X}) + P(\mathbf{X}) - |M(\mathbf{X}) - P(\mathbf{X})|);$$

$$\varphi_{12} = 0,5(\varphi_1 + \varphi_2 - |\varphi_1 - \varphi_2|); \varphi_{34} = 0,5(\varphi_3 + \varphi_4 - |\varphi_3 - \varphi_4|);$$

$$\varphi_{5-8} = 0,5(\varphi_{56} + \varphi_{78} - |\varphi_{56} - \varphi_{78}|); \varphi_{5-10} = 0,5(\varphi_{58} + \varphi_{910} - |\varphi_{58} - \varphi_{910}|);$$

$$\varphi_{5-12} = 0,5(\varphi_{5-10} + \varphi_{1112} - |\varphi_{5-10} - \varphi_{1112}|); \varphi_{56} = 0,5(2 - |X_5| - |X_6| - ||X_6| - |X_5||);$$

$$\varphi_{78} = 0,5(2 - |X_7| - |X_8| - ||X_7| - |X_8||); \varphi_{910} = 0,5(2 - |X_9| - |X_{10}| - ||X_9| - |X_{10}||);$$

$$\varphi_{1112} = 0,5(2 - |X_{11}| - |X_{12}| - ||X_{11}| - |X_{12}||); \varphi_{1314} = 0,5(2 - |X_{13}| - |X_{14}| - ||X_{13}| - |X_{14}||).$$

Для наглядности рассмотрим уравнения, описывающие сечения области работоспособности в двухмерном пространстве параметров при условии, что остальные параметры находятся в центре области допуска, т. е. принимают в относительных единицах значение, равное нулю. Всего возможны десять комбинаций. Ограничимся рассмотрением шести вариантов.

1. Пространство параметров X_1 и X_2 :

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= a1_{12} = F_1(X_1, X_2) - Y_{1\min} = (9,28 + 0,44X_1 + 3,9X_2) - 8 = 0; \\ \varphi_2 &= a2_{12} = Y_{1\max} - F_1(X_1, X_2) = 9 - (9,28 + 0,44X_1 + 3,9X_2) = 0; \\ \varphi_3 &= a3_{12} = Y_2 - F_2(X_1, X_2) = 68 - (64 - 10,32X_1 - 18,35X_2 + 1,69X_1X_2) = 0; \\ \varphi_4 &= a4_{12} = Y_3 - F_3(X_1, X_2) = 1,65 - (1,58 - 0,069X_1 - 0,314X_2 + 0,064X_1X_2) = 0.\end{aligned}$$

2. Пространство параметров X_1 и X_3 :

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= a1_{13} = F_1(X_1, X_3) - Y_{1\min} = (9,28 + 0,44X_1 - 2,05X_3) - 8 = 0; \\ \varphi_2 &= a2_{13} = Y_{1\max} - F_1(X_1, X_3) = 9 - (9,28 + 0,44X_1 - 2,05X_3) = 0; \\ \varphi_3 &= a3_{13} = Y_2 - F_2(X_1, X_3) = 68 - (64 - 10,32X_1 + 8,8X_3 + 1,89X_1X_3) = 0; \\ \varphi_4 &= a4_{13} = Y_3 - F_3(X_1, X_3) = 1,65 - (1,58 - 0,069X_1 + 0,37X_3 - 0,032X_1X_3) = 0.\end{aligned}$$

3. Пространство параметров X_1 и X_4 :

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= a1_{14} = F_1(X_1, X_4) - Y_{1\min} = (9,28 + 0,44X_1 + 1,844X_4) - 8 = 0; \\ \varphi_2 &= a2_{14} = Y_{1\max} - F_1(X_1, X_4) = 9 - (9,28 + 0,44X_1 + 1,844X_4) = 0; \\ \varphi_3 &= a3_{14} = Y_2 - F_2(X_1, X_4) = 68 - (64 - 10,32X_1 - 10,11X_4 + 2,16X_1X_4) = 0; \\ \varphi_4 &= a4_{14} = Y_3 - F_3(X_1, X_4) = 1,65 - (1,58 - 0,069X_1 + 0,046X_1X_4) = 0.\end{aligned}$$

4. Пространство параметров X_1 и X_5 :

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= a1_{15} = F_1(X_1, X_5) - Y_{1\min} = (9,28 + 0,44X_1 - 1,46X_1X_5) - 8 = 0; \\ \varphi_2 &= a2_{15} = Y_{1\max} - F_1(X_1, X_5) = 9 - (9,28 + 0,44X_1 - 1,46X_1X_5) = 0; \\ \varphi_3 &= a3_{15} = Y_2 - F_2(X_1, X_5) = 68 - (64 - 10,32X_1 - 1,8X_5 - 1,37X_1X_5) = 0; \\ \varphi_4 &= a4_{15} = Y_3 - F_3(X_1, X_5) = 1,65 - (1,58 - 0,069X_1 + 0,029X_1X_5) = 0.\end{aligned}$$

5. Пространство параметров X_2 и X_3 :

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= a1_{23} = F_1(X_2, X_3) - Y_{1\min} = (9,28 + 3,9X_2 - 2,05X_3 - 1,205X_2X_3) - 8 = 0; \\ \varphi_2 &= a2_{23} = Y_{1\max} - F_1(X_2, X_3) = 9 - (9,28 + 3,9X_2 - 2,05X_3 - 1,205X_2X_3) = 0; \\ \varphi_3 &= a3_{23} = Y_2 - F_2(X_2, X_3) = 68 - (64 - 18,35X_2 + 8,8X_3) = 0; \\ \varphi_4 &= a4_{23} = Y_3 - F_3(X_2, X_3) = 1,65 - (1,58 - 0,314X_2 + 0,37X_3 - 0,234X_2X_3) = 0.\end{aligned}$$

6. Пространство параметров X_4 и X_5 :

$$\varphi_1 = a1_{45} = F_1(X_4, X_5) - Y_{1\min} = (9,28 + 1,844X_4) - 8 = 0;$$

$$\varphi_2 = a2_{45} = Y_{1\max} - F_1(X_4, X_5) = 9 - (9,28 + 1,844X_4) = 0;$$

$$\varphi_3 = a3_{45} = Y_2 - F_2(X_4, X_5) = 68 - (64 - 10,11X_4 - 1,8X_5) = 0;$$

$$\varphi_4 = a4_{45} = Y_3 - F_3(X_4, X_5) = 1,65 - (1,58 + 0,049X_4X_5) = 0.$$

На рис. 2 представлены сечения области работоспособности усилителя-электродвигателя для рассмотренных шести вариантов, ОР выделены фоном желтого цвета.

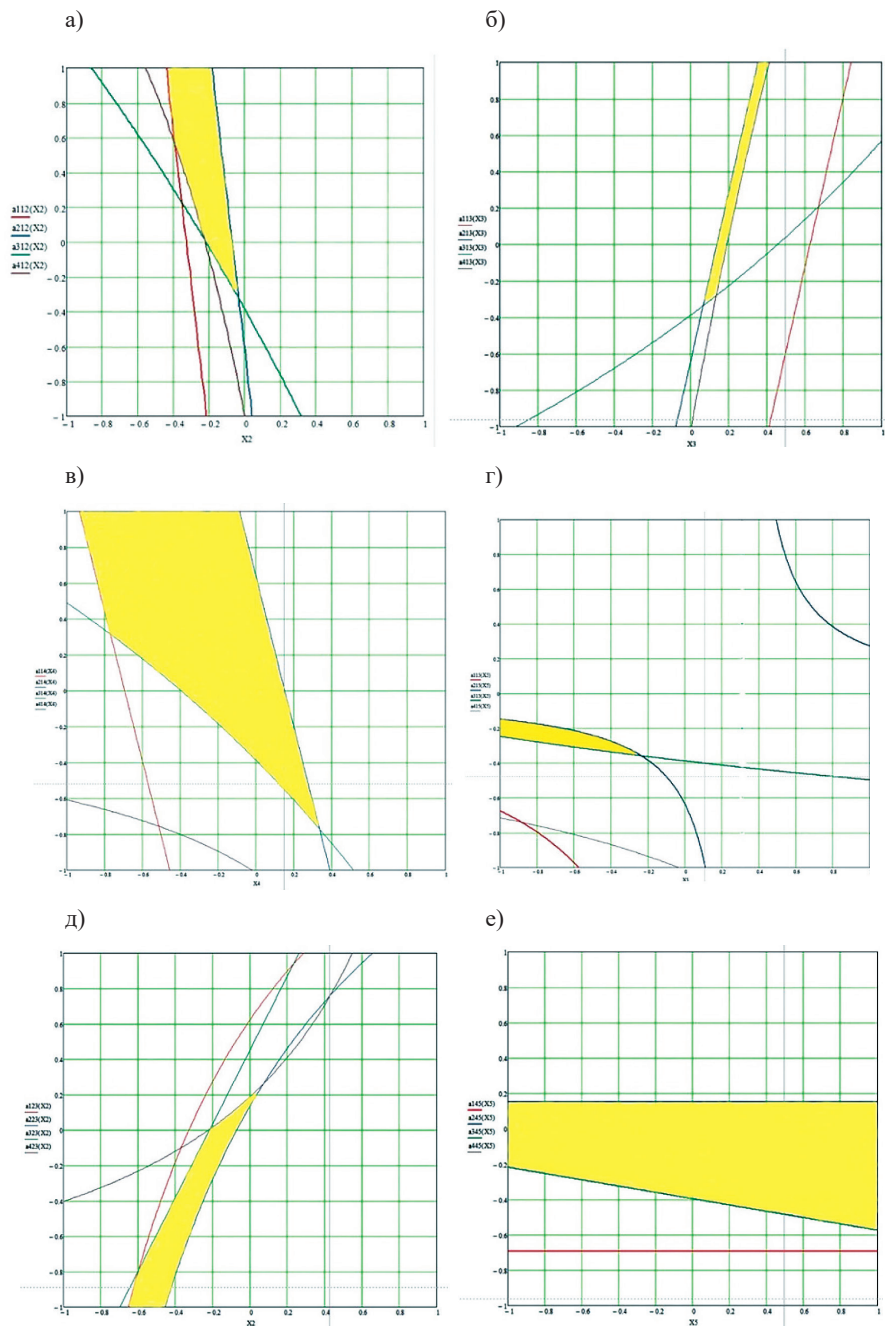


Рис. 2. Сечения области работоспособности усилителя-электродвигателя в пространстве параметров: а — X_1 и X_2 ; б — X_1 и X_3 ; в — X_1 и X_4 ; г — X_1 и X_5 ; д — X_2 и X_3 ; е — X_4 и X_5

Анализ показывает, что все сечения ОР не являются пустыми множествами, они различаются конфигурацией и площадью относительно допусковой области P , ограниченной предельными относительными значениями факторов: +1 и -1.

Рассмотрим первый частный случай, который иллюстрирует аналитическое описание сечения ОР в пространстве параметров X_1 и X_2 . На основании имеющихся полиномиальных уравнений, используя свойства R -функций, получим уравнение области $G_{12}(\mathbf{X})$, которое аналитически будет описывать это сечение. При этом

$$\begin{aligned}
 M_{12} &= \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4, \quad P_{12} = \varphi_5 \wedge \varphi_6 \wedge \varphi_7 \wedge \varphi_8; \\
 G_{12} &= M_{12} \wedge P_{12} = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4 \wedge \varphi_5 \wedge \varphi_6 \wedge \varphi_7 \wedge \varphi_8; \\
 \varphi_1 &= a1_{12} = F_1(X_1, X_2) - Y_{\min} = (9,28 + 0,44X_1 + 3,9X_2) - 8; \\
 \varphi_2 &= a2_{12} = Y_{\max} - F_1(X_1, X_2) = 9 - (9,28 + 0,44X_1 + 3,9X_2); \\
 \varphi_3 &= a3_{12} = Y_2 - F_2(X_1, X_2) = 68 - (64 - 10,32X_1 - 18,35X_2 + 1,69X_1X_2); \\
 \varphi_4 &= a4_{12} = Y_3 - F_3(X_1, X_2) = 1,65 - (1,58 - 0,069X_1 - 0,314X_2 + 0,064X_1X_2); \\
 \varphi_5 &= X_1 + 1; \\
 \varphi_6 &= 1 - X_1; \\
 \varphi_7 &= X_2 + 1; \\
 \varphi_8 &= 1 - X_2. \\
 M_{12}(\mathbf{X}) &= 0,5(\varphi_{12} + \varphi_{34} - |\varphi_{12} - \varphi_{34}|); \quad P_{12}(\mathbf{X}) = 0,5(\varphi_{56} + \varphi_{78} - |\varphi_{56} - \varphi_{78}|); \\
 G_{12}(\mathbf{X}) &= 0,5(M_{12}(\mathbf{X}) + P_{12}(\mathbf{X}) - |M_{12}(\mathbf{X}) - P_{12}(\mathbf{X})|); \\
 \varphi_{12} &= 0,5(\varphi_1 + \varphi_2 - |\varphi_1 - \varphi_2|) = 0,5(1 - |1 + 0,88X_1 + 7,8X_2|); \\
 \varphi_{34} &= 0,5(\varphi_3 + \varphi_4 - |\varphi_3 - \varphi_4|) = 0,5(5,65 + 10,399X_1 + \\
 &\quad + 18,664X_2 - 1,754X_1X_2 - |3,93 + 10,251X_1 + 18,036X_2 - 1,626X_1X_2|);
 \end{aligned} \tag{5}$$

Аналитическое описание области P_{12} будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \varphi_{56} &= 0,5(\varphi_5 + \varphi_6 - |\varphi_5 - \varphi_6|) = 1 - |X_1|; \\
 \varphi_{78} &= 0,5(\varphi_7 + \varphi_8 - |\varphi_7 - \varphi_8|) = 1 - |X_2|; \\
 P_{12}(\mathbf{X}) &= 0,5(2 - |X_1| - |X_2| - ||X_2| - |X_1||).
 \end{aligned}$$

Искомое аналитическое описание сечения ОР в пространстве параметров X_1 и X_2 определяется выражением (5). При этом нет необходимости подробно раскрывать выражения, аналитически описывающие допусковую область M_{12} и область G_{12} , поскольку они определяются рекуррентно на основе приведенных функций-ограничений $\varphi_1 - \varphi_8$.

Полученное аналитическое описание области G_{12} позволяет решать важнейшие задачи параметрического управления состоянием рассматриваемой СЭМС. Предположим, что решается задача распознавания состояния СЭМС на стадии эксплуатации. Пусть значения диагностических параметров X_1 и X_2 , полученные на основе использования методов идентификации в относительных единицах, имеют значения: $X_1 = 0,4$ и $X_2 = -0,2$. Подставим эти значения в уравнение (5), описывающее сечение ОР (рис. 2, а) в пространстве рассматриваемых параметров. В результате расчетов получим:

$$\varphi_{12} = 0,396; \quad \varphi_{34} = 0,832; \quad M_{12}(\mathbf{X}) = 0,396; \quad P_{12}(\mathbf{X}) = 0,6; \quad G_{12}(\mathbf{X}) = 0,391.$$

Поскольку полученный результат $G_{12}(\mathbf{X}) = 0,391$ оказался положительным, можно сделать вывод, что СЭМС находится в работоспособном состоянии. В этом легко убедиться, обратившись к рис. 2, а, где заданные координаты $X_1 = 0,4$ и $X_2 = -0,2$ определяют точку, которая находится внутри рассматриваемого сечения ОР.

Заключение (Conclusion)

Проведенные исследования доказывают возможность и целесообразность использования методов планирования эксперимента для аналитического описания ОР, предполагающего независимую

аппроксимацию гиперповерхностей, составляющих ОР, полиномиальными функциями и их дальнейшего объединения в одно уравнение на основе использования свойств R -функций. Доказано, что полиномы, полученные в результате экспериментальных исследований, обладают свойствами R -функций, позволяя решать задачу аналитического описания ОР для больших размерностей пространства первичных параметров СЭМС. При этом экспериментальные исследования могут быть проведены непосредственно на действующих установках судна. Для этого разработано специальное устройство, позволяющее изменять первичные параметры СЭМС без нарушения монтажа [6, с. 270].

Информация о границе ОР в виде ее аналитического описания позволяет успешно решать важнейшие задачи управления состоянием различных по своей структуре и функциональному назначению СЭТС на стадиях их проектирования и эксплуатации. Полученный результат особенно важен для СЭМС, работающих в сложных, изменяющихся условиях эксплуатации, например, для систем судов ледового класса, для которых важнейшим показателем качества является запас работоспособности. Анализ рассмотренного примера показывает, что ОР даже для простейшей электромеханической системы может иметь достаточно сложную конфигурацию. Вместе с тем предложенный подход аналитического описания ОР на основе применения методов планирования эксперимента решает поставленную задачу для общего случая при любой конфигурации ОР.

Направлением дальнейших исследований может являться получение точной оценки методической погрешности аппроксимации ОР полиномиальными функциями в случае применения полиномов первого и второго порядка и различных планов, используемых для их получения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саушев А. В. Параметрический синтез электротехнических устройств и систем / А. В. Саушев. — СПб.: ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2013. — 315 с.
2. Саушев А. В. Оперативная идентификация технического состояния судовой электростанции для решения задач предупредительного управления / А. В. Саушев, Н. В. Широков // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 2. — С. 306–318. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-2-306-318.
3. Назаров Д. А. Использование областей работоспособности в программных средствах прогнозирования технического состояния систем ответственного назначения / Д. А. Назаров // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». — 2023. — Т. 1. — С. 228–231.
4. Таран В. Н. Работоспособность системы управления электротехнического комплекса / В. Н. Таран, А. В. Шандыбин // Транспорт: наука, образование, производство. Сборник научных трудов международной научно-практической конференции. Ростов-на-Дону. — Ростов н/Д: Ростовский государственный университет путей сообщения, 2023. — Т. 1. — С. 208–212.
5. Саушев А. В. Математическое описание областей работоспособности электромеханических систем / А. В. Саушев // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2013. — № 6. — С. 7–13.
6. Саушев А. В. Области работоспособности электротехнических систем / А. В. Саушев. — СПб.: Политехника, 2013. — 414 с.
7. Болелов Э. А. Методика определения области работоспособности пилотажно-навигационного комплекса на множестве инвариантных контрольных соотношений / Э. А. Болелов, С. В. Шалупин, Н. Ю. Воскресенский [и др.] // Авиакосмическое приборостроение. — 2022. — № 11. — С. 12–18. DOI: 10.25791/aviakosmos.11.2022.1306.
8. Абрамов О. В. Облачные технологии для решения задач построения и анализа областей работоспособности / О. В. Абрамов, Д. А. Назаров // Информатика и системы управления. — 2021. — № 4 (70). — С. 53–66. DOI: 10.22250/isu.2021.70.53-66.
9. Куликов В. Е. Определение области работоспособного состояния электромеханического привода в пространстве параметров линеаризованной модели / В. Е. Куликов, Д. Б. Юрченко // Навигация и управление летательными аппаратами. — 2019. — № 2 (25). — С. 33–49.
10. Назаров Д. А. Использование нейронных сетей для аппроксимации областей работоспособности электротехнических систем / Д. А. Назаров // Информатика и системы управления. — 2023. — Т. 4. — № 78. — С. 55–64. DOI: 10.22250/18142400_2023_78_4_55.

11. Катueva Я. В. Геометрический анализ области работоспособности на основе метода Монте-Карло / Я. В. Катueva, М. Ф. Аноп // Информатика и системы управления. — 2011. — № 2 (28). — С. 30–40.
12. Миронов А. Н. Исследование вопросов моделирования границ области работоспособности элементов бортовой аппаратуры космических аппаратов на стадиях создания и эксплуатации / А. Н. Миронов, Е. А. Миронов, О. Л. Шестопалова, С. А. Платонов // Фундаментальные исследования. — 2015. — № 2–13. — С. 2815–2818.

REFERENCES

1. Saushev, A. V. *Parametricheskii sintez elektrotekhnicheskikh ustroystv i sistem*. SPb.: GUMRF im. adm. S. O. Makarova, 2013.
2. Saushev, Alexander V., and Nikolaj V. Shirokov. “Operational identification of the ship’s power plant technical condition for solving problems of preventive management.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admiral S. O. Makarova* 14.2 (2022): 306–318. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-2-306-318.
3. Nazarov, D. A. “Use of acceptability regions in software for critical systems technical condition forecasting.” *Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality* 1 (2023): 228–231.
4. Taran, V. N., and A. V. Shandybin. “Operating capability of the control system of the electrical complex.” *Transport: nauka, obrazovanie, proizvodstvo. Sbornik nauchnykh trudov mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. Rostov-na-Donu*. Vol. 1. Rostov-na-Donu: Rostovskii gosudarstvennyi universitet putei soobshcheniya, 2023. 208–212.
5. Saushev, A. V. “The mathematical description of areas of working capacity of electromechanical systems.” *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie* 6 (2013): 7–13.
6. Saushev, A. V. *Oblasti rabotosposobnosti elektrotekhnicheskikh sistem*. SPb.: Politehnika, 2013.
7. Bolelov, E. A., S. V. Shalupin, N. Yu. Voskresensky, A. A. Eshchenko, and I. B. Guberman. “Methodology for determining the range of operability of the flight and navigation complex on a set of invariant control ratios.” *Aerospace Instrument-Making* 11 (2022): 12–18. DOI: 10.25791/aviakosmos.11.2022.1306.
8. Abramov, O. V., and D. A. Nazarov. “Application of cloud computing technology for solving the problem of acceptability regions construction and analysis.” *Information Science and Control Systems* 4(70) (2021): 53–66. DOI: 10.22250/isu.2021.70.53–66.
9. Kulikov, V. E., and D. B. Yurchenko. “Determination of operational state range of the electromechanical actuator in linearized model parameters space.” *Navigatsiya i upravlenie letatel’nymi apparatami* 2(25) (2019): 33–49.
10. Nazarov, D. A. “The use of neural networks to approximate the areas of operability of electrical systems.” *Information Science and Control Systems* 4.78 (2023): 55–64. DOI: 10.22250/18142400_2023_78_4_55.
11. Katueva Y. V., and M. F. Anop. “Geometric analysis of performance region based on the Monte-Carlo method.” *Information Science and Control Systems* 2(28) (2011): 30–40.
12. Mironov, A. N., E. A. Mironov, O. L. Shestopalova, and S. A. Platonov. “Research of questions modeling of border areas functioning elements of onboard equipment spacecraft at the stage of creation and operation.” *Fundamental research* 2–13 (2015): 2815–2818.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Саушев Александр Васильевич —
доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: saushev@bk.ru, SaushevAV@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Saushev, Alexander V. —
Dr. of Technical Sciences, professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: saushev@bk.ru, SaushevAV@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 12 июля 2024 г.
Received: July 12, 2024.