

ТЕХНОЛОГИЯ СУДОСТРОЕНИЯ, СУДОРЕМОНТА И ОРГАНИЗАЦИЯ СУДОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-4-507-518

FORCED VIBRATIONS OF THE SHAFT LINE BASED ON THE MODEL OF A TWO-STAGE ROD WITH AN ELASTIC CONNECTION OF SECTIONS

S. N. Tsarenko¹, S. A. Zaitsev², A. S. Korzh³

¹ — Kamchatka State Technical University, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russian Federation

² — Torsional and linear vibration testing laboratory of SP Zaitsev S. A., St. Petersburg, Russian Federation

³ — Research Geotechnological Center, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russian Federation

The paper considers a method for solving the problem of dynamics of forced vibrations of a shaft line based on a model of an equivalent elastic two-stage rod with a pliable connection of sections. The model is represented by a system of partial differential equations. The solution of the equations is obtained by the Fourier method for eigenfunctions orthogonal with weight. It is established that the presence of an elastic element at the junction of the sections does not affect the orthogonality of the eigenfunctions. The influence of the elastic coupling compliance coefficient on the natural frequency spectrum of the shaft line is estimated. The obtained forms of natural vibrations of an equivalent elastic two-stage rod are consistent in appearance with the corresponding forms known in the literature for a discrete model of a similar torsional circuit. A partial solution of the equations is found for the case of the action of the harmonic load on the engine and the averaged torque on the propeller. As an example, the dynamics of forced vibrations of the shaft line of a barge of the Sosnovka type is studied. The results of calculating the natural frequencies of the considered model are compared with the classical discrete mass method. The analysis of the obtained plots of the twisting angles and torques showed that the angles are satisfactorily approximated by the first proper oscillation shape, and for moments, high shapes must be taken into account. The comparison of the simulation results with the data of the torsiogram obtained under production testing conditions indicates the need for further development of the model. Further improvement of the torsional circuit, as well as a more detailed study of the nature of the operating loads, are considered as promising areas of research.

Keywords: shaft line, mathematical model, dynamic forces, torsional oscillations, distributed parameters, forced oscillations, natural frequency, torsiogram, Fourier method.

For citation:

Tsarenko, Sergei N., Sergei A. Zaitsev, and Aleksandr S. Korzh. "Forced vibrations of the shaft line based on the model of a two-stage rod with an elastic connection of sections." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 16.4 (2024): 507–518. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-4-507-518.

УДК 539.3/.6:629.1

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВАЛОПРОВОДА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ДВУХСТУПЕНЧАТОГО СТЕРЖНЯ С УПРУГИМ СОЕДИНЕНИЕМ УЧАСТКОВ

С. Н. Царенко¹, С. А. Зайцев², А. С. Корж³

¹ — Камчатский государственный технический университет, г. Петропавловск-Камчатский, Российская Федерация

² — Испытательная лаборатория крутильных и линейных колебаний ИП «Зайцев С. А.», г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

³ — Научно-исследовательский геотехнологический центр
Дальневосточного отделения Российской академии наук (НИГТЦ ДВО РАН),
г. Петропавловск-Камчатский, Российская Федерация

В работе рассмотрена методика решения задачи динамики вынужденных колебаний валопровода на основе модели эквивалентного упругого двухступенчатого стержня с податливым соединением участков, представленной в виде системы дифференциальных уравнений частных производных. Решение уравнений получено методом Фурье для собственных функций ортогональных с весом. Установлено, что наличие упругого элемента на стыке участков не влияет на ортогональность собственных функций. Выполнена оценка влияния коэффициента податливости упругой муфты на спектр собственных частот валопровода. Полученные формы собственных колебаний эквивалентного упругого двухступенчатого стержня по внешнему виду согласуются с соответствующими формами, известными в литературе для дискретной модели аналогичной крутильной схемы. Найдено частное решение уравнений для случая действия гармонической нагрузки на двигателе и усредненного момента на гребном винте. В качестве примера исследована динамика вынужденных колебаний валопровода баржи типа «Сосновка». Выполнено сравнение результатов расчета собственных частот рассматриваемой модели с классическим методом дискретных масс. Анализ полученных эпюр углов закручивания и крутящих моментов показал, что углы удовлетворительно аппроксимируются первой собственной формой колебаний, а для моментов требуется учет высоких форм. Сопоставление результатов моделирования с данными торсиограммы, полученной в условиях производственных испытаний, указывает на необходимость дальнейшего развития модели. В качестве перспективных направлений исследований рассмотрено дальнейшее усовершенствование крутильной схемы, а также более детальное изучение характера действующих нагрузок.

Ключевые слова: валопровод, математическая модель, динамические усилия, крутильные колебания, распределенные параметры, вынужденные колебания, собственная частота, торсиограмма, метод Фурье.

Для цитирования:

Царенко С. Н. Вынужденные колебания валопровода на основе модели двухступенчатого стержня с упругим соединением участков / С. Н. Царенко, С. А. Зайцев, А. С. Корж // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2024. — Т. 16. — № 4. — С. 507–518. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-4-507-518.

Введение (Introduction)

Для обеспечения стабильной эксплуатации морских и речных судов необходимо отслеживать техническое состояние элементов судовых энергетических установок (СЭУ). Одним из наиболее ответственных комплексных узлов СЭУ является валопровод, обеспечивающая сопряжение двигателя с движителем судна. На сегодняшний день существует достаточно широкий спектр средств для сбора необходимой информации о техническом состоянии объекта: торсиографирование, тензометрирование, виброизмерение, термометрирование и пр. Однако, ввиду многообразия действующих на валопровод нагрузок, а также их динамического характера, возникает проблема правильной интерпретации имеющихся данных, что, в свою очередь, зависит от понимания механизмов протекающих процессов и их корректного математического описания.

Существующая методика расчета крутильных колебаний судовых валопроводов основана на представлении валопровода как системы инертных дисков с вязкоупругими связями [1], [2], а сам расчет по большей части сводится к модальному анализу системы и оценке амплитудных значений деформаций, вызванных резонансной составляющей возмущающей нагрузки [1]–[3]. Преимуществом традиционного метода является тщательная проработка алгоритмов составления схем крутильных колебаний [4], а также большая практика применения и апробации. Основным недостатком состоит в том, что аналитические выражения для описания динамического поведения системы можно получить только для некоторых простых схем [5]–[7], для остальных случаев ограничиваются лишь оценочной характеристикой максимальных деформаций и усилий.

Численные решения и имитационные модели [8] позволяют рассмотреть лишь частные постановки отдельных задач, не давая комплексного представления о поведении системы. В качестве альтернативы можно рассматривать упрощенное представление валопровода, когда вся инерционная нагрузка распределяется по участкам эквивалентного упругого стержня [9]. Такой подход

для решения различных задач динамики валопровода позволяет использовать волновую теорию колебаний, а расчетные зависимости получить в аналитической форме, например, на основе метода Фурье. Однако в данной ситуации проблема заключается в том, что известные решения задач крутильных колебаний получены только для небольшого класса граничных задач, а для схем, учитывающих ряд конструктивных особенности валопровода, готовых решений нет.

В статьях [10], [11] динамика крутильных колебаний моделируется стержнем с двумя жестко соединенными разнородными участками. На практике зачастую в состав валолинии включают элемент, податливость которого значительно превосходит податливость других соединений и деталей. При этом распределение податливости по какому-либо участку может вносить некоторую погрешность в результаты расчета.

Целью работы является исследование динамики вынужденных колебаний валопровода на основе модели двухступенчатого стержня с упругим соединением ступеней, предполагающей решение следующих задач:

- анализ влияния коэффициента податливости упругой муфты на спектр собственных частот валолинии;
- сравнение результатов расчета, согласно модели системы с распределенными параметрами, с методом дискретных масс;
- сопоставление результатов теоретических расчетов с данными производственных испытаний.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Рассмотрим в качестве модели валопровода упругий стержень с двумя участками с разной жесткостью (GJ_{p1} , GJ_{p2}) и распределенными моментами инерции (γJ_{p1} , γJ_{p2}) — рис. 1 [9]. Ступени стержня соединяются упругим элементом с коэффициентом жесткости k_φ .

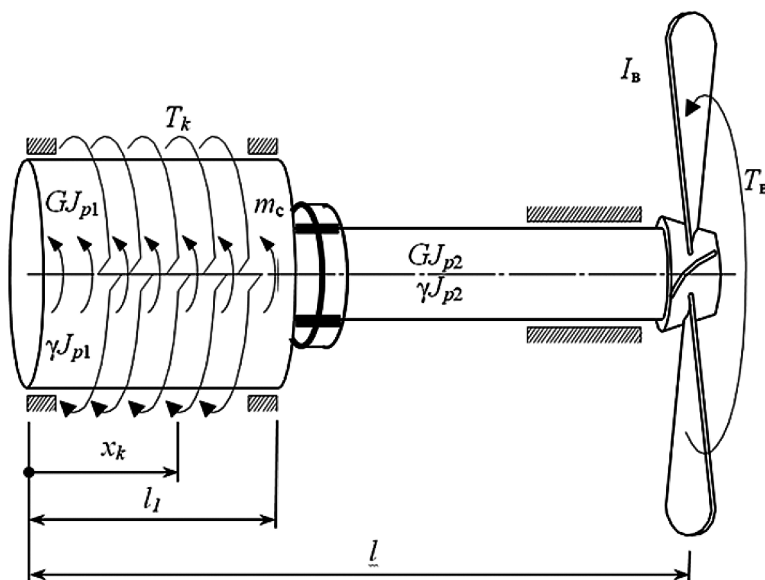


Рис. 1. Расчетная схема валопровода гребного винта

Характеристики первого участка вала определяются путем приведения податливости и моментов инерции масс коленчатого вала к эквивалентному упругому стержню. Для второго участка используются параметры приведенной жесткости и линейной плотности промежуточных и гребного валов.

На коленчатый вал действуют активные моменты: T_k периодического характера, x_k — осевая координата сечения, к которому приложен момент, а также m_c — моменты сопротивления в подшипниках и цилиндропоршневой группе, которые принимаем равномерно распределенными

по длине участка. На правом торце стержня расположен винт с моментом инерции с учетом присоединенной воды (I_B), T_B — крутящий момент на винте.

Для каждого из участков вала уравнения углов закручивания $\varphi(x, t)$ имеют вид:

$$GJ_{pi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \gamma J_{pi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = m_i(t, x); \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Граничные условия рассматриваемых задач (1), в соответствии с расчетной схемой (рис. 1), следующие:

$$GJ_{p1} \varphi'_1(0, t) = 0; \quad GJ_{p2} \varphi'_2(l, t) = -I_B \ddot{\varphi}_2(l, t). \quad (2)$$

Условия состыковки участков упругим элементом можно представить в виде:

$$GJ_{p1} \varphi'_1(l_1, t) = GJ_{p2} \varphi'_2(l_1, t); \quad GJ_{p2} \varphi'_2(l_1, t) = -k_\varphi (\varphi_2(l_1, t) - \varphi_1(l_1, t)). \quad (3)$$

Предполагается, что в установившемся режиме работы валов линии собственные колебания имеют несущественный эффект, поэтому начальные условия задач (1) рассматривать не будем. Согласно методу Фурье решение уравнений (1) будем искать в виде ряда произведения функций:

$$\varphi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(x) w_n(t).$$

Собственные функции Φ_n , удовлетворяющие первому граничному условию (2) и условиям состыковки (3), представим в виде

$$\begin{aligned} \Phi_n(z) &= \Phi_{n1}(z) e(\zeta - z) + \Phi_{n2}(z) (e(1 - z) - e(\zeta - z)) = \\ &= \cos \lambda_n z e(\zeta - z) + \left((\cos \lambda_n \zeta - \tilde{e}_\varphi \lambda_n \sin \lambda_n \zeta) \cos(\lambda_n \eta(z - \zeta)) - \frac{\alpha}{\eta} \sin \lambda_n \zeta \sin(\lambda_n \eta(z - \zeta)) \right) \times \\ &\times (e(1 - z) - e(\zeta - z)), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\lambda_n = \omega_n l / c$, ω_n — собственные частоты колебаний;

$c = \sqrt{GJ_{p1} / \gamma J_{p1}}$ — скорость распространения крутильных волн на первом участке вала;

$z = x / l$ — относительная продольная координата;

$\tilde{e}_\varphi = GJ_{p1} / (k_\varphi l)$ — относительная податливость упругого элемента;

$e(z)$ — единичная функция;

$\zeta = l_1 / l$ — относительная длина первого участка вала;

$\eta = \sqrt{(GJ_{p1} \gamma J_{p2}) / (GJ_{p2} \gamma J_{p1})}$;

$\alpha = GJ_{p1} / GJ_{p2}$.

Выражение для нахождения крутящих моментов для n -й формы можно представить в виде

$$\begin{aligned} M_n(z) &= \varphi_{0n} \frac{GJ_{p1}}{l} \Phi'_n(z) = -\varphi_{0n} \frac{GJ_{p1}}{l} \lambda_n (\sin \lambda_n z e(\zeta - z) + \\ &+ \frac{\eta}{\alpha} \left((\cos \lambda_n \zeta - \tilde{e}_\varphi \lambda_n \sin \lambda_n \zeta) \sin(\lambda_n \eta(z - \zeta)) + \frac{\alpha}{\eta} \sin \lambda_n \zeta \cos(\lambda_n \eta(z - \zeta)) \right) (e(1 - z) - e(\zeta - z))). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь и далее штрихом обозначена производная по z ; φ_{0n} — угол поворота левого торца вала n -й формы колебаний.

Из второго граничного условия (2) получим выражение для нахождения собственных значений:

$$\begin{aligned} &(\cos \lambda_n \zeta - \tilde{e}_\varphi \lambda_n \sin \lambda_n \zeta) \left(\sin(\lambda_n \eta(1 - \zeta)) + \xi \lambda_n \frac{\alpha}{\eta} \cos(\lambda_n \eta(1 - \zeta)) \right) + \\ &+ \frac{\alpha}{\eta} \sin \lambda_n \zeta \left(\cos(\lambda_n \eta(1 - \zeta)) - \xi \lambda_n \frac{\alpha}{\eta} \sin(\lambda_n \eta(1 - \zeta)) \right) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\xi = I_B / (\gamma J_{p1} l)$ — относительная инерционная нагрузка на правом торце вала.

На рис. 2 показаны эпюры углов закручивания (4) и крутящих моментов (5) для первых трех форм колебаний. Следует отметить, что по внешнему виду эпюры согласуются с соответствующими формами колебаний, представленными в примерах [1].

Рассмотрим свойство ортогональности собственных функций рассматриваемой граничной задачи. На каждом участке вала для собственных функций можно составить следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\Phi_{n1}'' &= -\lambda_n^2 \Phi_{n1} \quad 0 \leq z < \zeta; \\ \Phi_{n2}'' &= -\eta^2 \lambda_n^2 \Phi_{n2} \quad \zeta < z \leq 1.\end{aligned}\quad (7)$$

Умножив обе функции (7) на собственную функцию другого индекса и проинтегрировав по частям, получим выражения [9]:

$$\begin{aligned}(\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \int_0^\zeta \Phi_{n1} \Phi_{m1} dz &= (\Phi_{n1} \Phi_{m1}' - \Phi_{m1} \Phi_{n1}')_0^\zeta; \\ \eta^2 (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \int_\zeta^1 \Phi_{n2} \Phi_{m2} dz &= (\Phi_{n2} \Phi_{m2}' - \Phi_{m2} \Phi_{n2}')_\zeta^1, \quad m \neq n.\end{aligned}\quad (8)$$

Перепишем второе условие (2) и условия стыковки (3) в собственных функциях:

$$\begin{aligned}\Phi_{n2}'(1) &= -\alpha \lambda_n^2 \xi \Phi_{n2}(1); \\ \Phi_{n2}'(\zeta) &= \alpha \Phi_{n1}'(\zeta); \quad \Phi_{n2}(\zeta) = \Phi_{n1}(\zeta) - \tilde{k}_\varphi \Phi_{n1}'(\zeta).\end{aligned}\quad (9)$$

Из формул (8), с учетом граничного условия и условий стыковки (9), получим:

$$\begin{aligned}(\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \int_0^\zeta \Phi_{n1} \Phi_{m1} dz &= \Phi_{n1}(\zeta) \Phi_{m1}'(\zeta) - \Phi_{m1}(\zeta) \Phi_{n1}'(\zeta); \\ \eta^2 (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \int_\zeta^1 \Phi_{n2} \Phi_{m2} dz &= -\alpha \times \\ &\times ((\Phi_{n1}(\zeta) - \tilde{e}_\varphi \Phi_{n1}'(\zeta)) \Phi_{m1}'(\zeta) - (\Phi_{m1}(\zeta) - \tilde{e} \Phi_{m1}'(\zeta)) \Phi_{n1}'(\zeta)) - \\ &- \alpha (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \xi \Phi_{n2}(1) \Phi_{m2}(1).\end{aligned}\quad (10)$$

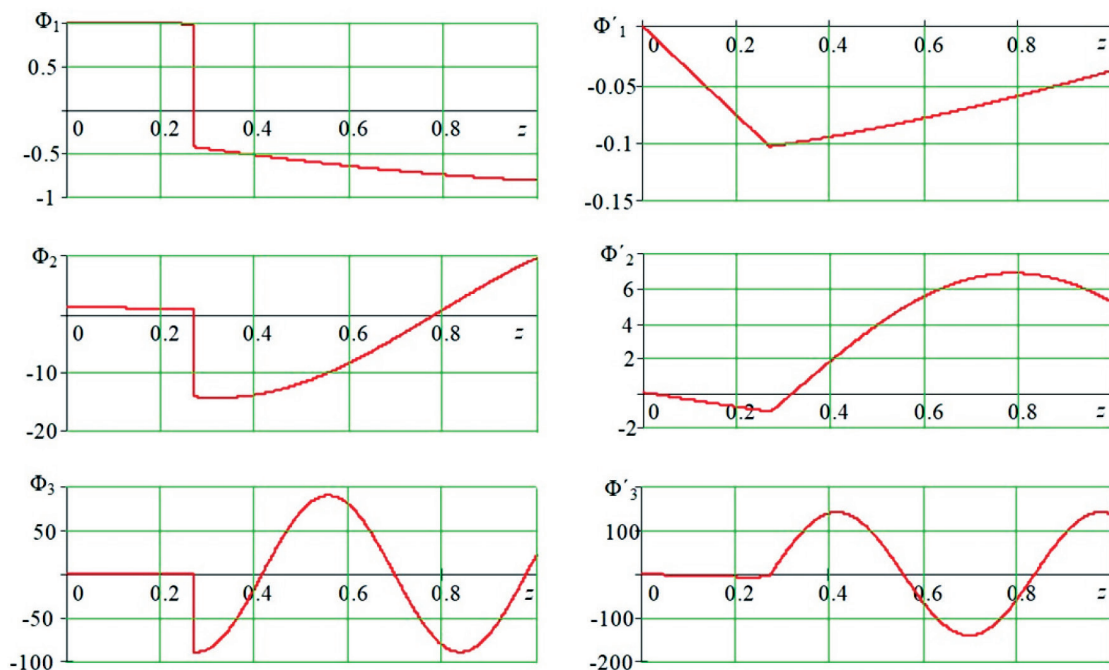


Рис. 2. Эпюры углов закручивания (Φ_k) и крутящих моментов (Φ'_k) первых трех форм колебаний ($k = 1; 2; 3$)

На основании зависимости (10) можно сделать вывод о том, что наличие упругого элемента на стыке участков не оказывает влияние на свойство ортогональности собственных функций и, соответственно, весовая функция сохраняет вид, как и при жестком сопряжении участков [9]:

$$\rho(z) = e(\zeta - z) + \frac{1}{\alpha} (e(1 - z) - e(\zeta - z)) + \frac{1}{\eta^2} \xi_1 \delta(z - 1).$$

Здесь $\delta(z)$ — дельта-функция Дирака.

Частное решение уравнений (1) для рассматриваемого случая действующей нагрузки, полученное в работе [10]:

$$\begin{aligned} w_n(\tau) = & -\frac{1}{2\Delta_n^2 \lambda_n^2} \left(\sum_{k=1}^{n_u} \tilde{T}_0 \Phi_n(z_k) - 2\tilde{T}_b \Phi_n(1) \right) - \\ & - \sum_{k=1}^{n_u} \sum_{j=1}^m \frac{\tilde{T}_j \Phi_n(z_k)}{\Delta_n^2 \left(\left(\lambda_n^2 - (j\tilde{\theta})^2 \right)^2 + 4\tilde{v}_n^2 (j\tilde{\theta})^2 \right)} \left(\left(\lambda_n^2 - (j\tilde{\theta})^2 \right) \cos(j\tilde{\theta}\tau + \mu_{jk}) + \right. \\ & \left. + 2\tilde{v}_n j\tilde{\theta} \sin(j\tilde{\theta}\tau + \mu_{jk}) \right). \end{aligned}$$

Здесь $\tau = tc/l$ — безразмерное время; $\tilde{\theta} = \theta l/c$ — безразмерная угловая скорость; θ — угловая скорость вращения вала; n_u — количество возмущающих моментов на коленчатом валу (число цилиндров); m — количество гармоник возмущающей нагрузки; $\tilde{T}_j = T_j l / (GJ_{p1})$ — безразмерное амплитудное значение момента для j -й гармоники; μ_{jk} — фаза; $\tilde{T}_b = T_b l / (GJ_{p1})$ — безразмерная величина среднего момента на винте.

Декремент затухания $\tilde{v}_n$, учитывающий демпфирующие моменты в двигателе и на винте [11]:

$$\tilde{v}_n = \frac{R_c \theta c \Phi_n(1)}{GJ_{p1} \Delta_n^2} + \frac{b_l c \Delta_{n1}^2}{2\zeta GJ_{p1} \Delta_n^2},$$

где R_c — коэффициент, учитывающий физические свойства среды и геометрию винта (ориентировочно определяется через номинальные значения угловой скорости и мощности на винте);

b_l — коэффициент демпфирования, распределенный по первому участку стержня.

Квадраты нормы собственных функций для всего вала (Δ_n^2) и для первого участка (Δ_{n1}^2) определяются из зависимостей [9]:

$$\begin{aligned} \Delta_{n1}^2 = & \frac{1}{2\lambda_n^2} \left(\lambda_n^2 \zeta \Phi_n^2(\zeta) + \zeta (\Phi'_n(\zeta))^2 - \Phi_n(\zeta) \Phi'_n(\zeta) \right); \\ \Delta_n^2 = & \frac{1}{2\lambda_n^2} \left(\lambda_n^2 \zeta \Phi_n^2(\zeta) + \zeta (\Phi'_n(\zeta))^2 - \Phi_n^{-dz}(\zeta) \Phi'_n(\zeta) + \lambda_n^2 (1 - \zeta) \frac{\eta^2}{\alpha} \Phi_n^2(1) + \right. \\ & \left. + \alpha (1 - \zeta) (\Phi'_n(1))^2 - \Phi_n(1) \Phi'_n(1) + \Phi_n^{+dz}(\zeta) \Phi'_n(\zeta) \right) + \xi \Phi_n^2(1), \end{aligned}$$

где $\Phi_n^{-dz}(\zeta)$, $\Phi_n^{+dz}(\zeta)$ — значения собственных функций, соответственно, для левого и правого участка вала в сечении ζ .

Моменты со стороны двигателя определяют из развернутой индикаторной диаграммы, которая составляется на основе теплового расчета двигателя [1]. При отсутствии диаграммы параметры нагрузки можно найти упрощенно по индикаторным показателям теоретического цикла работы двигателя [11].

Результаты (Results)

Задача приведения валопровода к модели эквивалентного ступенчатого упругого стержня требует отдельных теоретических и экспериментальных изысканий, поэтому за основу примем

крутильную схему, составленную классическим методом, и на ее базе будем определять требуемые параметры модели. Такой подход, в том числе позволит сопоставить результаты расчетов двумя способами.

В качестве примера рассмотрим схему валолинии баржи типа «Сосновка», в состав пропульсивной установки которой входит главный двигатель Cummins QSM-11, винто-рулевой комплекс SPR-200, эластичная муфта Vulkan и разобщающая муфта Schottel, гибкий вал, 4-лопастной винт фиксированного шага. Составление крутильной схемы и расчет собственных колебаний выполнены методом проф. Терских [4]. Схема представлена двадцатью тремя массами с моментами инерции $\theta_1 - \theta_{23}$, соединенными упругими связями с податливостью $e_{1-2} - e_{22-23}$.

Ввиду того, что податливость эластичной муфты e_{10-11} многократно превышает податливость остальных упругих соединений, распределив по длине первого участка стержня первые десять масс ($\theta_1 - \theta_{10}$), а по длине второго — следующие двенадцать: $\theta_{11} - \theta_{22}$, жесткость участков определяем через податливости соединений:

$$GJ_{p1} = \frac{l\zeta}{\sum_{i=1}^9 e_{i,i+1}} = 4,96 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2; \quad c = \frac{l\zeta}{\sqrt{\sum_{i=1}^9 e_{i,i+1} \sum_{i=1}^{10} \theta_i}} = 462 \text{ м/с};$$

$$\eta = \frac{\zeta}{1-\zeta} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{22} e_{i,i+1} \sum_{i=1}^{22} \theta_i}{\sum_{i=1}^9 e_{i,i+1} \sum_{i=1}^{10} \theta_i}} = 1,62; \quad \alpha = \frac{\zeta \sum_{i=1}^{22} e_{i,i+1}}{(1-\zeta) \sum_{i=1}^9 e_{i,i+1}} = 7,17;$$

$$\tilde{e}_\varphi = \frac{\zeta e_{10-11}}{\sum_{i=1}^9 e_{i,i+1}} = 13,6, \quad \xi = \frac{\theta_{23} \zeta}{\sum_{i=1}^{10} \theta_i} = 0,124, \quad \zeta = l_1 / l = 0,272. \quad (11)$$

Здесь $l_1 = 1,28 \text{ м}$; $l = 4,7 \text{ м}$ — соответственно длина первого участка и валолинии в целом.

На основании численного решения уравнения (6), после подстановки в него коэффициентов (11), находим собственные значения частотного уравнения:

$$\lambda_1 = 0,618; \quad \lambda_2 = 2,082; \quad \lambda_3 = 4,397; \quad \lambda_4 = 6,926; \quad \lambda_5 = 9,524; \quad \dots,$$

которым соответствуют круговые частоты $\omega_n = \lambda_n c / l$:

$$\omega_1 = 60,86 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_2 = 205 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_3 = 432,9 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = 681,9 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_5 = 937,7 \text{ с}^{-1}; \quad \dots \quad (12)$$

Частоты, полученные методом цепных дробей для классической схемы, составили:

$$\omega_1 = 64,98 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_2 = 159,8 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_3 = 583,2 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = 950,7 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_5 = 1178 \text{ с}^{-1}; \quad \dots$$

Для первой частоты расхождение в значениях составляет около 7 %. Более значительные различия для последующих частот объясняются принципом определения параметров эквивалентного упругого стержня. Так, распределение инерционных характеристик по длине участка приводит к увеличению собственной частоты для 2-й формы, и, напротив, распределение податливости упругих связей — к снижению частоты 3-й формы.

Для нахождения частного решения задачи (1) используем классический подход [4], заключающийся в аппроксимации действующей нагрузки частичной суммой ряда Фурье (ограничимся тринадцатью членами ряда). Для расчета были использованы следующие параметры двигателя:

– тип двигателя Cummins QSM-11 — дизельный, четырехтактный, рядный, 6-цилиндровый двигатель;

– номинальная мощность $N_{\text{ном}} = 261 \text{ кВт}$;

– частота вращения коленчатого вала $n_{\text{ном}} = 1800 \text{ мин}^{-1}$;

– частота вращения холостого хода $n_{\text{мин}} = 600 \text{ мин}^{-1}$;

- расположение кривошипов под углом 120° ;
- диаметр цилиндра 125 мм;
- ход поршня 147 мм;
- степень сжатия $\epsilon = 16,3$;
- рабочий объем цилиндра $V_h = 10,8$ л;
- масса поршня $m_{\text{п}} = 2,85$ кг;
- масса шатуна $m_{\text{ш}} = 4,3$ кг;
- длина шатуна $l_{\text{ш}} = 280$ мм;
- порядок работы цилиндров 1–5–3–6–2–4.
- параметры теоретического цикла для номинального режима работы: показатели политроп сжатия и расширения: $n_1 = 1,38$; $n_2 = 1,28$; степень повышения давления $\lambda_p = 1,6$, степень предварительного расширения $\rho = 2,72$.

Действующие нагрузки были смоделированы для режима работы двигателя на частоте 1428 об/мин, что позволило сопоставить результаты расчетов с данными торсиограммы, полученными при швартовых испытаниях баржи типа «Сосновка».

На графиках рис. 3 представлены эпюры углов закручивания и крутящих моментов по длине валолинии для момента времени $\tau = 0$. Для построения эпюр использовано порядка 50 собственных форм. При исследовании динамики валолинии нередко ограничиваются одноузловой формой колебаний [3]. Если сопоставить эпюры рис. 3 с эпюрами собственных форм рис. 2, то даже по внешнему виду следует отметить, что аппроксимация первой формой может быть удовлетворительна для перемещений, но для крутящих моментов является грубым приближением.

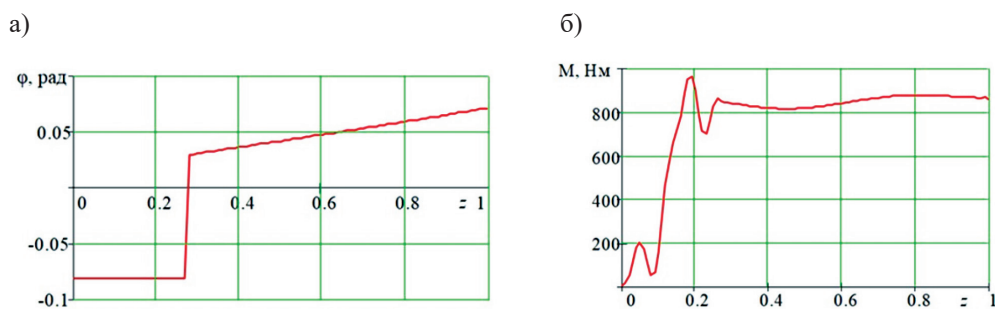


Рис. 3. Эпюры углов закручивания (а) и крутящих моментов (б)

На графиках рис. 4 показаны зависимости угла поворота от времени, для наглядности шкала абсцисс развернута по оборотам коленчатого вала ($n = \theta\tau / (2\pi)$). График рис. 4, а построен со смещением на величину статического угла закручивания ($\phi_0 = -0,081$ рад) для средних значений крутящих моментов. На графиках рис. 5 показано распределение амплитуд по спектру частот. Как и предыдущем случае, шкала абсцисс представлена не в системных единицах, а как количество колебаний на один оборот вала. Над пиками (см. рис. 5, а) указаны значения круговых частот ω для соответствующих порядков v .

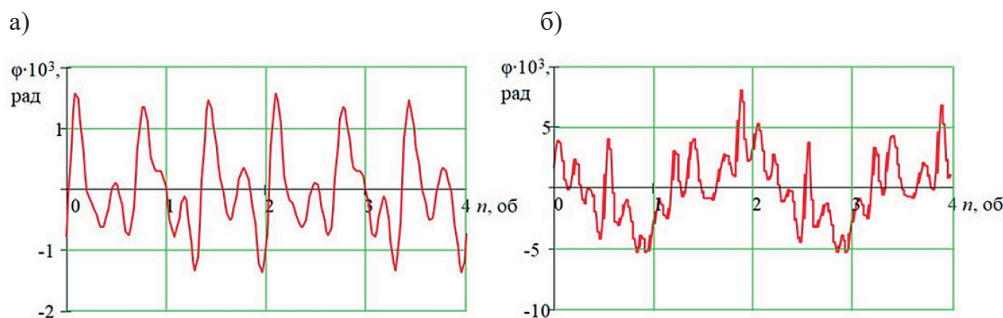


Рис. 4. Углы закручивания левого торца валопровода:
а — результаты моделирования; б — участок торсиограммы

Из графика рис. 5, *а* видно, что наибольшую амплитуду имеет гармоника 3-го порядка ($\nu = 3$), что, в принципе, соответствует теоретическому описанию цикла работы двигателя: для 6-цилиндрового четырехтактного двигателя за один оборот проходит три вспышки. Остальные гармоники формируются за счет наложения упругих волн колебаний, при этом значения амплитуд больше для тех порядков, у которых частоты ближе к собственным частотам колебаний (12).

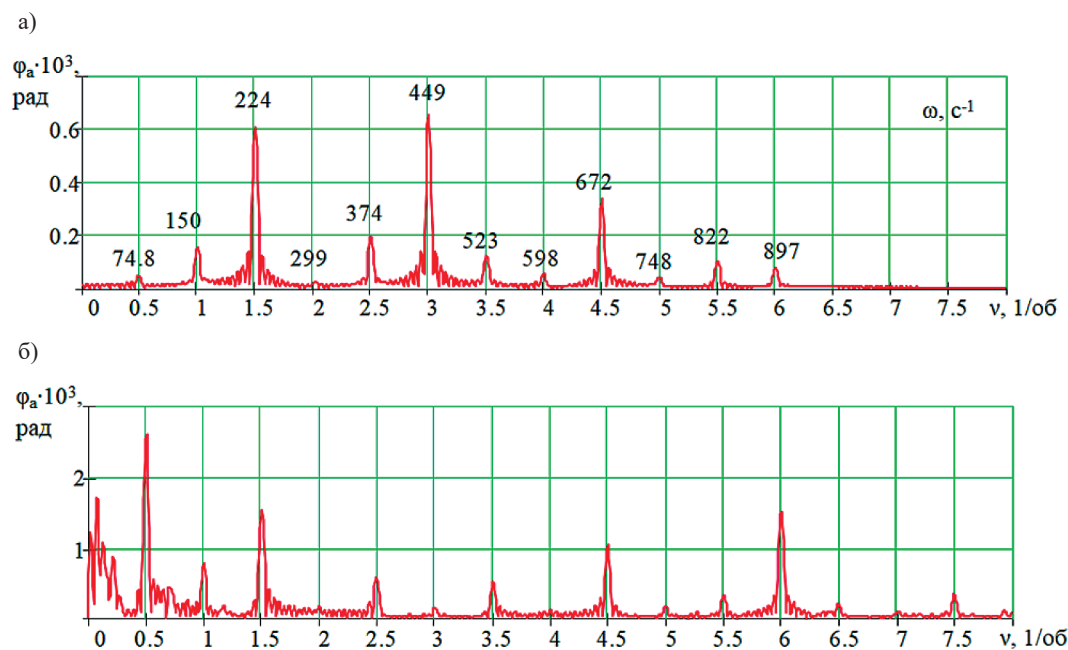


Рис. 5. Графики спектральной плотности колебаний угла поворота начального сечения валопини:

а — теоретическая модель; *б* — результаты обработки торсиограммы

Для торсиограммы (рис. 5, *б*) максимальную амплитуду имеет гармоника на частоте цикла работы двигателя ($\nu = 0,5$), что можно объяснить фактической неравномерностью работы цилиндров, что в теоретической модели не учитывается. Следует отметить, что вторую по величине амплитуду, если не принимать во внимание низкочастотные колебания, имеет гармоника 6-го порядка при том, что на 3-м порядке амплитуда минимальна. Причиной могут быть конструктивные особенности валопини, которые не учтены в крутильной схеме либо требуется уточнение модели действующей нагрузки.

Обсуждение (Discussion)

Представленная в работе модель является весьма перспективной несмотря на то, что имеет некоторые расхождения с традиционной методикой расчета, а также с результатами производственных измерений. Ее дальнейшее развитие можно осуществлять как за счет усовершенствования крутильной схемы, так и путем дополнительного исследования характера действующих нагрузок. В направлении развития схемы можно рассмотреть следующие задачи: обоснованное введение дополнительных участков упругого стержня, учет редуцирующих передач и т. д. Принятая в классической методике аппроксимация внешней нагрузки частичной суммой ряда Фурье не в полной мере отражает суть процессов, протекающих в камере сгорания цилиндра. В частности, в работе [12] указано на значительное расхождение значений порядковых гармоник для действительной индикаторной диаграммы и расчетной. Возможно, изменение подхода к моделированию действующей нагрузки позволит в том числе объяснить завышенное значение резонансных амплитуд в теоретических моделях [1].

Следует отметить, что при построении модели эквивалентного упругого стержня можно обойтись весьма ограниченным набором параметров (11). В частности, это может оказаться полезным,

когда для составления крутильной схемы традиционным методом исходных данных недостаточно. Отдельный интерес представляет разработка методики реверсивного моделирования, т. е. когда модель воспроизводится по данным производственных измерений: торсиограмм, тахограмм, тензометрических измерений и т. п. Более подробно современные методы экспериментального контроля крутильных колебаний рассмотрены в статьях [13], [14].

Выводы (Summary)

Исследование динамики валолинии гребного винта на основе модели эквивалентного ступенчатого упругого стержня с податливым соединением участков позволяет сделать следующие выводы:

1. Наличие упругого элемента на стыке участков не влияет на ортогональность собственных функций, поэтому вид весовой функции будет таким же, как и в случае жесткого соединения участков.
2. Значение коэффициента жесткости упругого соединения оказывает влияние на весь спектр собственных частот, но наиболее значительное на первые четыре частоты.
3. Формы собственных колебаний эквивалентного упругого двухступенчатого стержня по внешнему виду согласуются с соответствующими формами для дискретной модели аналогичной крутильной схемы.
4. Эпюра углов закручивания валопровода удовлетворительно аппроксимируется первой собственной формой колебаний, однако для построения эпюры крутящих моментов необходим учет высоких форм.
5. Сравнение собственных частот, полученных классическим методом дискретных масс с моделью эквивалентного стержня, показало небольшое расхождение (порядка 7 %) для первой собственной частоты и более значительное для высоких частот, что указывает на необходимость дальнейшего развития модели.
6. Сопоставление результатов моделирования с данными торсиограммы, полученной при производственных испытаниях, показало, что теоретическая модель действующей нагрузки не в полной мере отвечает реальным процессам на валолинии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефремов Л. В. Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий / Л. В. Ефремов. — СПб.: Наука, 2007. — 276 с.
2. Batrak Yu. A. Torsional vibration calculation issues with propulsion systems // ShaftDesigner. — 2011 [Электронный ресурс] / Yu. A. Batrak. — Режим доступа: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:46726236/> (дата обращения 20.09.2022).
3. Мартянов В. В. Оценка угрозы возникновения резонансных колебаний на примере расчета крутильных колебаний судового валопровода пассажирского теплохода пр. P118 / В. В. Мартянов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 2. — С. 359–368. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-359-368.
4. Терских В. П. Расчеты крутильных колебаний силовых установок: в 2 т. / В. П. Терских. — М.: Машгиз, 1953. — Т. 1. — 260 с.
5. Grządziela A. Dynamics of shaft lines of the landing ships / A. Grządziela, T. Batur // Journal of Marine Engineering & Technology. — 2017. — Vol. 16. — Is. 4. — Pp. 238–247. DOI: 10.1080/20464177.2017.1419705.
6. Jee J. Design improvement of a viscous-spring damper for controlling torsional vibration in a propulsion shafting system with an engine acceleration problem / J. Jee, C. Kim, Y. Kim // Journal of Marine Science and Engineering. — 2020. — Vol. 8. — Is. 6. — Pp. 428. DOI: 10.3390/jmse8060428.
7. Villamarin E. G. Torsional vibration solution using symbolic transfer matrices. — 2021. DOI: 10.13140/RG.2.2.28988.16004 [Электронный ресурс] / E. G. Villamarin. — Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/355860158_Torsional_vibration_solution_using_symbolic_transfer_matrices/ (дата обращения 23.06.2024).

8. Huang Q. Numerical modeling and experimental analysis on coupled torsional-longitudinal vibrations of a ship's propeller shaft / Q. Huang, X. Yan, Y. Wang, C. Zhang, Z. Wang // *Ocean Engineering*. — 2017. — Vol. 136. — Pp. 272–282. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.03.017.

9. Царенко С. Н. Динамика валопровода гребного винта при разгонных режимах / С. Н. Царенко, А. Н. Рак, Б. Н. Безлобенко // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2021. — Т. 13. — № 4. — С. 548–558. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-548-558.

10. Царенко С. Н. Динамика крутильных колебаний валопровода гребного винта на основе модели двухступенчатого стержня / С. Н. Царенко, А. Н. Рак, А. В. Костенко // *Судостроение*. — 2024. — № 1 (872). — С. 28–32.

11. Царенко С. Н. Исследование резонансных явлений крутильных колебаний валопроводов гребных винтов / С. Н. Царенко, Д. И. Роменский, А. С. Корж // *Вестник Камчатского государственного технического университета*. — 2024. — № 67. — С. 8–20. DOI: 10.17217/2079-0333-2024-67-8-20.

12. Лапин Ю. А. Оценка точности определения гармонических возмущающих моментов судовых дизелей при использовании упрощённых индикаторных диаграмм / Ю. А. Лапин, М. В. Грибиниченко, О. С. Портнова // *Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета*. — 2024. — № 2 (59). — С. 21–27. DOI: 10.24866/2227-6858/2024-2/21-27.

13. Лапин Ю. А. Метод измерения крутильных колебаний судовых валопроводов при помощи трёх-осевого акселерометра / Ю. А. Лапин, М. В. Грибиниченко, О. С. Портнова, П. А. Андрюхина // *Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета*. — 2023. — № 3 (56). — С. 35–45. DOI: 10.24866/2227-6858/2023-3/35-45.

14. Горбачев М. М. Выбор методов постоянного мониторинга крутильных колебаний в судовых машинно-двигательных комплексах / М. М. Горбачев, В. В. Колыванов // *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология*. — 2023. — № 2. — С. 54–65. DOI: 10.24143/2073-1574-2023-2-54-65.

REFERENCES

1. Efremov, L. V. *Teoriya i praktika issledovaniy krutyl'nykh kolebaniy silovykh ustanovok s primeneniem komp'yuternykh tekhnologii*. SPb.: Nauka, 2007.

2. Batrak, Yuriy A. “Torsional vibration calculation issues with propulsion systems.” *ShaftDesigner*. Web. 20 Sept. 2022 <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:46726236/>.

3. Martianov, Vladimir V. “Assessment of synchronous vibrations risks as exemplified in the shafting torsional vibrations analysis for R118 project passenger ship.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.2 (2020): 359–368. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-359-368.

4. Terskikh, V. P. *Raschety krutyl'nykh kolebaniy silovykh ustanovok*. Vol. 1. M.: Mashgiz, 1953.

5. Grządziela, Andrzej, and Tomislav Batur. “Dynamics of shaft lines of the landing ships.” *Journal of Marine Engineering & Technology* 16.4 (2017): 238–247. DOI: 10.1080/20464177.2017.1419705.

6. Jee, Jaehoon, Chongmin Kim, and Yanggon Kim. “Design improvement of a viscous-spring damper for controlling torsional vibration in a propulsion shafting system with an engine acceleration problem.” *Journal of Marine Science and Engineering* 8.6 (2020): 428. DOI: 10.3390/jmse8060428.

7. Villamarín, Edgar G. “Torsional vibration solution using symbolic transfer matrices.” (2021). DOI: 10.13140/RG.2.2.28988.16004. Web. 23 Jun. 2024 <https://www.researchgate.net/publication/355860158_Torsional_vibration_solution_using_symbolic_transfer_matrices>.

8. Huang, Qianwen, Xinping Yan, Yikun Wang, Cong Zhang, and Zhihua Wang. “Numerical modeling and experimental analysis on coupled torsional-longitudinal vibrations of a ship's propeller shaft.” *Ocean Engineering* 136 (2017): 272–282. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.03.017.

9. Tzarenko, Sergey N., Alexander N. Rak, and Boris N. Bezlobenko. “Propeller shaft line dynamics at acceleration mode.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.4 (2021): 548–558. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-548-558.

10. Tsarenko, S. N., A. N., Rak, and A. V. Kostenko. “Dynamics of torsional vibrations of a propeller shafting on a two-stage rod model.” *Shipbuilding* 1(872) (2024): 28–32.

11. Tsarenko, S. N., D. I., Romensky, and A. S. Korzh. “Investigation of resonant phenomena of propeller shaft lines torsional vibrations.” *Vestnik Kamchatskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* 67 (2024): 8–20. DOI: 10.17217/2079-0333-2024-67-8-20.

12. Lapin, Yuriy A., Matvey V. Gribinchenko, and Olesya S. Portnova. "Accuracy evaluation of the marine diesel engines harmonic excitation moments determination by means of the simplified indicator diagrams." *FEFU: School of Engineering Bulletin* 2(59) (2024): 21–27. DOI: 10.24866/2227-6858/2024-2/21-27.

13. Lapin, Yu. A., M. V. Gribinichenko, O. S. Portnova, and P. A. Andriukhina. "Ship shaftlines torsional vibration measuring method using the three-axis accelerometer." *FEFU: School of Engineering Bulletin* 3(56) (2023): 35–45. DOI: 10.24866/2227-6858/2023-3/35-45.

14. Gorbachev, M. M., and V. V. Kolyvanov. "Selecting methods of continuous monitoring of torsional vibrations in ship propulsion complexes." *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Marine engineering and technologies* 2 (2023): 54–65. DOI: 10.24143/2073-1574-2023-2-54-65.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Царенко Сергей Николаевич —

доктор физико-математических наук, доцент
Камчатский государственный технический
университет
683003, Российская Федерация,
Петропавловск-Камчатский, ул. Ключевская, 35
e-mail: tzarenko@gmail.com

Зайцев Сергей Анатольевич — руководитель
Испытательная лаборатория крутильных
и линейных колебаний ИП «Зайцев С. А.»
191025, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Рубинштейна, д. 2/45, оф.14
e-mail: zaytsev_regpg@mail.ru

Корж Александр Сергеевич — аспирант
Научный руководитель:
Царенко С. Н.,
доктор физико-математических наук, доцент
Научно-исследовательский геотехнологический
центр Дальневосточного отделения Российской
академии наук (НИГТЦ ДВО РАН)
683002, Российская Федерация,
Петропавловск-Камчатский,
Северо-Восточное шоссе, 30
e-mail: corzh.aleksandar@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Tsarenko, Sergei N. —

Dr. of Physical and Mathematical Sciences,
associate professor
Kamchatka State Technical University
35 Klyuchevskaya Str., Petropavlovsk-Kamchatskii,
683003, Russian Federation
e-mail: tzarenko@gmail.com

Zaitsev, Sergei A. — Head
Torsional and linear vibration testing laboratory
of SP Zaitsev S. A.
2/45 Rubinshteina Str., St. Petersburg, 191025,
Russian Federation
e-mail: zaytsev_regpg@mail.ru

Korzh, Aleksandr S. — Postgraduate
Supervisor:
Tsarenko, Sergei N.,
Dr. of Physical and Mathematical Sciences,
associate professor
Research Geotechnological Center, Far Eastern Branch
of the Russian Academy of Sciences
30 Severo-Vostochnoe Ave.,
Petropavlovsk-Kamchatskii, 683002,
Russian Federation
e-mail: corzh.aleksandar@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 8 июля 2024 г.

Received: July 8, 2024.