

DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-3-363-369

MATHEMATICAL MODEL OF THE VESSEL MOTION DURING A PLANNED GROUNDING

G. V. Maryasov, G. N. Sharlay

Maritime State University named after Admiral G. I. Nevelskoy,
Vladivostok, Russian Federation

The problem of transport services to points with an unequipped coast, a significant part of which is located on the coast of the Arctic seas and the Far East, continues to remain relevant for decades. Unlike the usual practice of cargo operations at berths and roadsteads, in conditions of an unequipped shore, unloading and loading often have to be carried out when the ship touches the ground, and damage to the hull occurs. Sometimes in an emergency, to save the crew and the ship, it is necessary to force the ship to ground. As a result, a system for preliminary assessment of contact conditions during partial running aground is necessary. To achieve this, a mathematical model for the rigid hull of a ship running aground, where the ground penetration is small compared to the elevation of the bow, is presented in the paper. The ship is considered as an elastic beam. It is shown that the first contact between the bow and the ground leads to a high peak load. The vessel then slides partially up the slope, wherein inertial forces in the approximation are considered small compared to ground reaction forces and hydrostatic forces. In addition to force effects, the dynamic characteristics of the sagging body design are taken into account. The resulting solution to the system of nonlinear ordinary differential equations describing the vessel movement when running aground includes longitudinal, vertical and inclined components. The proposed solution will make it possible to calculate the contact forces arising at the moment of contact of the hull with the ground, taking into account the shock load and the design features of the vessel.

Keywords: unequipped shore, touching the ground, mathematical model, shock load, hydrodynamic forces.

For citation:

Maryasov, Georgy V., and Georgy N. Sharlay. "Mathematical model of the vessel motion during a planned grounding." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 16.3 (2024): 363–369. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-3-363-369.

УДК 656.61

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ СУДНА ПРИ ПРЕДУСМОТРЕННОЙ ПОСАДКЕ НА МЕЛЬ

Г. В. Марьясов, Г. Н. Шарлай

Морской государственный университет имени адмирала Г. И. Невельского,
г. Владивосток, Российская Федерация

Темой исследования является анализ проблемы транспортного обслуживания пунктов с необорудованным берегом, расположенных в большинстве на побережье арктических морей и Дальнего Востока, которая является актуальной на протяжении нескольких десятилетий. Отмечается, что в отличие от обычной практики грузовых операций у причалов и на рейде в условиях необорудованного берега погрузка / выгрузка зачастую осуществляется в условиях касания судном грунта, при этом имеет место повреждение корпуса судна, а иногда в аварийной ситуации для спасения экипажа и судна необходима принудительная посадка судна на мель. Отмечается, что вследствие этого необходимо наличие системы предварительной оценки контактных условий при частичной посадке судна на грунт. В статье представлена математическая модель для жесткого корпуса судна, садящегося на мель, при этом проникновение в грунт мало по сравнению с возвышением носовой части (судно рассматривается как упругий брус). Показано, что первый контакт между носовой частью судна и грунтом приводит к высокому пику нагрузок, затем судно продолжает частичное скольжение вверх по уклону. При этом силы инерции в качестве аппроксимации рассматриваются как малые по сравнению с силами реакции грунта и гидростатическими силами. Помимо силовых воздействий учтены динамические характеристики конструкции прогибающегося корпуса. Полученное решение системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений,

описывающих движение судна при посадке на мель, включает продольную, вертикальную и наклонную составляющие. Предложенное решение позволит рассчитать контактные усилия, возникающие в момент соприкосновения корпуса с грунтом, с учетом ударной нагрузки и особенностей конструкции судна.

Ключевые слова: необорудованный берег, касание грунта, математическая модель, ударная нагрузка, гидродинамические силы, грузовые операции, динамика судна.

Для цитирования:

Марьясов Г. В. Математическая модель движения судна при предусмотренной посадке на мель / Г. В. Марьясов, Г. Н. Шарлай // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2024. — Т. 16. — № 3. — С. 363–369. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-3-363-369.

Введение (Introduction)

Обычной практикой в некоторых портах является выполнение грузовых операций на необорудованный берег при посадке судна на мель [1], но иногда в аварийной ситуации осуществляется принудительная посадка судна на мель для его спасения и, как следствие, для спасения членов его экипажа и пассажиров [2]. Таким образом, возникает потенциальная опасность того, что конструктивная прочность судна окажется недостаточной и будут получены повреждения, поскольку судно испытывает нагрузки, отличные от тех, которые действуют на плаву [3]–[6]. Российский морской регистр судоходства разработал нормативно-методические требования к судам, эксплуатация которых предусматривает посадку на грунт¹. На основе этих требований разработаны рекомендации по усилению конструкций днища и защите корпуса [7], [8]. Для того чтобы все участники грузовых операций при посадке судна на грунт имели представление о разумно обоснованной риск-ориентированной оценке планирования и выполнения таких операций, необходима математическая модель планируемой посадки судна на мель.

Посадка судна на грунт происходит на мелководье [4]. Поэтому силы гидродинамического давления на корпус судна играют важную роль, особенно в начальной фазе посадки на грунт. Для того, чтобы смоделировать эти силы, нужна надежная математическая модель. При гидродинамическом анализе мореходных качеств судов традиционно используются присоединенные массы и демпфирующие силы [9]. Из-за наличия свободной водной поверхности движение судна приводит к появлению поверхностных волн. Вследствие этого даже после остановки судна силы гидродинамического давления, вызванные ранее созданными волнами, продолжают свое воздействие. Поэтому динамика судна зависит не только от его текущего движения, но и от предыдущей истории движения [10].

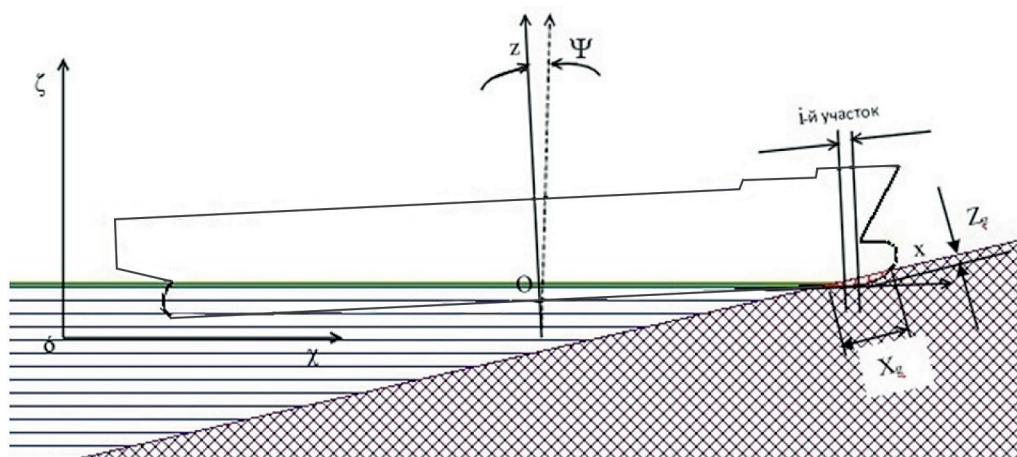
В настоящей работе использована математическая модель, которая включает переходные гидродинамические силы давления, действующие на подводную часть корпуса и зависящие от времени, а также динамические характеристики конструкции, возникающие вследствие изгиба судна [11]. В математической модели корпус судна представлен в виде упругого бруса, на который воздействуют внешние ударные силы. Такой подход обусловлен тем, что параметры мели, с которой контактирует судно, являются менее прогнозируемыми. Основные внешние силы определяются гидродинамическими переходными силами давления на поверхность корпуса [11], [12]. Решение системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающей движение судна, должно учитывать вертикальную качку, возвышение и наклонение при движении твердого тела.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Принимается, что прочностные характеристики корпуса судна могут быть смоделированы на базе теории изгиба балок Тимошенко [13]. В дальнейшем будем считать, что геометрический центр структурных масс единицы длины эквивалентного бруса в сочетании с присоединенными массами для подъемного усилия с неопределенной периодичностью может быть аппроксимирован прямой

¹ НД № 2-020101-138. Правила классификации и постройки морских судов. Ч/ XVII : Дополнительные знаки символа класса и словесные характеристики, определяющие конструктивные или эксплуатационные особенности судна. СПб.: Российский морской регистр судоходства, 2021. 364 с.

линией. Этот центр тяжести выбирается по оси x координатной системы xOz , связанной с судном и берущей начало координат на миделе, как показано на рисунке. Система координат судна xOz движется в неподвижной системе координат $\chi\phi\zeta$. Боковым сносом и рысканием можно пренебречь.



Системы координат, используемые для судна, сажающегося на грунт
Coordinate systems used for a vessel running aground

Проблема вывода нелинейных уравнений движения состоит в определении гидродинамических сил, действующих на корпус судна. Для приближенного рассмотрения в данном исследовании принято, что гидродинамическое воздействие оказывается на твердое тело, плавающее на свободной поверхности. Когда участок в позиции x корпуса судна подвергается толчку бесконечно малой продолжительности, может быть применено представление о присоединенных массах [9]. Далее силы инерции, действующие на этот участок корпуса судна, могут быть сформулированы в векторной форме:

$$\bar{p}_i(x) = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \bar{\omega} \bar{B}; \quad (1)$$

$$\bar{m}_i(x) = -\frac{\partial \bar{I}_0}{\partial t} - \bar{\omega} \bar{I}_0 - \bar{U} \bar{B}, \quad (2)$$

где $\bar{p}_i(x)$ — сила инерции, приложенная к центру тяжести сегмента корпуса $(x, y, z) = (x, 0, 0)$;

$\bar{B}$ — вектор количества движения, приложенной к сегменту корпуса;

$\bar{\omega} = (0, \dot{\psi}, 0)$ — текущий вектор угловой скорости сегмента корпуса относительно текущей системы координат, связанной судном;

ψ — угол дифферента судна.

$\bar{m}_i(x)$ — вектор вращающего момента, приложенный к центру тяжести сегмента корпуса $(x, y, z) = (x, 0, 0)$;

$\bar{I}_0$ — вектор момента импульса сегмента корпуса;

$\bar{U} = (\dot{u}, 0, \dot{w})$ — вектор поступательной скорости сегмента корпуса.

Если распределенную массу на единицу длины обозначить как $m(x)$, то присоединенная масса волнового воздействия для бесконечной угловой скорости ω в z -направлении представляется как $\mu_z = \lim_{\omega \rightarrow \infty} a_z(x)$. Отсюда следует выражение

$$\bar{B}(x) = [(m + \mu_x)\dot{u}, 0, (m + \mu_z)\dot{w}] dx. \quad (3)$$

При обозначении момента инерции на единицу длины конструктивной массы с присоединенной массой относительно центра тяжести поперечного разреза в направлении оси y как $j_y(x)$ получим

$$\bar{I}_0(x) = [0, j_y(x)\dot{\psi}, 0] dx. \quad (4)$$

При преобразовании уравнения (1) в скалярную форму с использованием уравнения (3) силы инерции поперечного сечения приводятся к виду:

$$p_x(x) = \{-(m + \mu_x)\ddot{u} - (m + \mu_z)\dot{\psi}\dot{w}\}dx; \quad (5)$$

$$p_z(x) = \{-(m + \mu_z)\ddot{w} + (m + \mu_x)\dot{\psi}\dot{u}\}dx. \quad (6)$$

В процессе дальнейшего преобразования уравнения (2) в скалярную форму с использованием уравнения (4) получим выражение для момента системы инерциальных сил поперечного сечения:

$$m_{yi}(x) = -j_y\ddot{\psi} + [(m + \mu_z)\dot{u}\dot{w} - (m + \mu_x)\dot{u}\dot{w}] = -j_y\ddot{\psi} + (\mu_z - \mu_x)\dot{u}\dot{w}. \quad (7)$$

Необходимо учесть гидродинамические силы, вызванные движением предыдущего сегмента корпуса. Эти «силы памяти» имеют вертикальное направление и могут быть представлены в форме:

$$p_{zm}(x, t) = -\int_0^\infty h_z(x, t)\dot{w}(x, t - \tau)d\tau; \quad (8)$$

$$h_z(x, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty b(x, \omega)\cos\omega t d\omega, \quad (9)$$

где $h(x, t)$ — передаточная функция сегмента;

$b(x, \omega)$ — двумерное демпфирование поперечного разреза при подъеме при частоте ω .

Если пренебречь взаимосвязью между продольной деформацией и вертикальным изгибом, то условие динамического равновесия в x -направлении описывается выражением

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[EA \left(1 + \eta \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial u}{\partial x} \right] = (m + \mu_x)\ddot{u} + (m + \mu_z)\dot{\psi}\dot{w} + \delta(x_c)X_{ground}, \quad (10)$$

где EA — продольное напряжение корпуса;

X_{ground} — горизонтальная компонента реакции грунта;

h — коэффициент трения при $x = x_c$ $h = 1$ (в любом другом случае $h = 0$).

С использованием уравнения пучка Тимошенко условия динамического равновесия в z -направлении следующие [12]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[EI_y \left(1 + \eta \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] - k_z GA \left(1 + \eta \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi \right) = j_y\ddot{\psi} + (\mu_z - \mu_x)\dot{u}\dot{w} - \delta(x_c)M_{ground}; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[k_z GA \left(1 + \eta \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi \right) \right] = \\ & = (m + \mu_z)\ddot{w} - (m + \mu_x)\dot{\psi}\dot{u} + \rho g B w - \delta(x_c)Z_{ground} + \int_0^\infty h_z(x, t)\dot{w}(x, t - \tau)d\tau, \end{aligned} \quad (12)$$

где $I_y = I_y(x)$ — момент инерции поперечного сечения;

$k_z A = k_z A(x)$ — площадь поперечного сечения;

$B = B(x)$ — ширина ватерлинии;

G — модуль поперечной упругости корпуса;

M_{ground} — вертикальный изгибающий момент, производимый реакцией грунта в координате $x = x_c$;

Z_{ground} — вертикальная компонента реакции грунта.

Граничные условия задаются нулевыми значениями продольных, перерезывающих сил и изгибающих моментов на конечных участках корпуса судна.

Решение системы дифференциальных уравнений (10)–(12) имеет следующую форму [14]:

$$\begin{cases} u(x, t) = \tilde{u}_0(t) + \sum_{i=1}^N g_i(t)\tilde{u}_i(x); \\ w(x, t) = \tilde{w}_0(t) - x\tilde{\psi}_0(t) + \sum_{i=1}^N f_i(t)\tilde{w}_i(x); \\ \psi(x, t) = \tilde{\psi}_0(t) + \sum_{i=1}^N f_i(t)\tilde{\psi}_i(x), \end{cases} \quad (13)$$

где $\tilde{u}_0(t)$, $\tilde{w}_0(t)$, $\tilde{\psi}_0(t)$ — функции, обозначающие продольное, вертикальное и наклонное движение твердого тела соответственно;

$\tilde{u}_i(x)$, $\tilde{w}_i(x)$, $\tilde{\psi}_i(x)$ — нормированные собственные функции, связанные со свободными вибрациями корпуса во внешней среде.

Собственные функции $\{\tilde{w}_i, \tilde{\psi}_i\}$ являются решением следующих дифференциальных уравнений [15]:

$$-(EI\tilde{\psi}')' + k_z GA(\tilde{w}' - \tilde{\psi}) = \Omega^2 j_y \tilde{\psi} - [k_z GA(\tilde{w}' - \tilde{\psi})]' = \Omega^2 (m + \mu_z) \tilde{w}, \quad (14)$$

с граничными условиями:

$$\begin{cases} (EI\tilde{\psi}')_{x=x_{off}} = (EI\tilde{\psi}')_{x=x_{forw}} = 0; \\ \left(k_z GA(\tilde{w}' - \tilde{\psi})\right)_{x=x_{off}} = \left(k_z GA(\tilde{w}' - \tilde{\psi})\right)_{x=x_{forw}} = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Примечание. Здесь производная берется по x .

Поскольку уравнения (14) с условиями (15) являются самосопряженными, нормированные собственные функции $\{\tilde{w}_i, \tilde{\psi}_i\}$ и $\{\tilde{w}_j, \tilde{\psi}_j\}$ удовлетворяют следующим ортонормированным отношениям для $i \neq j$:

$$\begin{cases} \int_L \{\tilde{\psi}_i j_y(x) \tilde{\psi}_j + \tilde{w}_i (m + \mu_z) \tilde{w}_j\} dx = \delta_{ij}; \\ \int_L \left\{ \tilde{\psi}_i (EI\tilde{\psi}_j')' + \tilde{\psi}_i k_z GA(\tilde{w}_j - \tilde{\psi}_j) + \tilde{w}_i [k_z GA(\tilde{w}_j' - \tilde{\psi}_j')] \right\} dx = \Omega_i^2 \delta_{ij}, \end{cases} \quad (16)$$

где d_{ij} — дельта Кронекера, $i = 1, 2, \dots$

Собственные функции $\tilde{u}_i(x)$ определяются задачей отыскания собственных значений дифференциального уравнения [14]:

$$-(EA\tilde{u}')' = \Omega_a^2 (m + \mu_x) \tilde{u} \quad (17)$$

с граничными условиями

$$(EA\tilde{u}')_{x=x_{off}} = (EA\tilde{u}')_{x=x_{forw}} = 0. \quad (18)$$

Эти собственные функции могут быть нормированы так, чтобы удовлетворять условию ортонормированности:

$$\int_L \tilde{u}_i (m + \mu_x) \tilde{u}_j dx = \delta_{ij}, \quad (19)$$

где d_{ij} — дельта Кронекера, $i = 1, 2, \dots$

Таким образом полученные уравнения (10)–(12) представляют собой математическую модель взаимодействия судна и грунта, в которой учтены динамическое изменение характеристик судна при касании о грунт и гидродинамические силы, вызванные движением предыдущего сегмента корпуса. Решение этой математической модели предложено через функции (13), которые можно определить из уравнений (14) и (17). При этом они должны удовлетворять граничным условиям (15), (18) и условиям ортонормированности (16), (19).

Заключение (Conclusion)

На основании полученных результатов в случае, если предполагается выгрузка на необорудованный берег методом частичной посадки на грунт или принудительная посадка судна на мель, можно заранее рассчитать возможности такой выгрузки или посадки для конкретного судна

и грунта. Особенность методики расчета заключается в том, что она позволяет учесть ударную нагрузку, возникающую в момент контакта судна с грунтом, а также особенности конструкции судна и его динамические параметры движения. Согласно предложенной методике можно сформулировать рекомендации капитанам судов, учитывающие динамику процесса и позволяющие прогнозировать условия касания грунта, а также определять ударные нагрузки для минимизации негативных последствий при предусмотренной посадке судна на мель.

В ходе дальнейшего исследования данный подход может позволить определить контактные силы, возникающие в момент соприкосновения судна с грунтом, и их зависимость от плотности и пластических свойств грунта: сцепления и угла внутреннего трения, а также от формы корпуса судна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азовцев А. И. Развитие судов для условий грузовых операций на необорудованных берегах арктических и субарктических морей / А. И. Азовцев, В. А. Кулеш, А. С. Огай, В. А. Петров // Полярная механика. — 2016. — № 3. — С. 450–460.
2. Осипов В. И. Сравнение численных результатов метода расчета процесса продольного спуска судна на воду и метода посадки судна на мель / В. И. Осипов // Морские интеллектуальные технологии. — 2023. — № 1–1 (59). — С. 51–58. DOI: 10.37220/MIT.2023.59.1.004.
3. Петров В. А. Исследование технологических и правовых условий обеспечения безопасности грузовых операций для судов, эксплуатация которых предусматривает посадку на грунт / В. А. Петров, А. С. Огай. — М.: Русайнс, 2018. — 326 с.
4. Кулеш В. А. Актуальность и безопасность грузовых операций при посадке судов на грунт / В. А. Кулеш, В. А. Петров // Морские интеллектуальные технологии. — 2015. — № 3–1 (29). — С. 75–80.
5. Азовцев А. И. Предложения по развитию требований к судам, эксплуатация которых предусматривает посадку на грунт / А. И. Азовцев, В. И. Евенко, В. А. Кулеш, М. А. Кутейников // Научно-технический сборник Российского морского регистра судоходства. — 2016. — № 42–43. — С. 47–58.
6. Осипов В. И. Аналитическое сравнение продольного спуска судна на воду с посадкой на мель / В. И. Осипов // Морские интеллектуальные технологии. — 2021. — № 3–1 (53). — С. 41–46. DOI: 10.37220/MIT.2021.53.3.005.
7. Герман А. П. Разработка схем усиления судна для взаимодействия с грунтом / А. П. Герман, В. А. Кулеш, Фам Чунг Хиеп // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 5. — С. 915–925. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-5-915-925.
8. Кулеш В. А. Проект локальной внешней конструктивной защиты днища судна от грунта / В. А. Кулеш, М. А. Кутейников, О. Э. Суров, Ч. Х. Фам // Научно-технический сборник Российского морского регистра судоходства. — 2023. — № 72–73. — С. 39–47.
9. Короткин А. И. Присоединенные массы судна: справ. / А. И. Короткин. — Л.: Судостроение, 1986. — 312 с.
10. Кулеш В. А. Нагрузки взаимодействия при ударах корпуса судна о грунт / В. А. Кулеш // Морские интеллектуальные технологии. — 2016. — № 3–1 (33). — С. 71–76.
11. Кулеш В. А. Методика расчета параметров взаимодействия судов с грунтом / В. А. Кулеш, Ч. Х. Фам // Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета. — 2021. — № 3 (48). — С. 39–48. DOI: 10.24866/2227-6858/2021-3-5.
12. Елисеева О. П. Особенности применения модели С. П. Тимошенко в задаче определения прогибов балок при совместном учете изгиба и сдвига / О. П. Елисеева, К. В. Шадт, Н. С. Тимофеева, Е. Кононова, Р. А. Сабиров // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. — 2011. — Т. 1. — № 7. — С. 91–93.
13. Тимошенко С. П. Статические и динамические проблемы теории упругости / С. П. Тимошенко. — Киев: Наукова Думка, 1975. — 563 с.
14. Корн Г. А. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. А. Корн, Т. М. Корн. — СПб.: Лань, 2003. — 831 с.

REFERENCES

1. Azovtsev, A., V. Kulesh, A. Ogay, and V. Petrov. "Ship's construction development for cargo operations in condition of the unimproved port facilities in Arctic and Subarctic coast." *Polyarnaya mekhanika* 3 (2016): 450–460.

2. Osipov, V. I. "Comparison of the numerical results of the method for calculating the process of longitudinal descent of the ship on the water and the method of landing the vessel on the ground." *Marine Intelligent Technologies* 1–1(59) (2023): 51–58. DOI: 10.37220/MIT.2023.59.1.004
3. Petrov, V. A., and A. S. Ogai. *Issledovanie tekhnologicheskikh i pravovykh uslovii obespecheniya bezopasnosti gruzovykh operatsii dlya sudov, ekspluatatsiya kotorykh predusmatrivaet posadku na grunt*. M.: Rusains, 2018.
4. Kulesh, V. A., and V. A. Petrov. "Aktual'nost' i bezopasnost' gruzovykh operatsii pri posadke sudov na grunt." *Marine Intelligent Technologies* 3–1(29) (2015): 75–80.
5. Azovtsev, A. I., B. I. Evenko, V. A. Kulesh, M. A. Kuteinikov, A. S. Ogai, and B. A. Petrov. "Proposal for rule requirements development for ships operating in contact with ground." *Research Bulletin by Russian Maritime Register of Shipping* 42–43 (2016): 47–58.
6. Osipov, V. I. "Analytical comparison of longitudinal launching of a vessel into the water with grounding." *Marine Intelligent Technologies* 3–1(53) (2021): 41–46.
7. German, Andrey P., Victor A. Kulesh, and Pham Trung Hiep. "Development of the vessel strengthening schemes for ground contact." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.5 (2020): 915–925. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-5-915-925.
8. Kulesh, V. A., M. A. Kuteynikov, O. E. Surov, and T. H. Pham. "Design of local external structural protection from ground for vessel's bottom." *Research Bulletin by Russian Maritime Register of Shipping* 72–73 (2023): 39–47.
9. Korotkin, A. I. *Prisoedinennye massy sudna*. L.: Sudostroenie, 1986.
10. Kulesh, Victor Anatolievich. "Contact loads of ship hull impact against ground." *Marine Intelligent Technologies* 3–1 (33) (2016): 71–76.
11. Kulesh, V., and T. H. Pham. "Method for calculating the parameters of vessels interaction with the ground." *FEFU: School of Engineering Bulletin* 3(48) (2021): 39–48. DOI: 10.24866/2227-6858/2021-3-5.
12. Eliseeva, O. P., K. V. Shadt, N. S. Timofeeva, E. Kononova, and R. A. Sabirov. "Osobennosti primeneniya modeli S. P. Timoshenko v zadache opredeleniya progibov balok pri sovместnom uchete izgiba i sdviga." *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики* 1.7 (2011): 91–93.
13. Timoshenko, S. P. *Staticheskie i dinamicheskie problemy teorii uprugosti*. Kiev: NAUKOVA DUMKA, 1975.
14. Korn, G. A., and T. M. Korn. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. SPb.: Lan', 2003.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Марьясов Георгий Валерьевич — аспирант
Научный руководитель:
Шарлай Георгий Николаевич
Морской государственный университет имени
адмирала Г. И. Невельского
690003, Российская Федерация, г. Владивосток,
ул. Верхнепортовая, 50а
e-mail: GeorgyMar94@gmail.com
Шарлай Георгий Николаевич —
кандидат технических наук, доцент
Морской государственный университет имени
адмирала Г. И. Невельского
690003, Российская Федерация, г. Владивосток,
ул. Верхнепортовая, 50а
e-mail: Gsharlay@msun.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Maryasov, Georgy V. — Postgraduate
Supervisor:
Sharlay, Georgy N.
Maritime State University Named
after Admiral G. I. Nevelskoy
50A Verkhneportovaya Str., Vladivostok,
690003, Russian Federation
e-mail: GeorgyMar94@gmail.com
Sharlay, Georgy N. —
PhD, associate professor
Maritime State University Named
after Admiral G. I. Nevelskoy
50A Verkhneportovaya Str., Vladivostok, 690003,
Russian Federation
e-mail: Gsharlay@msun.ru

Статья поступила в редакцию 22 апреля 2024 г.
Received: April 22, 2024.