

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВАМИ

DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-2-318-327

ALGORITHM FOR ESTIMATING THE PARAMETERS OF A DISCRETE-DYNAMIC CONSUMPTION FUNCTION USING A NEURAL NETWORK BY MATLAB

A. A. Chertkov, Ya. N. Kask, V. E. Terentiev

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The purpose of the work is to ensure continuous monitoring of the characteristics and operational indicators of urban facilities and its transport infrastructure by assessing the parameters that affect not only the level of organization and automation of the processes of documenting current statistical information on consumer expenditures of the population, but also the state of production of necessary consumer goods and transport services as a whole. An algorithm for numerical estimation of the parameters of regression models of consumption functions built on the basis of statistics of socio-economic development of the region is proposed. Its significant difference from the known methods of estimation is the use of neural network technologies, which contribute to a significant expansion of the technical capabilities of modeling and increase the accuracy of calculations by obtaining recurrent estimates of the vector of the desired model coefficients. It is shown that for the considered class of problems of “fitting” the trajectories of the consumption function to statistical data, it is possible to apply neural models of generalized regression networks with simple training modes and high modeling accuracy. The use of neural network technologies provides the maximum approximation of the production function model of a given structure to the neural model to a given initial approximation with its subsequent use for estimating weight coefficients. The method application is demonstrated by estimating the parameters of the discrete-dynamic model of the consumption function according to the corresponding statistical series. Calculations are performed using the functions of the Neural Networks Toolbox of the MATLAB environment. The method is applicable for quantitative estimates of the parameters of production models with complex logical-probabilistic relationships, as well as for obtaining numerical values of target indicators and indicators for assessing the development of inland water transport by statistical series and monitoring.

Keywords: algorithm, Cobb-Douglas model, neural network, parameter estimation, regression, statistical series, technologies, consumption function.

For citation:

Chertkov, Alexandr A., Yaroslav N. Kask, and Vladislav E. Terentiev. “Algorithm for estimating the parameters of a discrete-dynamic consumption function using a neural network by MATLAB.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 16.2 (2024): 318–327. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-2-318-327.

УДК. 621.398.04

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДИСКРЕТНО-ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФУНКЦИИ ПОТРЕБЛЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ НЕЙРОННОЙ СЕТИ СРЕДСТВАМИ MATLAB

А. А. Чертков, Я. Н. Каск, В. Е. Терентьев

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Целью работы является обеспечение непрерывного мониторинга, прогнозирования и достоверности показателей состояния производства и факторов его роста на предприятиях водного транспорта, по данным статистики, на основе опыта моделирования и параметрической оценки производственных функций с применением нейронных сетей и интеллектуальных систем. В связи с этим появляется возможность формирования значений целевых индикаторов и показателей развития внутреннего водного транспорта по контрольным периодам на краткосрочном и стратегическом уровнях. Предлагается алгоритм численной оценки параметров моделей производственных функций потребления, построенных с помощью регрессионных нейросетей по данным статистики социально-экономического развития региона. Отмечается, что существенным отличием данного способа оценки является использование нейросетевых технологий, способствующих значительному расширению технических возможностей моделирования и повышению точности вычислений путем получения рекуррентных оценок вектора искомых коэффициентов модели. Показано, что для рассматриваемого класса задач «пригонки» траекторий функции потребления к статистическим данным можно применять нейронные модели обобщенно-регрессионных сетей, обладающие простыми режимами обучения и высокой точностью моделирования. При этом применение нейросетевых технологий обеспечивает максимальное приближение модели производственной функции заданной структуры к нейронной модели при заданном начальном приближении с последующим ее использованием для оценки весовых коэффициентов. Применение алгоритма продемонстрировано на примере оценок параметров аппроксимированной с помощью нейросети функции потребления по соответствующим данным временных рядов. Получены численные оценки с применением операторных функций из арсенала *Neural Networks Toolbox* среды *MATLAB*. Предложенный алгоритм может быть применен для численного анализа производственных моделей потребления со сложными логико-вероятностными связями при оценивании целевых индикаторов и показателей развития внутреннего водного транспорта.

Ключевые слова: алгоритм, модель Кобба – Дугласа, нейронная сеть, оценка параметров, регрессия, статистический ряд, технологии, функция потребления.

Для цитирования:

Чертков А. А. Алгоритм оценки параметров дискретно-динамической модели функции потребления при помощи нейронной сети средствами *MATLAB* / А. А. Чертков, Я. Н. Каск, В. Е. Терентьев // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2024. — Т. 16. — № 2. — С. 318–327. DOI: 10.21821/2309-5180-2024-16-2-318-327.

Введение (Introduction)

При моделировании различных экономико-производственных процессов предполагается, что структуры их математических моделей могут быть заранее известны. При этом задача идентификации известной модели с неизвестными параметрами требует численной оценки ее параметров путем решения обратной задачи с применением различных параметрических методов на основе данных мониторинга и статистики. Такие задачи хорошо известны и играют важную роль для численных оценок обобщенных показателей моделей социально-экономического развития отдельных предприятий и территорий промышленного производства. В частности, задача оценивания параметров широко применяется в макроэкономических моделях при мониторинге и уточнении статистических показателей эффективности социально-экономического развития крупных региональных центров. Наиболее известным исследователем макроэкономики по праву считается Дж. М. Кейнс [1]–[3], который значительно расширил горизонт представлений о характере функционирования рыночной экономики, разработав оригинальный подход, учитывающий объем и динамику национального дохода, уровень цен, темпы инфляции и экономического роста. Наиболее известные макроэкономические модели российской экономики, предложенные российскими учеными К. Б. Михайленко (2004 г.), М. Н. Бродским (2006 г.), С. А. Айвазяном и др. (2013 г.), Д. В. Скрыпником (2016 г.), основаны на модели коррекции ошибок с наличием средне- и долгосрочных соинтеграционных соотношений [4].

Из [1] известно, что ключевым элементом любой макроэкономической модели является достижение равновесного соотношения между спросом и предложением, т. е. макроэкономического баланса, согласно которому агрегированный доход (выпуск товаров) определяется как сумма потребительских и государственных расходов, экспорта и инвестиций. Данные статистики в текущих и постоянных ценах регулярно публикуются Росстатом и региональными статистическими

ведомствами. Решение задачи обеспечения макроэкономического баланса в постоянных ценах предполагает выделение той части приращения номинального валового внутреннего продукта (ВВП) и его составляющих, которая объясняется наращиванием реальных объемов производства и потребления, а не изменением цен. Обеспечение текущего или номинального макроэкономического равновесия (в текущих ценах) требует учета изменения цен, показателем которого служит дефлятор, или индекс цен ВВП [5]. Причем «номинальные» доли расхода ВВП по составляющим дают ответы на вопросы, какие их части агрегированного дохода идут на потребление, а какие на покупку инвестиционных товаров в рублях.

Главным направлением, определяющим конкурентоспособность продукции в сфере хозяйственной деятельности и потребления, является *цифровизация процессов управления и численного анализа эффективности принятия решений*, предполагающая широкое использование компьютерных систем искусственного интеллекта, в частности нейронных сетей и технологий [6], [7]. Так, например, в качестве практического приложения нейронных сетей может служить параметрическая идентификация производственных функций, одной из которых является функция потребления по множеству данных статистических временных рядов. Эта процедура требует построения нейронной модели, являющейся, по сути, функцией интерполяции данных статистических рядов для последующей ее аппроксимации («пригонки», приближения) к модели с заданной структурой при условии обеспечения минимума среднеквадратичной ошибки.

Наиболее известной в макроэкономике моделью производственной функции является модель Кобба – Дугласа [8]–[10], учитывающая зависимость объема выпуска продукции (дохода) от основных факторов его производства: затрат труда и капитала. Наряду с моделями Кобба – Дугласа для оценивания хозяйственной деятельности предприятия рассматривается класс производственных моделей, содержащих экзогенные (внешние) и эндогенные (внутренние) переменные: CES — модели функций потребления, а также модели Клейна и Голдберга (США), учитывающие связь потребительского и инвестиционного спроса с текущим доходом [11], [12]. Таким образом, решение задачи идентификации параметров производственной функции потребления с применением нейронных сетей позволит автоматизировать процессы анализа, прогнозирования динамики производства товаров и их потребления в рамках региональных организационно-технологических структур и предприятий водного транспорта, а также управлять планированием их социально-экономического развития.

Методы и материалы (Methods and Materials)

В предлагаемой работе рассматривается задача параметрического оценивания модели с заданной структурой, являющейся совокупностью уравнений классического вида, включающей два балансовых и одно стохастическое уравнения. Связь потребления с перманентным валовым продуктом в постоянных ценах потребления домохозяйств [4], [5]:

$$C_t = \beta y_t^P, \quad (1)$$

где y_t^P — перманентный доход (постоянная часть располагаемого дохода);

β — параметр, соответствующий средней склонности к потреблению перманентного ВВП в постоянных ценах потребления населения.

Динамика процесса потребления описывается процессом адаптивных ожиданий, в котором приращение перманентного дохода в постоянных ценах потребления домохозяйств пропорционально разности фактического и перманентного дохода предыдущего периода:

$$y_t^P - y_{t-1}^P = \lambda(y_t - y_{t-1}^P), \quad (2)$$

где λ — весовой коэффициент.

Таким образом, уровень перманентного дохода является средневзвешенной величиной от текущего дохода в настоящий момент времени и перманентного дохода в предыдущий момент времени:

$$y_t^P = \lambda y_t + (1 - \lambda) y_{t-1}^P. \quad (3)$$

В модели (2) показатель перманентного дохода в постоянных ценах потребления населением все еще является ненаблюдаемой величиной. Выразим его через наблюдаемые переменные с помощью преобразования Койка. Подставив перманентный доход из уравнения (1) в уравнение (3) и произведя в нем ряд алгебраических упрощений, получим уравнение динамики для потребления домохозяйств:

$$C_t = \beta \lambda y_t + (1 - \lambda) C_{t-1}, \quad (4)$$

где $\beta \lambda$ — величина, характеризующая предельную склонность к потреблению текущего (фактического) дохода в постоянных ценах потребления.

Для более точной интерпретации уровня потребления в уравнение (4) введен случайный член возмущения ε :

$$C_t = \beta \lambda y_t + (1 - \lambda) C_{t-1} + \varepsilon, \quad (5)$$

позволяющий учесть влияние на потребление других неучтенных факторов.

Для приведения предлагаемой модели к компактному виду, удобному для моделирования, далее предложен ряд упрощений, позволяющих оценить ее параметры с помощью нейросети из приложения MATLAB, используя при этом в полной мере весь объем информации, содержащейся в данных статистических рядов.

На первом этапе параметрической идентификации, сохранив структуру модели функции потребления (5), учтем производственные и технологические показатели из данных статистики. С этой целью построим по заданным временным рядам ее адекватную дискретную динамическую модель, в которую вводится дефлятор P_C потребительских расходов (индекс потребительских цен), учитывающий инфляцию. С целью упрощения динамической модели (5) и приведения ее к виду, адекватному реальному процессу, введем в нее обобщенные коэффициенты:

$$a_0 = \varepsilon; a_1 = \beta \lambda P_C; a_2 = 1 - \lambda.$$

Тогда математическая модель функции потребления, в которой $y_t = Y_D$, примет следующий вид:

$$C = a_0 + a_1(Y_D / P_C) + a_2 C(-1), \quad (6)$$

где a_0, a_1, a_2 — постоянные коэффициенты соответствующей размерности;

C — реальные потребительские расходы на i -м шаге;

P_C — дефлятор потребительских расходов;

Y_D — доходы;

C_{i-1} — потребительские расходы на предыдущем шаге.

На втором этапе построим и обучим нейронную модель функции потребления по данным региональной статистики за период с I квартала 2003 г. по IV квартал 2013 г. с применением нейросетевых технологий. Отметим, что вектор $C(-1)$, отражающий эффект поддержания расходов на уровне потребления на предшествующем шаге с помощью автокорреляционной функции первого порядка $C_t = f(C_{t-1})$ образован по статистике C размерности $(1 \times n)$. В связи с этим размерность векторов C и $C(-1)$, входящих в модель (6), уменьшена на единицу.

Приведем фрагмент файла, реализующего способ оценки:

```
%Файл «fponet3.m»
% Поблочная загрузка временных рядов из файла командой (load file):
% Группирование данных для обобщенного вектора параметров модели:
x1=ones(43,1); x21=YD'./PC'; x2=x21(2:44,1); x31=C'; x3=x31(1:43,1);
Y1=C'; Y=Y1(2:44,1);
X=[x1 x2 x3];
```

Для создания нейронной сети из полученных векторов сформируем вектор выхода T и матрицу входных сигналов P . Приведем фрагмент программы создания в среде MATLAB нейронной сети *net*:

% Построение и обучение нейронной сети

```
K=X(:,2); L=X(:,3); P=[K L]'; T=Y';
```

```
spread=1.0;
```

```
net=newgrnn(P,T,spread)
```

% Построение нейронной модели функции потребления

```
Cm=sim(net,P);
```

В результате обучения нейросети получим следующие ее параметры:

```
net =
```

```
Neural Network
```

```
name: 'Generalized Regression Neural Network'
```

```
userdata: (your custom info)
```

```
dimensions:
```

```
numInputs: 1
```

```
numLayers: 2
```

```
numOutputs: 1
```

```
numInputDelays: 0
```

```
numLayerDelays: 0
```

```
numFeedbackDelays: 0
```

```
numWeightElements: 172
```

```
sampleTime: 1
```

```
connections:
```

```
biasConnect: [1; 0]
```

```
inputConnect: [1; 0]
```

```
layerConnect: [0 0; 1 0]
```

```
outputConnect: [0 1]
```

На третьем этапе выполним оценивание параметров функции потребления в системе MATLAB путем «пригонки» ее по модели, сформированной в процессе обучения нейросети. С этой целью применим операторную функцию $C_m = \text{sim}(\text{net}, P)$, в которой P определяется исходным временным рядом. Полученные после обучения нейронной сети численные значения вектора C_m являются оценками значений искомой функции C .

Графики эксперимента (статистического ряда) C_i и нейронной модели C_m представлены на рис. 1, откуда видно, что непрерывная кривая нейронной модели C_m точно проходит через систему узловых точек «о», т. е. выполнена 100%-я интерполяция статистического ряда C_i , что свидетельствует о высоком качестве моделирования используемой обобщенной нейросети. Обученная модель нейронной сети, как видно из результатов обучения, содержит 172 весовых элементов (numWeightElements: 172).

Искомые коэффициенты модели (6) получим с помощью функции lsqcurvefit, обеспечивающей наилучшим образом приближение выхода модели к выходу C_m , рассчитанному с помощью нейронной сети по формуле (3).

Алгоритм оптимальной идентификации предусматривает выполнение следующих действий:

1. Строится файл-функция F для модели (6), в которой коэффициенты представлены вектором переменных состояния, отражающим заданную структуру модели.

2. Выполняются условия синтаксиса функции «пригонки» lsqcurvefit из инструментария MATLAB, аргументами которой являются файл-функция, начальное приближение, время, выход нейронной модели, нижняя и верхняя границы.

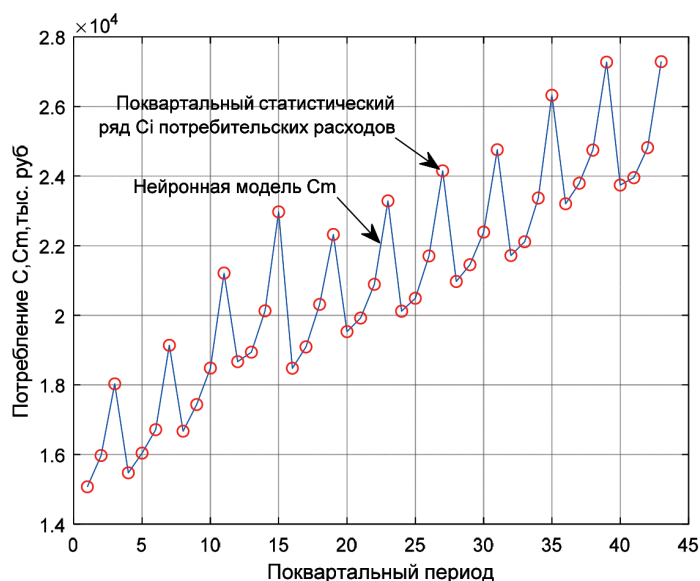


Рис. 1. Моделирование функции потребления при помощи нейронной сети
Fig. 1. Modeling the consumption function using a neural network

3. С помощью функции «пригонки» по данным вектора C_m реализуем наилучшие оценки коэффициентов модели вектора x , позволяющие построить модель функции потребления, отвечающую заданной структуре:

$$y = x(1) + Kx(2) + Lx(3),$$

где $K = (Y_D/P_C)$, $L = C(-1)$.

4. Операция «пригонки» реализует наилучшие оценки вектора x по методу наименьших квадратов:

$$\min_x \|F(x, P) - C_m\|^2.$$

5. По известной модели $F(x, P)$ находится оценка ошибки параметрической идентификации. Графические построения приведены на рис. 2.

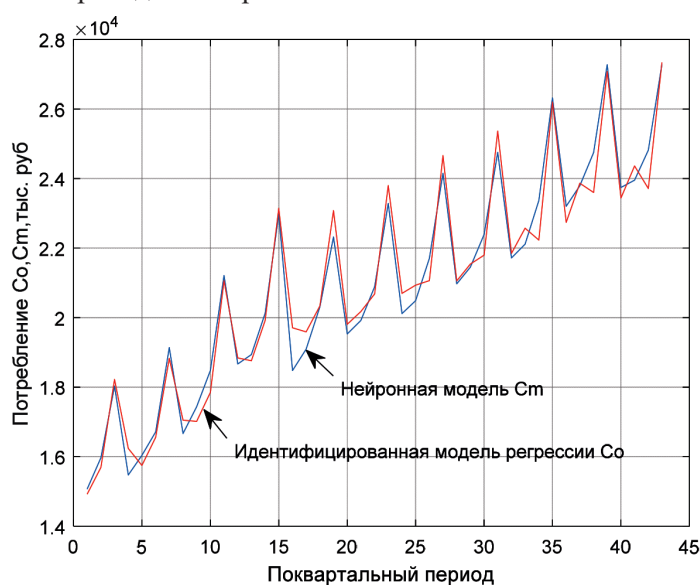


Рис. 2. Графики нейронной модели C_m функции потребления и ее идентифицированной модели C_0
Fig. 2. Graphs of the neural model C_m of the consumption function and its model C_0 identified by it

Операторный фрагмент программы, реализующей операцию «пригонки» функции потребления к ее нейронной модели:

```
% Вектор начального приближения
x0=[0.01 0.01 0.01]';
lb=zeros(3,1); ub=[];
evcm=norm([Y-Cm'],2)
t=1:43;
xdata=t';
ydata=Cm';
% Оценка элементов вектора x:
x=lsqcurvefit(@(x,xdata)myfun1(x,xdata,K,L),x0,xdata,ydata,lb,ub)
```

В приведенном фрагменте файл-функция представлена в следующем виде:

```
function F=myfun1(x,xdata,K,L)
```

Результатами «пригонки» кривой, описываемой функцией F под значения C_m , является вектор коэффициентов $x = [x(1) \ x(2) \ x(3)]^T$ (в полном формате):

$x =$

$1.0e+03 \cdot$

1. 405280027580972

0. 000364809544186

0. 000479040339765

>>

наилучшим образом подгоняющих нелинейную функцию F (в файл-функции *function*) к выходным данным C_m используемой модели нейросети. Отсюда численные оценки искомых коэффициентов модели (6) с учетом множителя 10^3 можно записать в виде вектора-столбца (в коротком формате):

$$x = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = 10^3 \cdot \begin{bmatrix} 1.4053 \\ 0.0004 \\ 0.0005 \end{bmatrix},$$

в котором они соответствуют значениям: $a_0 = x(1) = 14053$; $a_1 = x(2) = 0,4$; $a_2 = x(3) = 0,5$.

Таким образом, все коэффициенты идентифицируемой функции потребления определены.

Результаты (Results)

В результате параметрической оценки по методу наименьших квадратов кривой регрессии, построенной путем «пригонки» к модели потребления C_m с помощью обобщенно-регрессионной нейронной сети по данным статистики, получим математическую модель идентифицированной (регрессионной) функции потребления вида

$$C_0 = 1405 + 0,4(YD/PC) + 0,5C(-1).$$

На рис. 2 приведены кривые, визуально отображающие степень «пригонки» (аппроксимации) идентифицированной (регрессионной) модели C_0 функции потребления по ее нейросетевой модели C_m на том же временном интервале.

На основе полученных результатов построения функции регрессии C_0 и нейронной модели C_m можно оценить качество регрессии с помощью численной оценки средней ошибки аппроксимации по относительному отклонению (расхождению) кривых на поквартальном интервале 2003–2013 гг. по формуле

$$\delta_c = \frac{\sum_{i=1}^{n=43} (|C_i - C_0| / C_i)}{n} 100 \%$$

Для построенных кривых моделей регрессии C_0 и нейросети C_m (см. рис. 2) величина этого расхождения (ошибки аппроксимации) составляет $\delta_c = 1,94425 \%$, т. е. ошибка параметрической оценки регрессионной модели не превосходит 2 %, что свидетельствует о высоком качестве параметрической идентификации.

Обсуждение (Discussion)

В работе рассмотрен алгоритм параметрической идентификации моделей функции потребления с применением обобщенно-регрессионной нейронной сети, предусматривающий построение модели регрессии по статистическим данным потребительских расходов и последующую оценку ее параметров. Моделирование выполнялось на основе адаптированного для использования русскоязычного пользователя пакета STATISTICA Neural Networks среды MATLAB. Приведена методология и разработан алгоритм обучения нейронной сети для распознавания динамики процесса потребительских расходов по данным статистики и построения его нейронной модели. Произведено оценивание ее параметров через евклидову норму ошибки путем «пригонки» нейронной модели функции потребления к заданному множеству статистических данных по методу наименьших квадратов. Выполнен анализ качества параметрической идентификации по показателю средней ошибки аппроксимации кривой регрессии функции потребления ее нейронной модели, построенной по данным статистики, и подтверждена высокая эффективность предложенного алгоритма.

Выводы (Summary)

На основе выполненного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Преимуществом использования нейросетевых методов регрессионного анализа из пакета STATISTICA Neural Networks MATLAB является возможность анализа данных статистики с целью диагностирования состояния региональной инфраструктуры производства, потребления и выявления факторов роста промышленного производства, а также проверки достоверности их соответствия реальным экономическим показателям развития.
2. Нейронные модели могут успешно применяться для параметрической идентификации моделей функций потребления заданной структуры, обеспечивая наилучшие оценки регрессии по методу наименьших квадратов, что обеспечивает достоверность используемой модели и данных статистики экономического развития инфраструктуры, используемых для принятия обоснованных управленческих решений.
3. Алгоритм параметрической идентификации регрессионных моделей по данным статистики с применением нейросетевых технологий может быть использован в отрасли речного и морского флота для формирования значений целевых индикаторов и показателей на краткосрочном и стратегическом уровнях ее развития. Это позволит обеспечить повышение эффективности управленческих решений в выработке согласованной последовательности взаимодействия и ритмичности работы различных отраслей промышленности с данной отраслью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Макконнелл К. Р. Экономикс: принципы, проблемы и политика: учебник / К. Р. Макконнелл, С. Л. Брю, Ш. М. Флинн; пер. с англ. — 19-е изд. — М.: ИНФРА-М, 2018. — 1056 с.
2. Аветисян Т. В. Макроэкономика и цифровая экономика: вызовы и перспективы в условиях глобальных трансформаций: монография / Т. В. Аветисян, М. У. Базарова, М. А. Баниева, В. Э. Жажиева [и др.]. — Н. Новгород: НОО «Профессиональная наука», 2023. — 89 с.
3. Абель Э. Макроэкономика / Э. Абель, Б. Бернарке. — СПб.: Питер, 2010. — 768 с.

4. Полбин А. В. Оценка простой модели системы одновременных уравнений для российских макроэкономических показателей: монография / А. В. Полбин, С. Г. Синельников-Мурылев. — М.: Фонд «Институт экономической политики им. Е. Т. Гайдара», 2020. — 56 с.
5. Полбин А. К вопросу о долгосрочной взаимосвязи реального потребления домохозяйств с реальным доходом в РФ / А. Полбин, Н. Фокин // Экономическое развитие России. — 2017. — Т. 24. — № 10. — С. 6–16.
6. Барышников С. О. Модели и алгоритмы управления объектами водного транспорта в условиях цифровой трансформации / С. О. Барышников, Д. В. Дмитриенко, В. В. Сахаров, А. А. Чертков. — СПб.: Изд. «Заневская площадь», 2022. — 520 с.
7. Сахаров В. В. Модели и алгоритмы оптимизации технологических процессов на объектах водного транспорта в среде MATLAB: монография / В. В. Сахаров, А. А. Кузьмин, А. А. Чертков. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2015. — 436 с.
8. Суворов Н. В. Применение производственной функции Кобба – Дугласа для анализа промышленно-го комплекса региона / Н. В. Суворов, Р. Р. Ахунов, Р. В. Губарев, Е. И. Дзюба, Ф. С. Файзуллин // Экономика региона. — 2020. — Т. 16. — № 1. — С. 187–200. DOI: 10.17059/2020-1-14/.
9. Колчинская Е. Э. Исследование факторов роста промышленности России с использованием производственной функции / Е. Э. Колчинская, С. Н. Растворцева // Актуальные проблемы экономики и права. — 2013. — № 4. — С. 152–158.
10. Воробьева Е. Ю. Оценивание параметров математической модели экономико-экологической задачи методом модулирующих функций / Е. Ю. Воробьева, Т. Ю. Пепеляева, В. Ю. Иванкин // Московский экономический журнал. — 2021. — № 1. — С. 26. DOI: 10.24412/2413-046X-2021-10030.
11. Пучков В. Ф. Методология построения математических моделей и оценка параметров динамики экономических систем: монография / В. Ф. Пучков, Г. В. Грацинская. — М.: Креативная экономика, 2011. — 240 с.
12. Козко А. И. Ограничения на значения функции потребления в модели экономического роста Рамсея – Касса – Купманса в случае стационарности функции сбережения / А. И. Козко, Л. М. Лукина, А. Ю. Попов, В. Г. Чирский // Чебышевский сборник. — 2021. — Т. 22. — № 2 (78). — С. 501–509. DOI: 10.22405/2226-8383-2021-22-2-501-509.

REFERENCES

1. McConnell, Campbell R., Stanley L. Brue, and Sean Masaki Flynn Dr. *Economics: Principles, Problems, & Policies*. 20th Edition. McGraw-Hill Education, 2014.
2. Avetisyan, T. V., M. U. Bazarova, M. A. Banieva, V. E. Zhazhieva, A. I. L'vovich, I. Ya. L'vovich, Ya.E. L'vovich, A. P. Preobrazhenskii, Yu.P. Preobrazhenskii, S.V. Sergeeva, T.E. Sitokhova, A.V. Tsydypova, E. V. Tsyrenov, and I. B. Tsyrenova. *Makroekonomika i tsifrovaya ekonomika: vyzovy i perspektivy v usloviyakh global'nykh transformatsii*. N. Novgorod: NOO «Professional'naya nauka», 2023.
3. Abel, Andrew, Ben Bernanke, and Dean Croushore. *Macroeconomics*. 9th Edition. Pearson, 2016.
4. Polbin, A.V., and S.G. Sinelnikov-Murylev. *A simple macro-econometric simultaneous equation model for the Russian economy*. M.: Fond «Institut ekonomicheskoi politiki im. E. T. Gaidara», 2020.
5. Polbin, A., and N. Fokin. “Note on cointegration relationship between real consumption and real income in Russia.” *Russian Economic Developments* 24.10 (2017): 6–16.
6. Baryshnikov, S. O., D. V. Dmitrienko, V. V. Sakharov, and A. A. Chertkov. *Modeli i algoritmy upravleniya ob'ektami vodnogo transporta v usloviyakh tsifrovoy transformatsii*. SPb.: Izd. «Zanevskaya ploshchad'», 2022.
7. Sakharov, V. V., A. A. Kuz'min, and A. A. Chertkov. *Modeli i algoritmy optimizatsii tekhnologicheskikh protsessov na ob'ekтах vodnogo transporta v srede MATLAB: monografiya*. SPb.: Izd-vo GUMRF im. adm. S. O. Makarova, 2015.
8. Suvorov, N. V., R. R. Akhunov, R. V. Gubarev, E.I. Dzyuba, and F.S. Fayzullin. “Applying the Cobb-Douglas Production Function for Analysing the Region's Industry.” *Economy of Regions* 16.1 (2020): 187–200. DOI: 10.17059/2020-1-14
9. Kolchinskaya, E. E., and S. N. Rastvortseva. “Research of the factors of industrial growth in Russia using the production function.” *Russian Journal of Economics and Law* 4 (2013): 152–158.
10. Vorobeve, E. U., T.F. Pepelyaeva, and V. U. Ivankin. “Estimation of parameters of a mathematical model of economic and ecological problem by the method of modulating functions.” *Moscow Economic Journal* 1 (2021): 26. DOI: 10.24412/2413-046X-2021-10030.

11. Puchkov, V. F., and G. V. Gratsinskaya. *Metodologiya postroeniya matematicheskikh modelei i otsenka parametrov dinamiki ekonomicheskikh sistem*. M.: Kreativnaya ekonomika, 2011.

12. Kozko, A. I., L. M. Luzhina, A. Yu. Popov, and V. G. Chirskii. "Restrictions on the values of the consumption function in the Ramsey – Kass – Koopmans economic growth model in the case of a stationary saving function." *Chebyshevskii sbornik* 22.2(78) (2021): 501–509. DOI: 10.22405/2226-8383-2021-22-2-501-509.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Чертков Александр Александрович —
доктор технических наук, доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: chertkov51@mail.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Каск Ярослав Николаевич —
кандидат технических наук
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: rgam2010@yandex.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Терентьев Владислав Евгеньевич —
кандидат технических наук,
старший научный сотрудник
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская 5/7
e-mail: puterentiev.v.e@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Chertkov, Alexandr A. —
Dr. of Technical Sciences, associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: chertkov51@mail.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Kask, Yaroslav N. —
PhD
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: rgam2010@yandex.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Terentiev, Vladislav E. —
PhD
Senior Researcher
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: puterentiev.v.e@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 3 марта 2024 г.

Received: March 3, 2024.