ВЕСТНИК
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
МОРСКОГО И РЕЧНОГО ФЛОТА ИМЕНИ АДМИРАЛА С. О. МАКАРОВА

DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-6-951-958

MODIFICATION OF THE WAVE ALGORITHM FOR EUCLIDEAN DISTANCES CALCULATION IN TRANSPORT APPLICATIONS

A. L. Kuznetsov

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

Many engineering problems could be either reduced to or directly involve the mathematical problem of finding the shortest path in some confined space with obstacles. To solve this problem, graph theory and dynamic programming offers quite a lot of exact and heuristic algorithms that work with directed and undirected, weighted and unweighted, connected and disconnected graphs. All these methods are based on their own techniques of calculating the distance between the vertices, the choice of which is dictated by the convenience of implementation and methodological considerations. As a result, the resulted paths found by the algorithms usually are characterized by a certain abstract length, which is often difficult to convert into Euclidean one. Nevertheless, spatial problems in engineering practice often require an answer in terms of real physical distances. Specifically, such a task fully arises in engineering applications related to the design of seaports, namely, in the laying of routes of intra-terminal transport, power supply networks, in the design of approach channels. A modification of the most common method for finding the shortest paths, the wave orthogonal-diagonal algorithm, is described in the paper. It allows you to include the geometric characteristics of its individual sections in the calculation of the length of the found route, which makes it possible to accurately estimate the length in the sense of the Euclidean distance.

Keywords: path finding algorithm, Euclidean distance, Manhattan metric, geometric characteristics, engineering applications, routing routes.

For citation:
Kuznetsov, Aleksandr L. “Modification of the wave algorithm for Euclidean distances calculation in transport applications.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 15.6 (2023): 951–958. DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-6-951-958.

УДК 656.615

МОДИФИКАЦИЯ ВОЛНОВОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ РАСЧЕТА ЭВКЛИДОВЫХ РАССТОЯНИЙ В ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧАХ

А. Л. Кузнецов

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Предметом настоящего исследования является математическая проблема нахождения кратчайшего пути в некотором ограниченном пространстве с препятствиями с помощью теории графов и динамического программирования, в которой предусмотрено достаточно много точных и эвристических алгоритмов, работающих с ориентированными и неориентированными, взвешенными и невзвешенными, связными и несвязными графами. Все эти методы предполагают различные способы расчета расстояния между вершинами, выбор которых обусловлен удобством реализации и методическими соображениями. Как следствие, найденные пути характеризуются некоторой абстрактной длиной, которая чаще всего трудно поддается пересчету в эвклидову. Тем не менее пространственные задачи в инженерной практике зачастую требуют получения результата именно в реальных физических расстояниях. В статье выполнено описание модификации наиболее распространенного метода поиска кратчайших путей — волнового ортогонально-диагонального алгоритма, который позволяет включить в расчет длины найденного маршрута геометрические характеристики его отдельных участков, что дает возможность достаточно точно оценить длину в смысле эвклидова расстояния. Отмечается, что в полной мере такая задача возникает в инженерных приложениях, связанных с проектированием морских портов, а именно: при прокладке трасс внутритерминального транспорта и сетей электропитания, при проектировании подходных каналов. К аналогичной проблеме приводит также прокладка маршрутов морских судов в сложных ледовых условиях. Во всех указанных случаях важной является не только *топологическая конфигурация построенного маршрута, но и его оценка в терминах традиционного геометрического расстояния. Невозможность прямого получения этих характеристик сдерживает применение алгоритмических методов поиска оптимальных трасс и путей в практике технологического проектирования, что ограничивает использование цифровых инструментов для повышения эффективности расчетно-конструкторских методов проектирования объектов инфраструктуры морского транспорта.*

Ключевые слова: технологическое проектирование портов, алгоритм поиска пути, эвклидово расстояние, манхеттенова метрика, геометрические характеристики, инженерные приложения, прокладка маршрутов.

Для цитирования:
Кузнецов А. Л. Модификация волнового алгоритма для расчета эвклидовых расстояний в транспортных задачах / А. Л. Кузнецов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2023. — Т. 15. — № 6. — С. 951–958. DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-6-951-958.

Введение (Introduction)

Во многих инженерных приложениях (теория игр, теория абстрактных автоматов, проектирование электронных узлов, топография и др.) требуется нахождение пути между парой точек в заданной области при наличии препятствий. Для решения этой задачи, как правило сводимой к теории графов, за последние десятилетия предложено много различных алгоритмов [1]–[4], однако поиски новых вариантов решений этой проблемы продолжаются [5]–[10].

Одним из первых и до сих пор наиболее популярным среди существующих решений является *волновой алгоритм*, или *алгоритм Ли* [11] с некоторыми модификациями [12]. В то же время большинство предложенных для решения этой задачи алгоритмов в качестве метрики использует не эвклидово расстояния, а некоторые иные характеристики, выбор которых определяется методическими соображениями и удобством реализации. Это обстоятельство вызывает определенные сложности при решении задач, требующих оценки реальных пространственных соотношений и расстояний. Подобные задачи возникают, в частности, при проектировании внутрипортовых транспортных сетей и оценке связности морских терминалов с сетью смежного транспорта [13]. К этой же задаче сводится прокладка подходных каналов к акватории порта, проектирование трасс движения судов в акватории, а также прокладка маршрутов движения морских судов в сложных условиях (например, ледовых или штормовых). Возникающие в процессе использовании традиционных алгоритмов поиска пути в дискретном пространстве можно продемонстрировать на примере волнового алгоритма.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Основная идея волнового алгоритма состоит в том, что область поиска пути покрывается сеткой с ячейками подходящего размера, которая разбивает ее на однородные дискреты. Препятствия, не допускающие прокладки маршрута, кодируются символами запрета, как это показано на рис. 1. Из исходной точки в рабочем поле распространяется числовая волна, номер очередного фронта которой фиксируется в рабочем поле (рис. 2). На этом рисунке для наглядности одинаковым цветом выделены дискреты с одинаковым кодом фронта волны. Если распространяемая волна на некотором шаге N достигает конечной точки, то это доказывает существование пути между выбранными точками. Для его нахождения выполняется обратный ход, при котором из конечной точки выбирается дискрет с кодом волны $N - 1$, из которого выбирается дискрет с кодом волны $N - 2$ и так продолжается вплоть до достижения исходной точки (рис. 3, *а*). Построенный таким образом путь является кратчайшим, но, возможно, не единственным.

Иногда при распространении волны свободные дискреты анализируются только слева, справа и сверху, снизу, т. е. без рассмотрения диагональных «соседей». При подобном ортогональном способе построения найденный кратчайший путь имеет форму, отличающуюся от рассмотренного ранее «полного» алгоритма, называемого *диагонально-ортогональным* (рис. 3, *б*).

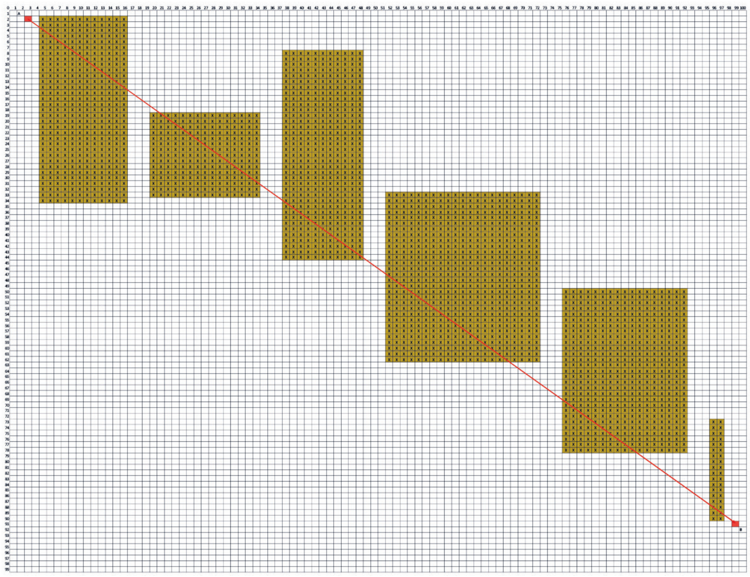

Рис. 1. Представление рабочей области построения пути

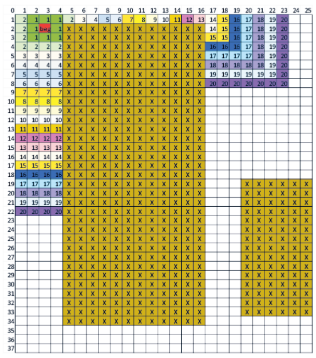

Рис. 2. Первые фазы распространения волны

а) б)

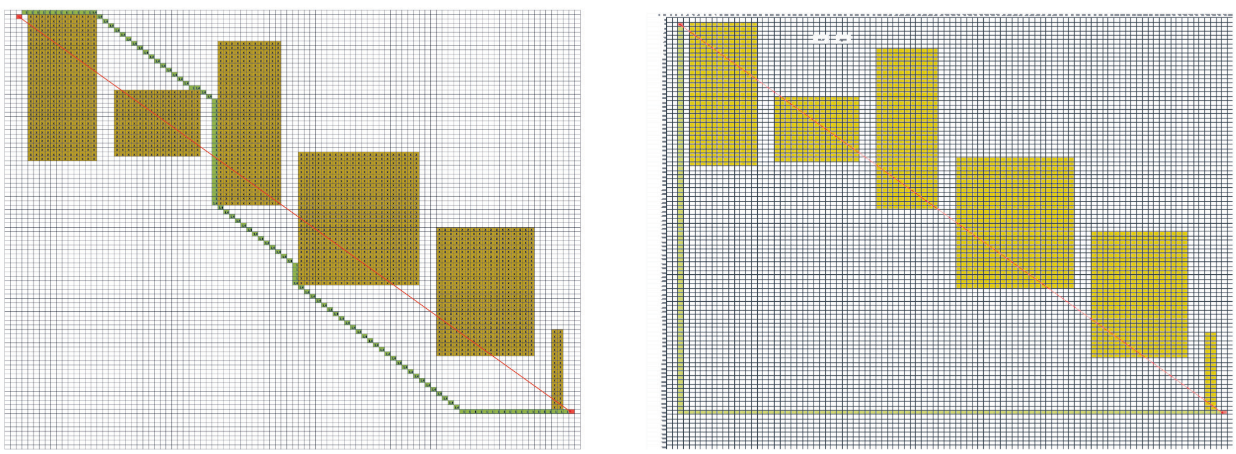

Рис. 3. Путь между заданными точками:
а — построенный с помощью диагонально-ортогоналдьного волнового алгоритма;
б — построенный с помощью ортогонального способа распространения волны

Как видно из рис. 3, *б*, построенная таким способом трасса маршрута значительно отличается от результата, приведенного на рис. 3, *а*, по конфигурации, но не по длине.

Результаты (Results)

В задачах подобного рода длина пути часто рассчитывается не с помощью эвклидовой $\rho_{AB}^{\text{М}}=\sqrt{\left(x_A-x_B\right)^2+\left(y_A-y_B\right)^2}$, а с помощью так называемой манхеттеновой метрики: $\rho_{AB}^{\text{м}}=\left|x_A-x_B\right|+\left|y_A-y_B\right|$. В этом случае длина пути на рис. 3, *а* совпадает с длиной пути на рис. 3, *б*. При этом путь на рис. 4, очевидно, имеет большую длину в смысле обычного эвклидова расстояния. В ряде случаев эта разница непринципиальна, в некоторых случаях она не может быть проигнорирована. Например, эвклидова длина приведенного на рис. 4 отрезка равна $9\sqrt{2}$, в то время как число представляющих его дискретов равно 10 для полного и 19 для ортогонального варианта алгоритма.

а) б)

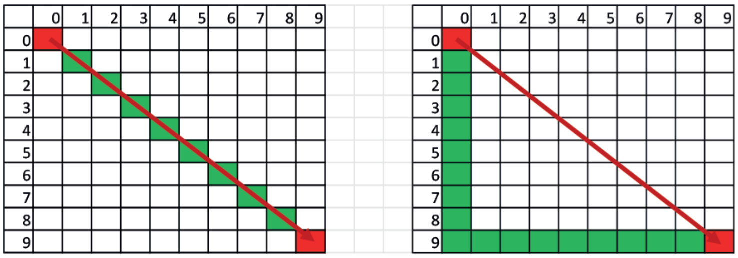

Рис. 4. Длина отрезка пути:
а — ортогонально-диагональный; *б* — ортогональный

Таким образом, длина построенного пути, измеренная количеством входящих в него дискретов, также не позволяет получить оценку эвклидовой длины. Для того чтобы получить корректное значение эвклидова расстояния, предлагается использовать следующий прием: если в полном варианте алгоритма переход из текущего дискрета в дискрет с предыдущим кодом волны выполняется по вертикали или горизонтали, то длина соответствующего отрезка принимается равной единице.

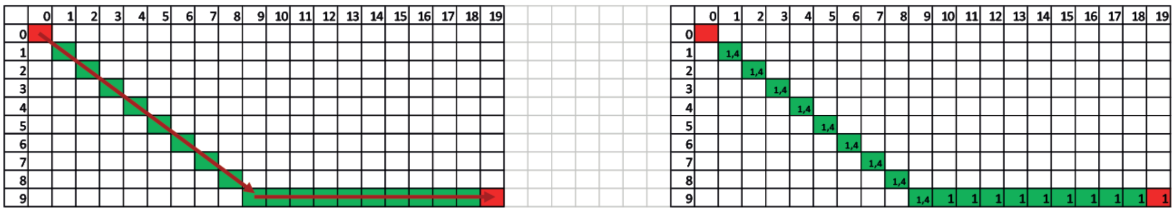

Рис. 5. Расчет эвклидовой длины построенного пути

В случае, если переход выполняется по диагонали, то длина соответствующего отрезка принимается равной $\sqrt{2}$ (рис. 5). Как видно из этого рисунка, рассчитанные количеством дискретов длины обоих отрезков равны между собой, в то время как рассчитанная длина правого отрезка будет больше.

Обсуждение (Discussion)

Суммирование всех значений длин, входящих в построенный путь отрезков, дает оценку эвклидовой длины пути. Легко заметить, что длина ортогонально-диагонального пути определяется выражением

$$\rho_{AB}^{Lee}=\max\left\{\left|x_A-x_B\right|,\left|y_A-y_B\right|\right\}-\min\left\{\left|x_A-x_B\right|,\left|y_A-y_B\right|\right\}+$$
$$+\sqrt{2}\min\left\{\left|x_A-x_B\right|,\left|y_A-y_B\right|\right\}.$$

Действительно, по диагонали путь можно проложить лишь в квадрате, сторона которого определяется минимальным расстоянием между точками по горизонтали и вертикали, т. е.

$\min\{|x_A - x_B|, |y_A - y_B|\}$, который рассчитывается умножением на $\sqrt{2}$, а оставшийся отрезок $\max\{|x_A - x_B|, |y_A - y_B|\} - \min\{|x_A - x_B|, |y_A - y_B|\}$ входит в сумму с множителем «1», т. е. оценивается числом дискретов горизонтальных и вертикальных участков.

Следует отметить, что окружность в рассматриваемом дискретном пространстве, определяемая как совокупность дискретов, равноудаленных от центра, принимает разную форму в зависимости от способа построения пути, т. е. от использования диагонального или диагонально-ортогонального алгоритма. Точнее, это связано с различиями в способе подсчета длины (рис. 6). На этом рисунке расстояние от центра подсчитывается как количество шагов, необходимое для достижения дискрета из центральной точки (0,0). Если расстояние определяется для случая нахождения пути с помощью ортогонально-диагонального алгоритма (рис. 6, *б*) с использованием предлагаемой на с. 954 формулы, то картина изменится (рис. 7). Дискреты в правой части этого рисунка содержат вычисленные точные значения расстояния ρ_{AB}^{Lee}, в левой части рисунка эти значения округлены до ближайшего целого. Окружность, построенная таким образом, приведена на рис. 8, откуда видно, что некоторые дискреты могут быть достигнуты за семь, а некоторые — за десять шагов распространения волны, при этом эвклидово расстояние от центра у них будет приблизительно одинаковым (с точностью до округления).

а) б)

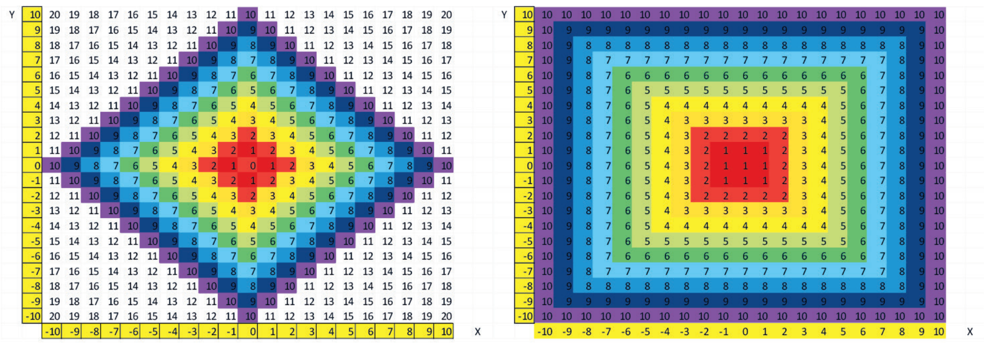

Рис. 6. Окружности в дискретном пространстве:
а — ортогонально-диагональный подсчет расстояния;
б — ортогональный подсчет расстояния

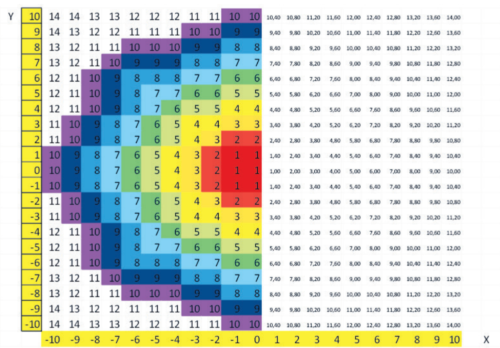

Рис. 7. Эвклидовы расстояния
для случая диагонально-ортогонального алгоритма

Предлагаемое решение позволяет легко учесть различия масштабов дискретов по вертикали и горизонтали. Смещение по горизонтали в этом случае считается равным цене дискрета d_x, смещение по вертикали — цене дискрета d_y, смещению по диагонали соответствует длина отрезка $\sqrt{d_x^2 + d_y^2}$.

а) б)

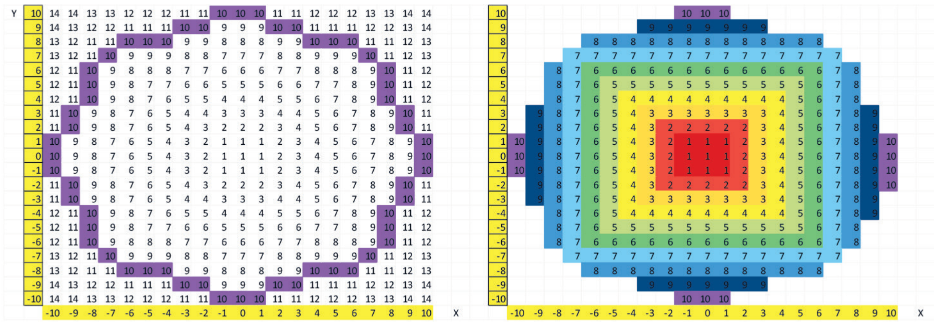

Рис. 8. Окружность, построенная с помощью диагонально-ортогонального алгоритма:
а — расстояние от центра; *б* — номер шага алгоритма

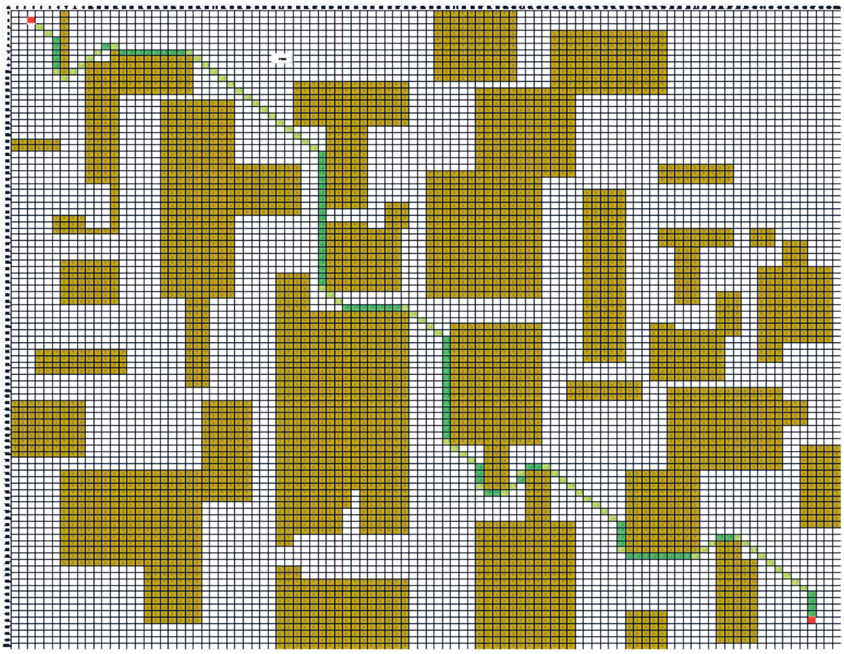

Рис. 9. Построение пути и расчет его эвклидовой длины
с помощью волнового алгоритма

На рис. 9 приведен пример построения пути и расчет его длины для тестового задания. Видно, что построенная трасса имеет вполне рациональную конфигурацию, которую мог бы построить и человек, так как, ее общая длина выражена традиционным эвклидовым расстоянием.

Заключение (Conclusion)

Предложенный в работе алгоритм с достаточной инженерной точностью позволяет решить задачу определения эвклидовой длины трасс, проложенных между заданными точками на ограниченной области дискретной плоскости с препятствиями. Его реализация практически не отличается от реализации классического волнового алгоритма, предполагающего распространение прямой волны и выполнение обратного хода, — меняется лишь подсчет весов при переходе от дискрета пути к следующему дискрету. Алгоритм может быть дополнен возможностью учета различия масштабов дискретов по вертикали и горизонтали, что особенно важно при работе на морских картах.

Для построения более сложных конфигураций, предполагающих *древовидные конфигурации* соединений между некоторым множеством точек, алгоритм может быть рекурсивно продолжен с выбором в качестве начального источника волны всего построенного до этого фрагмента.

Таким образом, на основании ранее изложенного можно сделать вывод о том, что описанный в статье метод является перспективным в ряде инженерных приложений, связанных с технологическим проектированием морских портов, планированием и выбором движения морских судов, а также сопряжением сетей смежного транспорта в хинтерленде. Модернизация и модификация предложенного метода могут увеличить возможность его применения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bellman R.* On a routing problem / R. Bellman // Quarterly of Applied Mathematics. —1958. — Vol. 16. — Is. 1. — Pp. 87–90. DOI: 10.1090/qam/102435.

2. *Dijkstra E. W.* A note on two problems in connexion with graphs / E. W. Dijkstra // Numerische Mathematik. — 1959. — Vol. 1. — Pp. 269–271. DOI: 10.1007/BF01386390.

3. *Евстигнеев В. А.* Итеративные алгоритмы глобального анализа графов. Пути и покрытия / В. А. Евстигнеев; Под ред. А. П. Ершова. — М: Наука, 1985. — 352 с.

4. *Кузнецов А. Л.* Матричный метод поиска путей на взвешенных ориентированных графах в задачах сетевого планирования при проектировании и эксплуатации морских портов / А. Л. Кузнецов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 2. — С. 230–238. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-230-238.

5. *Chen D. Z.* Developing algorithms and software for geometric path planning problems / D. Z. Chen // ACM Computing Surveys (CSUR). — 1996. — Vol. 28. — Is. 4es. — Pp. 18-es. DOI: 10.1145/242224.242246.

6. *Галкина В. А.* Построение кратчайших путей в ориентированном графе / В. А. Галкина // Дискретная математика. Комбинаторная оптимизация на графах. — М.: Издательство «Гелиос АРВ», 2003. — С. 75–94.

7. *Kröger M.* Shortest multiple disconnected path for the analysis of entanglements in two-and three-dimensional polymeric systems / M. Kröger // Computer physics communications. — 2005. — Vol. 168. — Is. 3. — Pp. 209–232. DOI: 10.1016/j.cpc.2005.01.020.

8. *Алексеев В. Е.* Глава 3.4. Нахождения кратчайших путей в графе / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов // Графы. Модели вычислений. Структуры данных. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского гос. ун-та, 2005. — С. 236–237.

9. *Abraham I.* Highway dimension, shortest paths, and provably efficient algorithms / I. Abraham, A. Fiat, A. V. Goldberg, R. F. Werneck // Proceedings of the twenty-first annual ACM-SIAM symposium on Discrete Algorithms. — Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010. — Pp. 782–793. DOI: 10.1137/1.9781611973075.6.

10. *Abraham I.* A hub-based labeling algorithm for shortest paths in road networks / I. Abraham, D. Delling, A. V. Goldberg, R. F. Werneck // Experimental Algorithms: 10th International Symposium, SEA 2011, Kolimpari, Chania, Crete, Greece, May 5–7, 2011. Proceedings 10. — Springer Berlin Heidelberg, 2011. — Pp. 230–241. DOI: 10.1007/978-3-642-20662-7_20.

11. *Lee C. Y.* An algorithm for path connections and its applications / C. Y. Lee // IRE transactions on electronic computers. — 1961. — № 3. — Pp. 346–365. DOI: 10.1109/TEC.1961.5219222.

12. *Федоренков А.* AutoCAD 2002: практический курс / А. Федоренков, А. Кимаев. — М.: «ДЕСС КОМ», 2002. — 576 с.

13. *Кузнецов А. Л.* Инструмент расчета потребности в ресурсах контейнерного терминала / А. Л. Кузнецов, H. Oja, А. Д. Семенов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 5. — С. 659–669. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-5-659-669.

REFERENCES

1. Bellman, Richard. “On a routing problem.” *Quarterly of applied mathematics* 16.1 (1958): 87–90. DOI: 10.1090/qam/102435.

2. Dijkstra, E. W. “A note on two problems in connexion with graphs.” *Numerische Mathematik* 1 (1959): 269–271. DOI: 10.1007/BF01386390.

3. Evstigneev, V. A. *Iterativnye algoritmy global’nogo analiza grafov. Puti i pokrytiya*. Edited by A. P. Ershov. M: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury, 1985.

4. Kuznetsov, Aleksandr L. “Matrix method for finding the paths on weighted oriented graphs in the tasks of port net operational planning.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.2 (2020): 230–238. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-230-238.

5. Chen, Danny Z. “Developing algorithms and software for geometric path planning problems.” *ACM Computing Surveys (CSUR)* 28.4es (1996): 18-es. DOI: 10.1145/242224.242246.

6. Galkina, V. A. “Postroenie kratchaishikh putei v orientirovannom grafe.” *Diskretnaya matematika. Kombinatornaya optimizatsiya na grafakh*. M.: Izdatel’stvo “Gelios ARV”, 2003. 75–94.

7. Kröger, Martin. “Shortest multiple disconnected path for the analysis of entanglements in two-and three-dimensional polymeric systems.” *Computer physics communications* 168.3 (2005): 209–232. DOI: 10.1016/j.cpc.2005.01.020.

8. Alekseev, V. E., and V. A. Talanov. “Glava 3.4. Nakhozhdeniya kratchaishikh putei v grafe.” *Grafy. Modeli vychislenii. Struktury dannykh*. Nizhnii Novgorod: Izdatel’stvo Nizhegorodskogo gos. universiteta, 2005. 236–237.

9. Abraham, Ittai, Amos Fiat, Andrew V. Goldberg, and Renato F. Werneck. “Highway dimension, shortest paths, and provably efficient algorithms.” *Proceedings of the twenty-first annual ACM-SIAM symposium on Discrete Algorithms*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010. 782–793. DOI: 10.1137/1.9781611973075.6.

10. Abraham, Ittai, Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, and Renato F. Werneck. “A hub-based labeling algorithm for shortest paths in road networks.” *Experimental Algorithms: 10th International Symposium, SEA 2011, Kolimpari, Chania, Crete, Greece, May 5–7, 2011. Proceedings 10*. Springer Berlin Heidelberg, 2011. 230–241. DOI: 10.1007/978-3-642-20662-7_20.

11. Lee, Chin Yang. “An algorithm for path connections and its applications.” *IRE transactions on electronic computers* 3 (1961): 346–365. DOI: 10.1109/TEC.1961.5219222.

12. Fedorenkov, A., and A. Kimaev. *AutoCAD 2002: prakticheskii kurs*. M.: «DESS KOM», 2002.

13. Kuznetsov, Aleksandr L., Hannu Oja, and Anton D. Semionov. “Tool for assessing the resources requirement of a container terminal.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.5 (2021): 659–669. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-5-659-669.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Кузнецов Александр Львович —
доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: *thunder1950@yandex.ru, kaf _pgt@gumrf.ru*

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Kuznetsov, Aleksandr L. —
Dr. of Technical Sciences, professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: *thunder1950@yandex.ru, kaf _pgt@gumrf.ru*

Статья поступила в редакцию 30 сентября 2023 г.
Received: September 30, 2023.