

DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-5-903-914

MODAL SYNTHESIS OF OBSERVERS OF STATE VARIABLES OF SHIP DYNAMICAL SYSTEMS

A. A. Chertkov, Ya. N. Kask, V. Yu. Ivanyuk

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The purpose of the work is to increase the information content of ship control systems through the use of dynamic observers, which are, in essence, mathematical information sensors and allow you to fully restore the vector of state variables of the object model with high accuracy by measuring the output vector of a smaller dimension. An algorithm for the synthesis of observers based on the modal method of parametric evaluation of their model is proposed. It provides obtaining the parameters of the regulator according to the given spectra of the matrices of the state of the observed system and the object by means of the Control Toolbox of the MATLAB computing environment. The use of the modal method (subject to the conditions of observability and controllability) guarantees the stability of observers, which allows them to be used for stable and unstable observed objects and systems. The algorithm of modal synthesis of observers is suitable for increasing the information content of a wide range of ship dynamic systems and, above all, control systems for ship energy complexes and their components. These include autopilots, control systems for ship power plants and their elements, dynamic complexes of satellite and inertial navigation systems and positioning of moving objects in remote control conditions, monitoring and safety tools, identifiers, etc. It has been shown that in the conditions of digital transformation, the use of observers dramatically improves the quality and reduces the time for modeling the dynamics of ship systems and energy complexes operated under conditions of external disturbances, which makes it possible to improve the algorithms for estimating state variables of a class of autonomous objects modeled by nonlinear equations that allow the transition in the working area to quasi linear models with time-invariant parameters. The proposed algorithm is demonstrated by the example of the synthesis of a three-dimensional observer for the control system of a supertanker with deadweight of 150 thousand tons. The simulation of the control object is performed with an input signal of triangular shape, which most fully corresponds to the real control signal, and it is implemented in the form of a program compiled in MATLAB codes. The obtained values of state variables and errors of their recovery correspond to the specified speed and the required stability of the control system.

Keywords: algorithm, modal method, synthesis, vessel, model, control, observer of state variables, output and control vectors, matrix.

For citation:

Chertkov, Alexandr A., Yaroslav N. Kask, and Vladimir Yu. Ivanyuk. "Modal synthesis of observers of state variables of ship dynamical systems." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 15.5 (2023): 903–914. DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-5-903-914.

УДК. 621.398.04

МОДАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ СУДОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А. А. Чертков, Я. Н. Каск, В. Ю. Иванюк

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Целью работы является повышение информативности систем управления судном путем применения динамических наблюдателей, являющихся, по существу, математическими датчиками информации и позволяющих с высокой точностью полностью восстанавливать вектор переменных состояния модели объекта по измерениям вектора выхода меньшей размерности. Предлагается алгоритм синтеза наблюдателей, базирующийся на модальном методе параметрической оценки их модели, который обеспечивает получение параметров регулятора по заданным спектрам матриц состояния наблюдаемой системы и объекта средствами Control Toolbox вычислительной среды MATLAB. Применение данного метода (при

соблюдении условий наблюдаемости и управляемости) гарантирует обеспечение устойчивости наблюдателей, что позволяет использовать их для устойчивых и неустойчивых наблюдаемых объектов и систем. Алгоритм модального синтеза наблюдателей пригоден для повышения информативности широкого спектра судовых динамических систем и прежде всего систем управления судовыми энергетическими комплексами и их компонентами, к которым относятся авторулевые, системы управления судовыми энергетическими установками и их элементами, динамические комплексы систем спутниковой и инерциальной навигации и позиционирования подвижных объектов в условиях дистанционного управления, средства мониторинга и обеспечения безопасности, идентификаторы и др. Показано, что в условиях цифровой трансформации применение наблюдателей кардинально повышает качество и сокращает время моделирования динамики судовых систем и энергетических комплексов, эксплуатируемых в условиях внешних возмущений, что позволяет совершенствовать алгоритмы оценки переменных состояния класса автономных объектов, описываемых нелинейными уравнениями, допускающими переход в рабочей области к квазилинейным моделям с инвариантными во времени параметрами. Предложенный алгоритм продемонстрирован на примере синтеза трехмерного наблюдателя системы управления супертанкером дедвейтом 150 тыс. т. Моделирование объекта управления выполнено при входном сигнале треугольной формы, наиболее полно отвечающей реальному сигналу управления, и реализовано в виде программы, составленной в кодах MATLAB. Полученные значения переменных состояния и ошибок их восстановления соответствуют заданному быстрдействию и требуемой устойчивости системы управления.

Ключевые слова: алгоритм, модальный метод, синтез, судно, модель, управление, наблюдатель переменных состояния, векторы выхода и управления, матрица.

Для цитирования:

Чертков А. А. Модальный синтез наблюдателей переменных состояния судовых динамических систем / А. А. Чертков, Я. Н. Каск, В. Ю. Иванюк // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2023. — Т. 15. — № 5. — С. 903–914. DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-5-903-914.

Введение (Introduction)

Современные динамические системы управления судовыми энергетическими комплексами и их элементами характеризуются высокой размерностью математических моделей и сложностью. Надежность и безаварийность функционирования таких систем требуют решения задач, связанных с повышением информативности, измерениями текущих значений переменных состояния и восстановлением вектора состояния полной размерности по вектору выхода. Задачи восстановления сигналов, не подлежащих измерению, могут быть решены различными способами. Эти решения основаны на применении различных форм управления процессами организации сбора и обработки информации, которые базируются на характеристиках технического интеллекта (в частности, на оригинальных технических моделях), доступности, а также анализе технических компонент и отношений, характеризующих физические свойства и параметры наблюдаемых объектов. К ним относятся математические датчики информации, такие как динамические наблюдатели [1]–[3].

Применение на судах динамических наблюдателей позволяет качественно диагностировать и осуществлять мониторинг технического состояния энергетических комплексов путем повышения информативности средствами метрологического обеспечения с применением теории, методов измерений и обработки данных. Динамические наблюдатели, являющиеся, по сути, датчиками информации, адаптированными к каждому наблюдаемому объекту, обеспечивают высокую точность измерения вектора переменных состояния и его полное восстановление по выходной координате, а также выполняют функции фильтров сигналов за счет собственных частотных свойств. В случае неисправности штатные датчики заменяют математическими моделями в формате наблюдателей Д. Луенбергера [4].

Повышение информативности реализуют также путем конструирования наблюдателей и оценщиков, необходимых для дополнительного оборудования объектов и систем. Следует также отметить, что путем сравнения показаний штатных датчиков с данными, генерируемыми динамическими наблюдателями (математическими датчиками), диагностируют неисправность штатного оборудования, принимая превентивные меры во избежание возникновения нештатных ситуаций.

Оценку неисправностей выполняют по различным нормам ошибки, содержащимся в пакете функций MATLAB. Решение данной задачи возможно с применением оптимальных систем модального управления [5], [6], для реализации которых необходимо иметь достоверную информацию о всех компонентах фазовых координат вектора состояния, что значительно упрощает синтез модального регулятора [7]. На практике, ввиду различных причин, измерение вектора фазовых координат бывает зачастую затруднено.

Основными причинами, затрудняющими измерение полноразмерного вектора состояния, являются сложность и дороговизна применяемых измерительных средств, необходимость измерений производных от переменных состояния, а также неисправности, возникающие в информационной системе судна. Преодолеть эти трудности можно, если наряду с аппаратными средствами измерений, удастся применить математические датчики информации [8], [9], что необходимо для оптимального управления судовыми энергетическими комплексами с использованием динамических компенсаторов. Основой таких систем является подсистема в виде идентификатора состояний, представляющего собой замкнутую модель объекта, на входы которой кроме сигнала управления поступает сигнал невязки для формирования обратной связи по ошибке измерений. В результате становится возможной оценка переменных состояния объекта по переменным состояниям его наблюдателя. Обладая всеми свойствами динамической системы, наблюдатели выполняют функции динамических компенсаторов.

Актуальность проблемы синтеза наблюдателей и системный подход к ее решению, базирующийся на использовании цифровых технологий и интеллектуальных систем, определяются тем, что задачи оценки вектора переменных состояния судовых систем управления имеют свою специфику. В этой связи для получения наиболее простой (инвариантной во времени) структуры динамического наблюдателя, обладающей свойствами асимптотической устойчивости, в данной работе предлагается алгоритм его синтеза для судовых динамических систем различного назначения.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Рассмотрим в пространстве состояний модель динамической системы, инвариантной во времени, и синтез наблюдателя ее переменных состояния с применением модального регулятора:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) \neq 0; \\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned}\tag{1}$$

где A — $(n \times n)$ -мерная матрица состояния размерности;

B — $(n \times k)$ -мерная матрица входа, а при наличии одного входа — $(n \times 1)$;

C — $(r \times n)$ -мерная матрица выхода;

$x(t)$ — $(n \times 1)$ -мерный вектор фазовых координат (переменных состояния);

$u(t)$ и $y(t)$ — векторы входа и выхода размерности, соответственно, $(1 \times n)$ и $(r \times 1)$.

Предположим, что в силу разных причин возникла ситуация, когда получение достоверной информации о состоянии объекта управления производится не по всем компонентам вектора состояния, а лишь по некоторым его переменным, т. е. выполняется неравенство $r < n$. Тогда задача оценки вектора состояния полной размерности не может быть решена без восстановления его недостающих фазовых координат, оценка которых возможна с применением динамических наблюдателей, в которых восстановление неизмеряемых переменных состояния производится по измеряемым векторам выхода и управления. Такие наблюдатели строятся на основе пространственной модели объекта управления, выполненной в формате матричного условия Луенбергера, что значительно упрощает синтез модального Аккермана и оценку его параметров в замкнутой системе.

Из уравнения (1) следует, что при условии $u(t) = 0$ искомый вектор переменных состояния системы может быть найден посредством матричного экспоненциала $x(t) = e^{At}x(0)$ для всех его фазовых координат. Аналогично определяется вектор состояния динамического наблюдателя, в уравнении состояния которого учтены составляющие, образуемые его входами $x(t)$ и $u(t)$:

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + Hx(t) + TBu(t), \quad (2)$$

где F и H — матрицы наблюдателя, подлежащие определению; T — матрица преобразования, обеспечивающая линейную связь между векторами состояния наблюдателя $z(t)$ и объекта $x(t)$.

При отсутствующем сигнале управления модель (2) динамического наблюдателя преобразуется к виду

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Hx(t); \\ \hat{y}(t) = Cz(t), \end{cases} \quad (3)$$

где $\hat{y}(t)$ — вектор выхода наблюдателя, являющийся оценкой вектора выхода объекта управления.

Для того чтобы из уравнения (2) следовало однозначное соответствие $z(t) = Tx(t)$ между векторами $z(t)$ и $x(t)$, для всех $t \geq 0$ должно выполняться условие Луенбергера, выраженное матричным уравнением [4]:

$$TA - FT = H. \quad (4)$$

Данное линейное уравнение имеет однозначное решение относительно T при отсутствии общих собственных чисел в спектрах матриц A и F .

При синтезе наблюдателей, в первую очередь, возникают вопросы: как поведет себя переходный процесс в наблюдателе относительно переходного процесса в системе при наличии и отсутствии информации о начальных условиях векторов состояния системы и наблюдателя, и не будет ли потеря информации о ее текущих переменных.

Сначала убедимся в том, что наблюдаемыми переменными состояния будут все их текущие значения на всем временном интервале $t \geq 0$, когда векторы начальных условий системы и наблюдателя известны и совпадают. Действительно, если в разности производных векторов состояния $z(t)$ из уравнения (2) и его преобразованного эквивалента $T\dot{x}(t)$ при $u(t) = 0$:

$$\dot{z}(t) - T\dot{x}(t) = Fz(t) + (H - TA) \cdot x(t), \quad (5)$$

заменить матрицу H ее эквивалентом из условия (4), то получим

$$\dot{z}(t) - T\dot{x}(t) = F[z(t) - Tx(t)]. \quad (6)$$

Отсюда следует, что из условия равенства начальных условий: $z(0) = Tx(0)$, имеем

$$\dot{z}(t) = T\dot{x}(t), \quad (7)$$

что доказывает истинность утверждения о наблюдаемости переменных состояния на всем временном интервале и отсутствии потерь информации о текущих значениях переменных.

Теперь покажем, что наблюдаемость системы сохранится также в случае отсутствия информации о начальных условиях системы или наблюдателя, т. е. при $z(0) \neq Tx(0)$. С этой целью введем вектор ошибки вида

$$\varepsilon(t) = z(t) - Tx(t).$$

Тогда уравнение (6) можно записать следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}(t) = F \cdot \varepsilon(t). \quad (8)$$

Вновь применив матричный экспоненциал, но теперь к вектору ошибки $\varepsilon(t)$, получим для него искомое решение:

$$\varepsilon(t) = e^{Ft}[z(0) - Tx(0)] = e^{Ft}\varepsilon(0). \quad (9)$$

Отсюда получим и переходный процесс в системе с наблюдателем:

$$z(t) = Tx(t) + e^{Ft}\varepsilon(0). \quad (10)$$

Как видно из полученного равенства, выбором собственных чисел матрицы F можно обеспечить в наблюдателе более быстрое, чем в системе (1), завершение переходного процесса, что является необходимым условием для уменьшения динамической ошибки системы (3). В результате в равен-

стве (10) на интервале $t \geq t_p$ получим практически равное нулю второе слагаемое и подтверждение того, что $z(t) \approx Tx(t)$. Таким образом, доказано, что и при ненулевых начальных условиях системы (1) и наблюдателя (3) переходный процесс в наблюдателе асимптотически сходится к переходному процессу в управляемой системе на интервале $t \geq t_p$, т. е. наблюдаемость системы обеспечивается.

Рассмотрим возможность наблюдения переменных состояния в системе (1) с входом $u(t) \neq 0$. С этой целью вычтем из уравнения динамического наблюдателя (2) уравнение (1), умноженное на матрицу T слева. В результате получим выражение

$$\dot{z}(t) - T\dot{x}(t) = Fz(t) + (H - TA)x(t) + (TB - TB)u(t), \quad (11)$$

которое, по существу, повторяет (5).

Из соотношения (11) следует, что в замкнутой системе с наблюдателем в результате компенсации ошибки измерений переходный процесс в наблюдателе инвариантен по отношению к сигналу $u(t)$, что позволяет выполнить синтез наблюдателя с нулевым входом, обобщив затем результаты моделирования в системе с ненулевым входом управления.

Если в наблюдателе необходимо получить $z(t) = x(t)$, то матрица T должна быть равна единичной матрице I , т. е. $T = I$. В этом случае, как следует из (4), размерность модели наблюдателя будет равна размерности системы:

$$F = A - H. \quad (12)$$

Динамику судна, как и любого сложного динамического объекта, можно описать дифференциальным уравнением высокого порядка, решение которого требует многократного интегрирования, что является сложной и трудоемкой операцией даже при использовании современных вычислительных средств. В связи с этим для решения практических задач оценивания переменных состояния динамики судна применяют математические модели уравнений динамики в форме пространства состояний, в котором нелинейная дифференциальная модель [10], [11] приводится к системе линейных дифференциальных уравнений первого порядка, число которых равно наивысшему порядку производной в исходной модели. В этом случае для поиска решений применяют отлично развитый и отлаженный аппарат численных методов на основе векторно-матричного анализа из инструментов с применением технологий линейных матричных неравенств и новых приложений вычислительной среды MATLAB [12].

Выполним синтез наблюдателя как устройства в дополнение к авторулевому на примере наблюдаемого объекта — танкера [13], [14] с известной моделью динамики в пространстве состояний в форме (1), в которой матрицы A и B представим соотношениями [15]:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Такой наблюдатель может быть применим для восстановления переменных вектора состояния при неполных измерениях в случае изменения условий плавания и воздействия различных факторов (волнения, ветра и др.), что позволит в итоге осуществить автоматическую коррекцию параметров его авторулевого на курсе. С использованием алгоритма модального управления оценим параметры регулятора путем выбора желаемого вида переходного процесса. Выберем собственные значения матрицы замкнутой системы и используя уравнение Аккермана, найдем параметры регулятора, обеспечивающего требуемые динамические свойства замкнутой системы.

Элементы матриц A и B модели рассматриваемого судна — танкера дедвейтом 250 тыс. т, структурно представленные в (13), имеют значения [12]:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -0.01306; a_{12} = -8.639; a_{13} = 0; \\ a_{21} &= -0.00009309; a_{22} = -0.04314; a_{23} = 0; \\ a_{31} &= 0; a_{32} = 1; a_{33} = 0. \\ b_1 &= 0.07037; b_2 = -0.0004592; b_3 = 0. \end{aligned}$$

Объект управления без регулятора неустойчив, поскольку собственные значения матрицы A :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

содержат положительное число и нуль, которые можно определить с помощью функции

`eig(A)`

`ans =`

0

-0.060199939408042

0.003999939408043

Проверка свойств управляемости и наблюдаемости позволяет приступить к синтезу системы с регулятором выхода и динамическим наблюдателем, предназначенными для восстановления переменных состояния. При этом становятся достижимыми заданные показатели устойчивости и реализуются режимы работы исполнительных механизмов с низким потреблением энергии на управление. В результате матрица замкнутой системы A_3 , содержащая обратную связь по переменным состояния, согласно структуре (13), корректируется с помощью элементов матрицы регулятора k_1, k_2, k_3 и имеет вид:

$$A_3 = A - BK = \begin{bmatrix} a_{11} - b_1 k_1 & a_{12} - b_1 k_2 & -b_1 k_3 \\ a_{21} - b_2 k_1 & a_{22} - b_2 k_2 & -b_2 k_3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

На основании данных машинного эксперимента для модели танкера зададимся следующими собственными числами матрицы A_3 замкнутой системы:

$$\lambda_1 = -0.05704; \lambda_2 = -0.01988 + i \cdot 0.014217, \lambda_3 = -0.01988 \pm i \cdot 0.014217.$$

Из значений этих чисел сформируем вектор-столбец желаемых полюсов замкнутой системы:

$$P = [\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3]^T,$$

который служит одним из аргументов операторной функции $acker(A, B, P)$, обеспечивающей вычисление в среде MATLAB вектора искомых коэффициентов K по формуле Аккермана.

В результате применения этой функции получим следующие значения коэффициентов усиления модального регулятора:

$$K = [0.1476 \text{--} 65.7976 \text{--} 2.7154].$$

С учетом численных значений вектора K матрица A_3 замкнутой регулятором управляемой системы примет вид:

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.0234 & -4.0088 & 0.1911 \\ -0.0000 & -0.0734 & -0.0012 \\ 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix}.$$

Воспользовавшись функцией $eig(A_3)$, можно получить ранее выбранные значения полюсов вектора P .

Далее приступим к синтезу наблюдателя Луенбергера, обеспечивающего возможность восстановления переменных вектора состояния при неполных измерениях, когда размерность вектора выхода $y(t)$ равна $(r \times 1)$, где $r < n$. В этом случае модель наблюдателя со входом сигнала невязки между выходами объекта и наблюдателя (при нулевом входе управления) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + N[(y(t) - \hat{y}(t))] = Az(t) + Ny(t) - NCz(t) = \\ &= (A - NC) \cdot z(t) + Ny(t) = Fz(t) + Ny(t), \end{aligned}$$

где N — вектор коэффициентов усиления (настройки) наблюдателя.

С учетом условия $z(t) = x(t)$, согласно (12), матрица $H = NC$ является составной. Первый сомножитель в правой части содержит элементы, которые можно корректировать. Структура матрицы (вектора) C сохраняется жесткой. Поэтому при формировании матрицы состояния наблюдателя по уравнению

$$F = A - NC \quad (14)$$

допустимы различные способы задания N , что объясняется неоднозначностью соотношений между элементами матриц и их спектрами.

В работе синтезирован наблюдатель переменных состояния для судна при измерении одной из трех переменных состояния, для чего матрица (вектор-строка) C представлена тремя компонентами, входящими в уравнение (19), которые имеют вид:

$$C_1 = [1 \ 0 \ 0], C_2 = [0 \ 1 \ 0], C_3 = [0 \ 0 \ 1],$$

что позволило поэтапно рассмотреть возможности наблюдения текущих значений переменных состояния судовой системы управления по измерениям, выполняемым по приведенным векторам выхода. Изменения в структуре обобщенной системы уравнений в пространстве состояний, соответствующей динамике комплекса «управляемый объект — наблюдатель», происходят только в блоке, определяющем связь между объектом и наблюдателем, которая зависит от контролируемого вектора выхода.

На структуру N в матрице наблюдателя (14) необходимо ввести ограничения, состоящие в исключении кратности корней характеристического уравнения наблюдателя. Действительные составляющие корней наблюдателя должны иметь значения, при которых время переходного процесса в наблюдателе должно быть существенно меньше этого показателя в наблюдаемом объекте. Следует также учитывать, что с увеличением быстродействия наблюдателя как динамической системы возрастает нагрузка на ее силовые компоненты, возникают большие амплитуды сигналов и др. В этой связи выбор численных значений параметров наблюдателя целесообразно выбирать используя оценки, выполняемые с введением показателя устойчивости в матричные неравенства Ляпунова, по которым определяется регулятор.

Остановимся на формировании стабилизирующей части N матрицы наблюдателя, которая в формате (C_1, C_2, C_3) принимает последовательно значения

$$N_1 = [n_1 \ n_2 \ n_3]^T, N_2 = [n_4 \ n_5 \ n_6]^T, N_3 = [n_7 \ n_8 \ n_9]^T,$$

где T — знак транспонирования.

С помощью функций *Symbolic Toolbox* находим:

$$F_1 = \begin{bmatrix} a_{11} - n_1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - n_2 & a_{22} & a_{23} \\ -n_3 & 1 & 0 \end{bmatrix}; F_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} - n_4 & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} - n_5 & a_{23} \\ 0 & 1 - n_6 & 0 \end{bmatrix}; F_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} - n_7 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} - n_8 \\ 0 & 1 & -n_9 \end{bmatrix}.$$

Следуя изложенным рекомендациям по выбору собственных значений матриц F_1, F_2 и F_3 , а также исключая варианты возможного совпадения корней полиномов наблюдаемой системы и наблюдателя, остановимся на следующих значениях:

$$L = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T = [-0.06 \ -0.05 \ -0.04]^T.$$

Для обеспечения желаемого распределения корней (собственных чисел матриц F) наблюдателя выберем форму характеристического полинома вида

$$D = (s - l_1) \cdot (s - l_2) \cdot (s - l_3) = s^3 + 0.15 \cdot s^2 + 0.074 \cdot s + 0.00012. \quad (15)$$

Заметим, что коэффициенты полинома рассматриваемой системы полностью определены. Полиномы наблюдателей F_1, F_2 и F_3 обозначим, соответственно, символами Z_1, Z_2 и Z_3 . Согласно принятым обозначениям, матрице F_1 соответствует характеристический полином

$$Z_1 = s^3 + d_{11} \cdot s^2 + d_{12} \cdot s + d_{13},$$

где $d_{11} = n_1 - a_{22} - a_{11}$;

$$d_{12} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{23} - a_{12} \cdot a_{21} + a_{12} \cdot n_2 + a_{13} \cdot n_3 - a_{22} \cdot n_1;$$

$$d_{13} = a_{11} \cdot a_{23} - a_{13} \cdot a_{21} + a_{13} \cdot n_2 - a_{23} \cdot n_1 + a_{12} \cdot a_{23} \cdot n_3 - a_{13} \cdot a_{22} \cdot n_3.$$

Матрице F_2 соответствует полином

$$Z_2 = s^3 + d_{21} \cdot s^2 + d_{22} \cdot s + d_{23},$$

где $d_{21} = n_5 - a_{22} - a_{11}$;

$$d_{22} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{23} - a_{12} \cdot a_{21} + a_{11} \cdot n_5 + a_{21} \cdot n_4 - a_{23} \cdot n_6;$$

$$d_{23} = a_{11} \cdot a_{23} - a_{13} \cdot a_{21} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot n_6 + a_{13} \cdot a_{21} \cdot n_6.$$

Матрице F_3 соответствует полином

$$Z_3 = s^3 + d_{31} \cdot s^2 + d_{32} \cdot s + d_{33},$$

где $d_{31} = n_9 - a_{22} - a_{11}$;

$$d_{32} = n_8 - a_{23} + a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} - a_{11} \cdot n_9 - a_{22} \cdot n_9;$$

$$d_{33} = a_{11} \cdot a_{23} - a_{13} \cdot a_{21} - a_{11} \cdot n_8 + a_{21} \cdot n_7 + a_{11} \cdot a_{22} \cdot n_9 - a_{12} \cdot a_{21} \cdot n_9.$$

Последовательно приравняв коэффициенты каждого характеристического полинома наблюдателя, начиная с Z_1 , с известным коэффициентом его желаемой формы (15) при одинаковых степенях s , можно получить неизвестные значения элементов вектора N .

Приведем решение для N_1 наблюдателя с измерителем $C_1 = [1 \ 0 \ 0]$:

$$N_1 = [n_1 \ n_2 \ n_3] = [0.0532 \ -0.0001 \ 0.0018].$$

Полученное аналогично решение для измеряемой второй координаты имеет вид:

$$N_2 = [n_4 \ n_5 \ n_6] = [5.6419 \ 0.0532 \ -2.5219].$$

С учетом Z_3 для измерения третьей координаты определим численные значения элементов вектора N_3 :

$$N_3 = [n_7 \ n_8 \ n_9] = [-0.5629 \ -0.0006 \ 0.0532].$$

Матрицы наблюдателей, соответствующие (14), имеют вид:

$$F_1 = A_3 - N_1^T C_1;$$

$$F_2 = A_3 - N_2^T C_2;$$

$$N_3 = A_3 - N_3^T C_3.$$

Моделирование системы удобно выполнять по обобщенной модели объекта и наблюдателя, матрица которой S_j состоит из блоков:

$$S_j = \begin{bmatrix} A_3 & 0_{3 \times 3} \\ N_j^T C_j & F_j \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где $j = 1, 2, 3$.

Применительно к наблюдаемому объекту с матрицей A размерности (3×3) блоки, определяющие устойчивость системы, представлены в диагонали матрицами замкнутой системы A_3 и наблюдателя F_j . Параметры наблюдателей размещены в столбцах левого нижнего блока. Этот блок состоит из трех столбцов, один из которых с ненулевыми элементами. Блочная структура способствует повышению эффективности моделирования и визуализации расчетов, а также исследованию режимов наблюдения с введением запаздывания при управлении наблюдателем и объектом, формированию траекторий с эквидистантными характеристиками при дистанционном групповом управлении подвижными объектами.

Для моделирования применен формат построения LTI -объектов, что позволило использовать инструменты исследований в MATLAB динамики системы во временной и частотной областях, вы-

полнять эквивалентные по динамическим свойствам переходы к передаточным функциям, а также совершенствовать процесс синтеза инвариантных во времени наблюдателей и др.

Моделирование выполнено для следующих численных значений блочных матриц:

$$B_1 = [0 \ 0 \ 0.425 \ 0 \ 0 \ 0.425]^T; C_1 = \text{eye}(6); D_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T;$$

$$\text{sys}L_j = \text{ss}(S_j, B, C_1, D_1).$$

Для удобства наблюдений введен вектор переменных состояния обобщенной системы:

$$v = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4 \ v_5 \ v_6]^T,$$

где v_1, v_2, v_3 — переменные состояния наблюдаемого объекта; v_4, v_5, v_6 — переменные состояния наблюдателя.

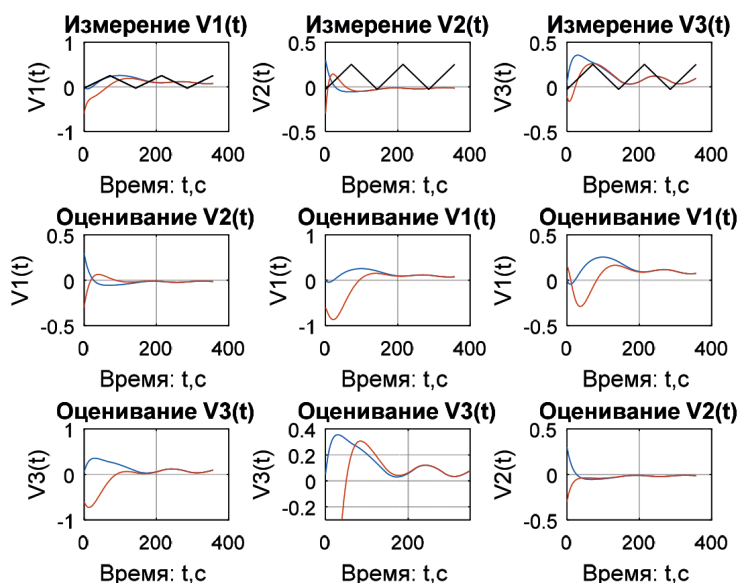
Задан вектор начальных условий обобщенной модели:

$$v_0 = [v_{01} \ v_{02} \ v_{03} \ v_{04} \ v_{05} \ v_{06}].$$

Для расчетов наблюдателей судовых систем применены способы модального синтеза.

Результаты (Results)

Решения в графической форме, подтверждающие корректность предложенных решений, приведены на рисунке. Моделирование переходных процессов в обобщенных системах S_1, S_2, S_3 при различных начальных условиях выполнено при входном сигнале треугольной формы. Вектора начальных условий задаются так, чтобы можно было увидеть на графиках переходные процессы в обобщенных системах и, в частности, оценить время переходного процесса в наблюдателях.



Графики траекторий свободного движения (динамики)
системы управления судна
под действием различных начальных условий

Графики траекторий, приведенных в первом столбце рисунка, получены при измерении переменной состояния $v_1(t)$ и восстановлении недостающих координат $v_2(t)$ и $v_3(t)$. Аналогичные графики во втором столбце рисунка получены при измерении переменной состояния $v_2(t)$ и восстановлении недостающих координат $v_1(t)$ и $v_3(t)$ и, наконец, графики в третьем столбце рисунка получены при измерении переменной состояния $v_3(t)$ с восстановлением недостающих координат $v_1(t)$ и $v_2(t)$.

Обсуждение (Discussion)

Вектор начальных условий:

$$v_{01} = [0 \ 0.003 \ 0.005 - 0.6 - 0.003 \ 0.06]^T.$$

Из графиков, приведенных на рисунке, видно, что переходный процесс в наблюдателе при измерении $v_1(t)$ практически завершается за время $t_p \leq 200$ с, а также, что при измерении $v_2(t)$ в обобщенной системе (16) с матрицей S_2 и векторе начальных условий

$$v_{02} = [0 \ 0.003 \ 0.005 - 0.6 - 0.003 \ 0.06]^T$$

время переходного процесса t_p в наблюдателе составляет не более 200 с.

Аналогично в системе S_3 при векторе начальных условий

$$v_{03} = [0 \ 0.003 \ 0.005 \ 0.150 - 0.003 - 0.010]^T.$$

Оценка времени переходного процесса в системе с наблюдателем составила 210 с, что определяется инерционными свойствами супертанкера.

Заключение (Conclusion)

Метод синтеза наблюдателя, основанный на выборе собственных значений матрицы его состояния, является простым и мощным средством повышения эффективности контроля и управления судовыми энергетическими комплексами. Если динамический объект отвечает требованиям наблюдаемости и управляемости, то допустимая многовариантность выбора собственных значений наблюдателя позволяет синтезировать динамическую систему, отвечающую требованиям быстродействия и экономии энергии на управление. Поскольку при подключении наблюдателя динамическая система становится обобщенной, проектирование производят в два этапа. На первом этапе определяют параметры регулятора наблюдаемого объекта, устанавливаемого в цепи обратной связи, и обеспечивают минимизацию выбранного критерия качества, для чего применяют формулу Аккермана. На втором этапе определяют коэффициент усиления наблюдателя с выбранным расположением корней характеристического уравнения. При выборе спектра матрицы состояния наблюдателя следует иметь в виду, что быстрый отклик сопровождается возрастанием чувствительности к помехам и шумам. Поэтому, на основании компромиссных решений, спектр матрицы состояния наблюдателя следует выбирать так, чтобы переходный процесс в наблюдателе завершался существенно быстрее, чем в объекте, причем меньшее значение необходимо выбирать при сильно зашумленных сигналах.

Применение наблюдателей на объектах водного транспорта в условиях цифровой трансформации приобретает особую актуальность в связи переходом к дистанционному управлению подвижными объектами, что определяется как новыми формами диагностики и контроля, так и возможностью обеспечения группового управления с получением эквидистантных и других траекторий движения каждого элемента, принадлежащего множеству группы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Perez T. Ship motion control: Course keeping and roll stabilization using rudder and fins / T. Perez. — Springer-Verlag London Limited, 2005. — 321 p.
2. Сахаров В. В. Модальный синтез оценщика неизмеряемых переменных состояния для системы стабилизации курса судна / В. В. Сахаров, А. А. Чертков, Я. Н. Каск // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. — 2022. — № 4. — С. 7–17. DOI: 10.24143/2072-9502-2022-4-7-17.
3. Чертков А. А. Модальный синтез наблюдателя переменных состояния системы автоматизации речного землесоса / А. А. Чертков, В. Ю. Иванюк, Я. Н. Каск // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 5. — С. 787–797. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-787-797.

4. Сазонов А. Е. Модальный метод синтеза наблюдателя для системы управления курсом судна / А. Е. Сазонов, В. В. Сахаров, А. А. Чертков // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2016. — № 4 (38). — С. 211–223. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-4-211-223.
5. Lewis F. L. Optimal Control. / F. L. Lewis, D. Vrabie, V. L. Syrmos. — 3rd Edition. — John Wiley and Sons, Inc., 2012. — 552 p.
6. Witkowska A. Designing a ship course controller by applying the adaptive backstepping method / A. Witkowska, R. Smierzchalski // International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. — 2012. — Vol. 22. — No. 4. — Pp. 985–997. DOI: 10.2478/v10006-012-0073-y.
7. Pang C. K. Modal parametric identification of flexible mechanical structures in mechatronic systems / C. K. Pang, F. L. Lewis, T. H. Lee // Transactions of the Institute of Measurement and Control. — 2010. — Vol. 32. — Is. 2. — Pp. 137–154. DOI: 10.1177/0142331209339868.
8. Dhaliwal S. S. State Estimation and Parameter Identification of Continuous-time Nonlinear Systems: Master thesis / S. S. Dhaliwal. — Ontario, Canada: Queen's University Kingston, 2011. — 83 p.
9. Гринкевич Я. М. Наблюдатели и оценщики состояния в судовых системах управления / Я. М. Гринкевич, В. В. Сахаров. — СПб.: СПГУВК, 2001. — 193 с.
10. Tomera M. Nonlinear controller design of a ship autopilot / M. Tomera // International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. — 2010. — Vol. 20. — Is. 2. — Pp. 271–280. DOI: 10.2478/v10006-010-0020-8.
11. Агарков С. А. Параметрическая идентификация обобщенной модели Номото с помощью аппарата вариационного исчисления / С. А. Агарков, С. В. Пашенцев // Вестник МГТУ. Труды Мурманского государственного технического университета. — 2015. — Т. 18. — № 1. — С. 7–11.
12. Веремей Е. И. Компьютерное моделирование систем управления движением морских подвижных объектов / Е. И. Веремей, В. М. Корчанов, М. В. Коровкин, С. В. Погожев. — СПб.: Изд-во НИИ Химии СПбГУ, 2002. — 370 с.
13. Гофман А. Д. Динамика корабля / А. Д. Гофман. — СПб.: СПГУВК, 2003. — 150 с.
14. Садков А. В. Моделирование динамики водоизмещающего речного судна, неустойчивого на курсе / А. В. Садков // Морской Вестник. — 2012. — № 3 (43). — С. 94–96.
15. Reid R. E. Design of the steering controller of a supertanker using linear quadratic control theory: A feasibility study / R. E. Reid, B. C. Mears // 1981 20th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes. — IEEE, 1981. — Pp. 181–187. DOI: 10.1109/CDC.1981.269493.

REFERENCES

1. Perez, Tristan. *Ship motion control: Course keeping and roll stabilization using rudder and fins*. Springer-Verlag London Limited, 2005.
2. Saharov, V. V., A. A. Chertkov, and Ya. N. Kask. “Modal synthesis of estimator of unmeasured state variables for ship course stabilization system.” *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics* 4 (2022): 7–17. DOI: 10.24143/2072-9502-2022-4-7-17/
3. Chertkov, Alexandr A., Vladimir Yu. Ivanyuk, and Yaroslav N. Kask. “Modal synthesis of the observer of the state variables of the river dredger automation system.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.5 (2022): 787–797. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-787-797.
4. Sazonov, A. E., V. V. Saharov, and A. A. Chertkov. “A modal method for the synthesis of an observer for heading control.” *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 4(38) (2016): 211–223. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-4-211-223.
5. Lewis, Frank L., Draguna Vrabie, and Vassilis L. Syrmos. *Optimal Control*. 3rd Edition. John Wiley and Sons, Inc., 2012.
6. Witkowska, Anna, and Roman Śmierchalski. “Designing a ship course controller by applying the adaptive backstepping method.” *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 22.4 (2012): 985–997. DOI: 10.2478/v10006-012-0073-y.
7. Pang, Chee Khiang, Frank L. Lewis, and Tong Heng Lee. “Modal parametric identification of flexible mechanical structures in mechatronic systems.” *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 32.2 (2010): 137–154. DOI: 10.1177/0142331209339868.
8. Dhaliwal, S. S. State Estimation and Parameter Identification of Continuous-time Nonlinear Systems. Master thesis. Ontario, Canada: Queen's University Kingston, 2011.

9. Grinkevich, Ya.M., and V. V. Sakharov. *Nablyudateli i otsenivateli sostoyaniya v sudovykh sistemakh upravleniya*. SPb.: SPGUVK, 2001.
10. Tomera, Mirosław. "Nonlinear controller design of a ship autopilot." *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 20.2 (2010): 271–280. DOI: 10.2478/v10006-010-0020-8.
11. Agarkov, S.A., and S. V. Pashentsev. "Parametric identification of the Nomoto generalized model using the apparatus of variational calculus." *Vestnik of MSTU* 18.1 (2015): 7–11.
12. Veremey, E.I., V. M. Korchanov, M. V. Korovkin, and S. V. Pogojev. *Kompjuternoe modelirovanie sistem upravleniya dvizheniem morskikh podvijnykh ob'ektov*. SPb.: NII Himii SPbGU, 2002.
13. Gofman, A. D. *Dinamika korablja*. SPb.: Izd-vo SPGUWK, 2003.
14. Sadkov, A.V. "Modelirovanie dinamiki vodoizmešajušego rechnogo sudna, neustoychivogo na kurse." *Morskoy Vestnik* 3(43) (2012): 94–96.
15. Reid, Robert E., and Barry C. Mears. "Design of the steering controller of a supertanker using linear quadratic control theory: A feasibility study." *1981 20th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes*. IEEE, 1981. DOI: 10.1109/CDC.1981.269493.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Чертков Александр Александрович —
доктор технических наук, доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: chertkov51@mail.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Каск Ярослав Николаевич —
кандидат технических наук
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: rgam2010@yandex.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Иванюк Владимир Юрьевич — соискатель
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская 5/7
e-mail: kaf_electricautomatic@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Chertkov, Alexandr A. —
Dr. of Technical Sciences, associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: chertkov51@mail.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Kask, Yaroslav N. —
PhD
Admiral Makarov State University of Maritime and
Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035, Russian
Federation
e-mail: rgam2010@yandex.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Ivanyuk, Vladimir Yu. — Applicant
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: kaf_electricautomatic@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 22 сентября 2023 г.
Received: September 22, 2023.