

ТЕХНОЛОГИЯ СУДОСТРОЕНИЯ, СУДОРЕМОНТА И ОРГАНИЗАЦИЯ СУДОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-1-52-63

ANALYSIS OF CONDITIONS FOR SELECTING THE NUMBER OF TEETH OF PLANETARY GEARBOXES

S. O. Baryshnikov, A. N. Ivanov

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The issues of selecting the number of teeth for 2k-h type A mechanisms based on the study of the known conditions for their assembly used in the development of planetary gearboxes of various shipboard both deck and main power ship installations are highlighted in the paper. Considering the design practice, when selecting the number of teeth, it is important to maintain a given gear ratio, ensure the alignment of the mechanism gears, withstand the condition of the neighborhood of satellites, ensure the assembly condition and the absence of interference of internal gearing. These conditions are expressed in terms of the number of teeth of gears and impose restrictions on the parameters of 2k-h mechanisms. Checking the interference condition of internal gearing at the stage of selecting the number of teeth in existing methods is usually not done, but it is performed at the stage of checking the quality of gearing according to geometric conditions. With this approach, the selection of tooth numbers is considered as a problem solved by the method of successive approximations: selection of tooth numbers — calculation of geometric dimensions — checking the quality of gearing — selection of a new combination of tooth numbers, etc. The condition of interference of internal gearing obtained in the work is represented by a closed formula, which eliminates the use of the iteration method, which requires a large amount of computational work and allows it to be tested at an early stage of product development. The neighborhood condition is expressed by an equation in which the design parameter is associated with the maximum possible number of satellites and a guaranteed gap between their initial circles. It makes it possible to theoretically explain well-known constructions that do not agree with the theoretical views existing at that time. The alignment condition allows for both an even and an odd difference in the number of teeth of the central wheels. Thus, the results obtained make it possible to solve the problems of creating a mechanism with the maximum possible number of satellites for reducing the size of a planetary mechanism as a unit completing a marine gearbox of any complexity, to expand the set of possible combinations of the teeth numbers that provide a given design and require less computational work.

Keywords: single-row planetary mechanisms, design parameter, alignment condition, assembly condition, neighborhood condition, interference condition of internal gearing.

For citation:

Baryshnikov, Sergey O., and Anatoly N. Ivanov. "Analysis of conditions for selecting the number of teeth of planetary gearboxes." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 15.1 (2023): 52–63. DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-1-52-63.

УДК 621.873.019.3

АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ПОДБОРА ЧИСЕЛ ЗУБЬЕВ ПЛАНЕТАРНЫХ РЕДУКТОРОВ

С. О. Барышников, А. Н. Иванов

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе рассмотрены вопросы подбора чисел зубьев для механизмов 2k-h типа А на основе исследования известных условий для их сборки, применяемых при разработке планетарных редукторов раз-

личных судовых как палубных, так и главных энергетических судовых установок. Отмечается, что учитывая практику проектирования, при подборе чисел зубьев важно выдержать заданное передаточное отношение, обеспечить соосность зубчатых передач механизма, выдержать соблюдение условия соседства сателлитов, обеспечить условия сборки и отсутствие интерференции внутреннего зацепления. Данные условия, выраженные через числа зубьев зубчатых колес, накладывают ограничения на параметры механизмов $2k-h$. Проверка условия интерференции внутреннего зацепления на стадии подбора чисел зубьев в существующих методах, как правило, не делается, а выполняется на этапе проверки качества зубчатого зацепления по геометрическим условиям. Подчеркивается, что при таком подходе подбор чисел зубьев рассматривается как задача, решаемая методом последовательных приближений: подбор чисел зубьев — расчет геометрических размеров — проверка качества зацепления — подбор новой комбинации чисел зубьев и т. д. Полученное в работе условие интерференции внутреннего зацепления представлено замкнутой формулой, позволяющей устранить применение метода итерации, требующего большого объема расчетных работ, дает возможность производить его проверку на ранней стадии разработки изделия. Условие «соседства», выраженное уравнением, в котором конструктивный параметр связан с максимально возможным числом сателлитов и гарантированным зазором между их начальными окружностями, позволяет объяснить известные конструкции, не согласующиеся с существующими теоретическими положениями. Условие соосности допускает как четную, так и нечетную разность чисел зубьев центральных колес. Полученные результаты исследования позволяют решать задачи создания механизма с максимально возможным числом сателлитов для уменьшения размеров планетарного механизма как единицы, комплектующей судовой редуктор любой сложности, расширить множество возможных комбинаций чисел зубьев, обеспечивающих заданный конструктив требуя при этом меньшего объема расчетных работ.

Ключевые слова: однорядные планетарные механизмы, конструктивный параметр, условие соосности, условие сборки, условие соседства, интерференция внутреннего зацепления.

Для цитирования:

Барышников С. О. Анализ условий подбора чисел зубьев планетарных редукторов / С. О. Барышников, А. Н. Иванов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2023. — Т. 15. — № 1. — С. 52–63. DOI: 10.21821/2309-5180-2023-15-1-52-63.

Введение (Introduction)

Широкое применение в судовых и крановых приводах нашли планетарные редукторы и редукторы планетарно-дифференциального типа, созданные на основе однорядных механизмов $2k-h$ типа А (по классификации В. Н. Кудрявцева). Присущий им принцип многопоточности, высокая технологичность, использование высокотвердого внешнего зацепления и эвольвентного внутреннего зацепления, реализующего выпукло-вогнутый контакт, позволяют получать редукторы любой мощности и быстроходности и создавать различные многофункциональные приводы.

На стадии проектирования подобных устройств разработчик сталкивается с рядом ограничений рациональных значений их параметров. Так, при подборе чисел зубьев необходимо учитывать следующие условия, а именно: соблюдение заданного передаточного отношения, обеспечение соосности зубчатых передач механизма, соблюдение условия соседства сателлитов, обеспечение условия сборки и отсутствия интерференции внутреннего зацепления [1], [2]. Указанные условия выражены математическими зависимостями, в которых аргументами является число зубьев колес.

В ряде отраслей машиностроения находят применение конструкции с использованием максимального числа сателлитов, что позволяет резко снизить массогабаритные размеры планетарного редуктора и сопряженных с ним узлов. Отмеченные ранее математические зависимости обуславливают жесткие ограничения на применение конструкций с максимально возможным числом сателлитов, реализующих заданное передаточное отношение. Так, в планетарном редукторе ТВД АИ-20 установлено шесть $n_w = 6$ сателлитов при значении конструктивного параметра ряда $p = z_b / z_a = 97/35 = 2,771$ и числе зубьев сателлитов $z_g = 0,5(z_b - z_a) = 31$ (z_b, z_a — числа зубьев центральных колес механизма $2k-h$). В то же время условие соседства: $(z_a + z_g) \sin(\pi / n_w) > z_g + 2 = (35 + 31) \sin(180/6) = 33 > 31 + 2 = 33$, показывает, что выполнить данное решение невозможно, поскольку в этом случае будет наблюдаться отсутствие зазора между

зубьями сателлитов. Не дает обоснования применению данной конструкции также рекомендация [3] об установлении значения конструктивного параметра p^* для заданного числа сателлитов в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

Рекомендуемые значения конструктивного параметра в зависимости от числа сателлитов

n_w	p^*	p^{**}	p_{09}	n_w	p^*	p^{**}	p_{09}
3	11,0	12,0	9,472	6	2,0	2,7	2,663
4	3,5	5,2	4,705	7	1,8	2,2	2,295
5	2,5	3,4	3,309	8	1,6	2,0	2,059

Условие соседства, представленное в работе [4] в виде неравенства $n_w < 0,9\pi / \arcsin(p - 1/p + 1)$, накладывает еще более жесткие ограничения на значения конструктивного параметра с заданным числом сателлитов. Доказательством этого являются значения p_{09} (см. табл. 1), полученные в результате решения данного неравенства. Более широкие возможности в выборе наибольшего числа сателлитов для данного значения конструктивного параметра p^{**} приведены в работе [5], однако и в этом случае рассматриваемая конструкция с использованием максимального числа сателлитов не находит подтверждения.

Выполнение условия интерференции внутреннего зацепления, исключающего контакт продольной кромки колеса с переходной поверхностью сателлита, в большинстве работ на стадии подбора чисел зубьев не используется. Выполнение данного условия учитывают на этапе проверки качества зубчатого зацепления по геометрическим условиям¹ [6], [7]. При таком подходе подбор чисел зубьев рассматривается как задача, решаемая методом последовательных приближений: подбор чисел зубьев – расчет геометрических размеров – проверка качества зацепления – подбор новой комбинации чисел зубьев и т. д., требующая большого объема расчетных работ.

Для использования условия интерференции внутреннего зацепления на ранней стадии проектирования с целью исключения метода итерации при решении задачи подбора чисел зубьев предлагается известное из теории зубчатых зацеплений неравенство вида $z_2 \geq (z_1^2 - 34)/(2z_1 - 34)$, которому соответствуют числа зубьев, указанные в табл. 2. Как видно, данное условие интерференции внутреннего зацепления связывает между собой число зубьев сателлита с числом зубьев центрального колеса с внутренними зубьями (например, при числе зубьев шестерни, равном 18, колесо с внутренними зубьями должно иметь число зубьев более 144, а при числе зубьев шестерни 17 зацепление неосуществимо, что не соответствует действительности). Данное условие определено способом нарезания шестерни методом деления с применением фасонного инструмента, т. е. с использованием технологии, которая в настоящее время не находит применения на производстве. Как правило, в планетарных редукторах зубчатые колеса с внешними зубьями нарезают инструментом реечного типа, а колесо с внутренними зубьями обрабатывают долбяком, при этом для подобного способа изготовления данное неравенство оказывается несправедливым.

Таблица 2

Рекомендуемые числа зубьев колеса в зависимости от числа зубьев сателлитов

$z_1 = z_g$	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27-79	Св. 79
$z_2 = z_b$	∞	> 144	> 81	> 60	> 50	> 44	> 41	> 38	> 36	> 35	> $z_1 + 8$	> $z_1 + 7$

Целью данной статьи в связи с проблемами математического представления условий подбора чисел зубьев является получение условий, позволяющих расширить множество возможных комбинаций чисел зубьев и обеспечить получение наибольшего числа сателлитов для заданного значения конструктивного параметра.

¹ ГОСТ 19274–73. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внутреннего зацепления. Расчет геометрии. М.: Изд-во стандартов, 1973. 64 с.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Планетарные редукторы и редукторы планетарно-дифференциального типа, построенные на основе однорядных механизмов $2k-h$ типа *A*, нашли применение в конструкторских разработках судовых и крановых механизмов (рис. 1, *a*). В качестве примера на рис. 1, *б* показано размещение данных редукторов на судах гражданского типа: в румпельном механизме винто-рулевой колонки для привода главного винта, в механизме подъема, механизме вращения, в канатном механизме изменения вылета стрелового судового крана, а также в различных палубных механизмах.

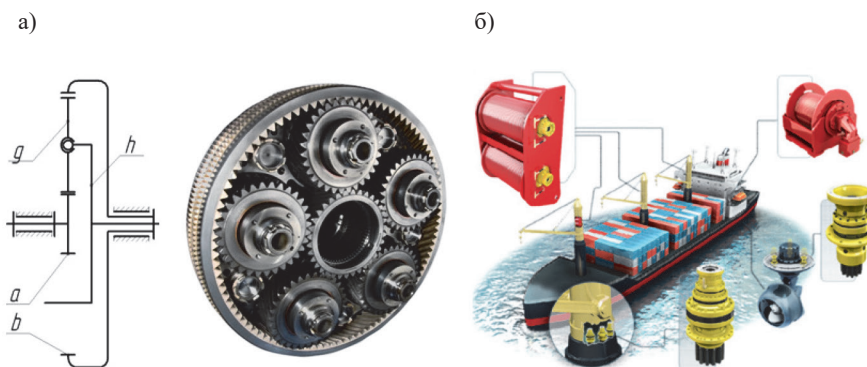


Рис. 1. Конструкторские разработки судовых и крановых приводов:

a — схема и конструкция типового элемента планетарных редукторов привода (механизм $2k-h$ типа *A*: *a*, *g*, *b* — зубчатые колеса; *h* — водило);

б — размещение планетарных редукторов, созданных на типовом элементе на судах

Приведенные в работе математические выражения условий для подбора чисел зубьев соответствуют обозначениям, принятым в справочнике [3]. Для вновь вводимых обозначений даны соответствующие пояснения в тексте. Поскольку в механизме (рис. 2, *a*) каждая его передача определяется посредством формул цилиндрической рядовой зубчатой передачи, в передаче зубчатому колесу помимо буквенных обозначений присваивают также числовые индексы: *1* — шестерне, *2* — колесу (рис. 2, *б*, *в*).

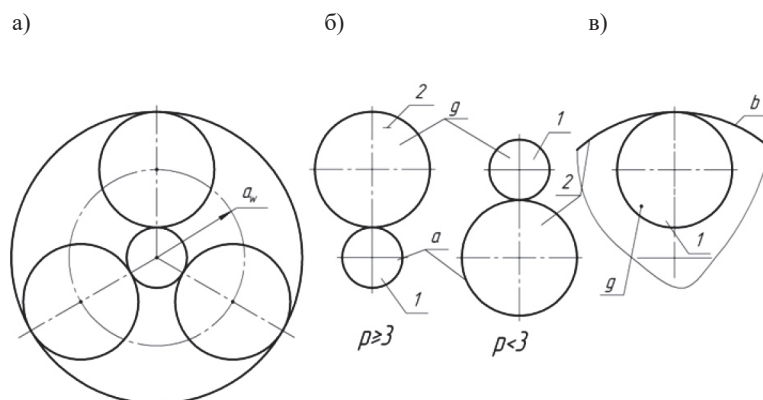


Рис. 2. Механизм $2k-h$ типа *A*:

a — схема зацеплений; *б* — передачи с внешним зацеплением;

в — передача с внутренним зацеплением;

1 — шестерня; *2* — колесо

Условие соседства обеспечивает гарантированный зазор δ между вершинами зубьев соседних сателлитов (рис. 3, *a*). В этом случае сателлит, установленный на центр C_1 , не мешает постановке второго сателлита на центр C_2 , позволяя собрать механизм. Используя рис. 3, *a*, условие соседства в общем виде представляют в виде неравенства

$$(d_a)_g < 2a_w \sin(\pi/n_w) \text{ или } [(d_a)_g / 2a_w] < \sin(\pi/n_w), \quad (1)$$

которое можно проверить графически (рис. 3, а).

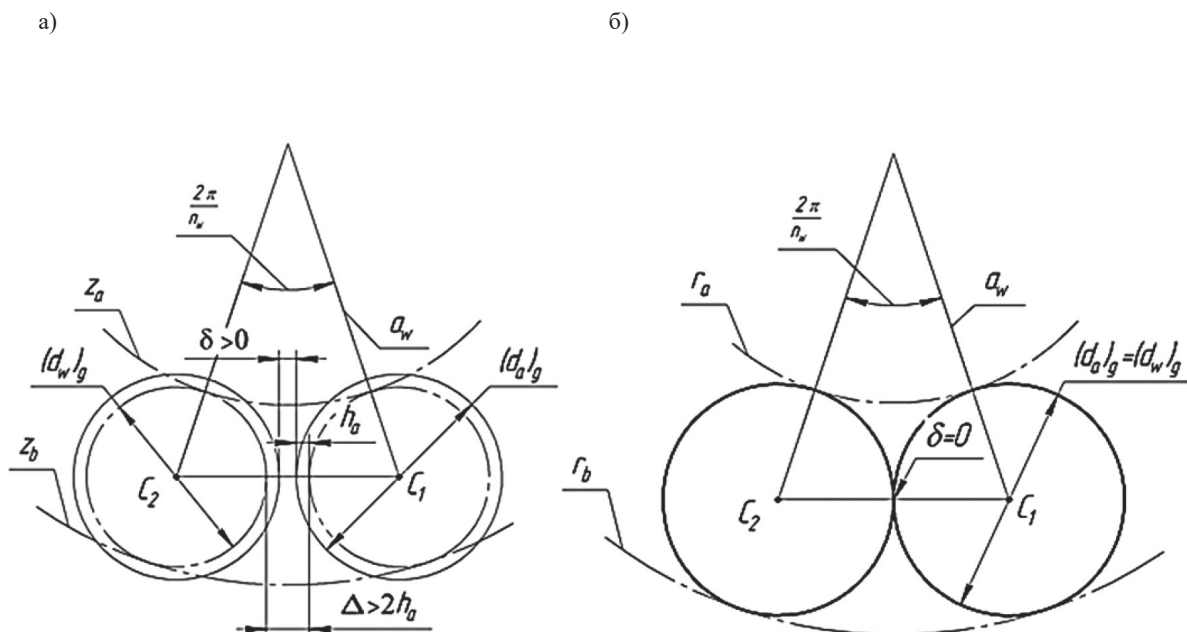


Рис. 3. Размещение сателлитов:

а — при наличии зазора между зубьями соседних сателлитов;

б — при касании между собой начальными окружностями

Условие сборки обеспечивает свободный вход зубьев сателлитов во впадины зубьев центральных колес. Для сателлитов, равномерно отстоящих друг от друга (для упрощения изготовления и для уравнивания их на водиле), условие сборки имеет вид

$$(z_a + z_b) / n_w = Q, \quad (2)$$

где Q — целое число, т. е. сумма чисел зубьев центральных колес должна быть кратна числу сателлитов, при этом каждое из чисел зубьев центральных колес может быть не кратно числу сателлитов.

Примечание. Предложение проф. М. К. Кристи о допустимости отклонения величины Q от целого числа на 1–2 % за счет зазоров в зацеплениях зубчатых колес не нашло применения в области судовых и крановых механизмов.

Условие соосности в планетарном однорядном механизме типа А представляет собой равенство межосевых расстояний во внешнем ($a - g$) и внутреннем ($b - g$) зацеплении (рис. 2):

$$(a_w)_{ag} = (a_w)_{bg}. \quad (3)$$

Так как зубчатые колеса z_a и z_g внешнего, z_g и z_b внутреннего зацеплений кинематически связаны между собой, равенство межосевых расстояний (3) выражено через числа зубьев формулой

$$(z_a + z_g) \cos \alpha_{twb} = (z_b - z_g) \cos \alpha_{twa} \quad (4)$$

применительно к механизму с равными углами зацепления: $\cos \alpha_{twb} = \cos \alpha_{twa}$. В частности, данное равенство справедливо для механизма с несмещенными зубчатыми колесами, в котором коэффициенты смещения $x_b = x_g = x_a = 0$. Условие соосности принимает вид:

$$z_{g0} = 0,5(z_b - z_a). \quad (5)$$

Во многих работах условие (5), согласно которому разность чисел зубьев центральных колес должна быть четной, является обязательным, однако при этом сужается множество комбинаций чисел зубьев, реализующих заданное значение конструктивного параметра $p = z_b/z_a$.

Результаты и обсуждение (Results and Discussions)

Введем в условие соосности (4) параметр $C = \cos \alpha_{twa} / \cos \alpha_{twb} = z_{\Sigma} / z_d$, где $z_{\Sigma} = (z_a + z_g)$ — сумма чисел зубьев внешнего зацепления, $z_d = (z_b - z_g)$ — разность чисел зубьев внутреннего зацепления. В результате получим равенство

$$z_g = (z_b C - z_a) / (1 + C), \quad (6)$$

в соответствии с которым разность $z_b - z_a$ может быть не только четной ($C = 1$), но и нечетной при $C \neq 1$ (параметр C был впервые использован в работах канд. техн. наук В. А. Ткаченко).

На практике формулу (6) не применяют для определения числа зубьев сателлита, его находят по формуле [3]:

$$z_g = z_{g0} + \theta, \quad (7)$$

где величина θ — разность между действительным числом зубьев сателлита и z_{g0} .

Если представить условие (5) в виде $z_{g0} = 0,5z_a(p - 1)$, то получим следующие зависимости:

$$z_{\Sigma} = 0,5z_a(p + 1) + \theta; z_d = 0,5z_a(p + 1) - \theta; z_{\Sigma} - z_d = 2\theta, \quad (8)$$

которые выражают величину θ , соответственно, через сумму $z_{\Sigma} = (z_a + z_g)$ и разность $z_d = (z_b - z_g)$ чисел зубьев.

Равенства вида (8) позволяют установить между формулой (7) и следующей формулой [8]:

$$z_g = z_{g0} - 0,5\Delta, \quad (9)$$

связь вида: $\Delta = (z_b - z_g) - (z_a + z_g) = -2\theta$. При $\theta = 0$ получим известное решение, в котором разность $z_b - z_a$ должна быть четной. Когда разность $z_b - z_a$ является нечетной, $\theta = \pm 0,5, \pm 1,5$, благодаря этому существенно расширяется множество возможных комбинаций чисел зубьев, обеспечивающих заданное значение конструктивного параметра. При $\theta < 0$, без увеличения диаметральных размеров передачи, можно значительно улучшить условия работы зацепления $z_a - z_g$, так как при этом $\alpha_{twa} > \alpha_{twb}$ [3]. В научных публикациях [8], [9] приведены рекомендации при $\theta = 1,5$.

При условии $\theta \neq 0$ заданную несоосность компенсируют изготовлением зубчатых колес со смещением исходного контура. Так, например, для передачи с числом сателлитов $n_w = 3$ с конструктивным параметром $p = 4$ и числом зубьев солнечного колеса $z_a = 21$ число зубьев колеса с внутренним зацеплением определяется из равенства $z_b = z_a \cdot p = 21 \cdot 4 = 84$. Из условия соосности число зубьев сателлита составляет

$$z_{g0} = 0,5(z_b - z_a) = 0,5(84 - 21) = 31,5.$$

Для назначения числа зубьев сателлита целым с целью получения $\alpha_{twa} > \alpha_{twb}$ примем, например, на основании [3], параметр $\theta = -0,5$. Тогда

$$z_g = z_{g0} + \theta = 31,5 - 0,5 = 31.$$

Для соблюдения условия соосности при $\theta \neq 0$ ($z_a + z_g \neq z_b - z_g$) зададим во внутреннем зацеплении ($b - g$) угол $\alpha_{twb} = 20^\circ$. Тогда угол зацепления во внешней передаче ($a - g$) равен

$$\alpha_{twa} = \arccos \left(\frac{z_a + z_g}{z_b - z_g} \cos \alpha_{twb} \right) = \arccos \left(\frac{21 + 31}{84 - 31} \cos 20^\circ \right) = 22,804^\circ,$$

а коэффициент суммы смещения —

$$x_{\Sigma} = \frac{(\operatorname{inv} \alpha_{twa} - \operatorname{inv} \alpha)(z_a + z_g)}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{(0,02244 - 0,01490) \cdot (21 + 31)}{2 \operatorname{tg} 20^\circ} = 0,538,$$

где $x_{\Sigma} = x_a + x_g$.

Если назначить коэффициент смещения солнечного колеса $x_a = x_{\Sigma} = 0,538$, то при угле зацепления $\alpha_{twb} = 20^\circ$ коэффициент разности смещений $x_b - x_g = 0$, а значит, и коэффициент смещения зубчатого колеса z_b при $x_g = 0$ окажется равным нулю, т. е. $x_b = 0$. Вместе с тем в передачах, где $\theta \neq 0$,

возможны также другие варианты выбора как величины θ , так и коэффициентов смещения исходного контура [10].

Следует отметить особенности планетарной однорядной передачи, при которой выполняется условие $\theta \neq 0$. Во-первых, в данной передаче равенство $z_a = z_g = z_1$ реализуется при значении конструктивного параметра

$$p_z = 3 - 2\theta/z_1, \quad (10)$$

где $p_z \neq 3$.

При $\theta = -1,5$, $z_1 = 12$ равенство $z_a = z_g = z_1$ реализуется, если $p_z = 3,25$; если $p < p_z = 3,25$, то $z_1 = z_g$ и шестерней является сателлит, в противном случае $z_1 = z_a$. При $\theta = 0$ получим известное решение $p_z = 3$, при котором реализуется равенство $z_a = z_g$. Во-вторых, поскольку при $\theta \neq 0$ отношение начальных диаметров $(d_{wg})_b / (d_{wg})_a = \cos \alpha_{wa} / \cos \alpha_{wb} = C = 1 + 2\theta / z_d$ не равно единице, сателлит будет иметь две начальные окружности: с диаметром $(d_{wg})_a$, относящимся к зацеплению с центральным колесом a , и с диаметром $(d_{wg})_b$, относящимся к зацеплению с центральным колесом b (рис. 4). Ввиду различия в углах зацепления формула для силы имеет вид

$$F_h = \frac{T_h \Omega}{n_w a_w \cos \delta}, \quad (11)$$

где δ — угол действия силы на ось сателлита, $\delta = |0,5(\alpha_{wa} - \alpha_{wb})|$; F_n — нормальная сила, направленная под углом α_{wa} в зацеплении сателлита с солнечным колесом и под углом α_{wb} в зацеплении сателлита с эпициклом; $\cos \delta = 1$ при одинаковых углах зацепления.

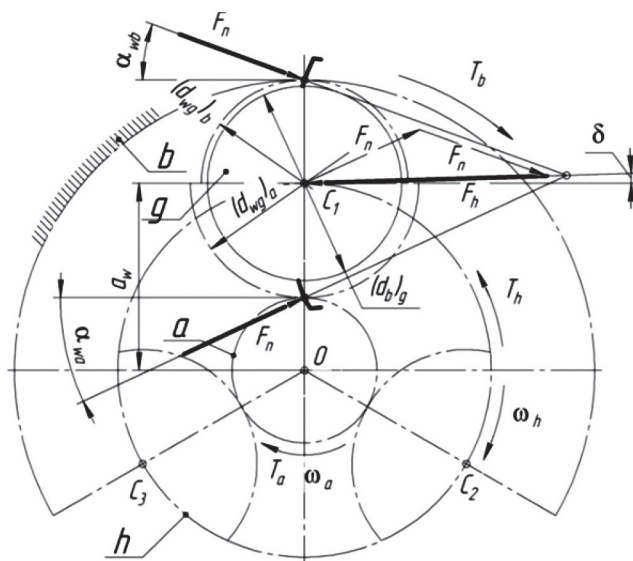


Рис. 4. Зацепление планетарной однорядной передачи с $\theta < 0$

Таким образом, для выбранного числа зубьев центральных колес условие соосности выполняются подбором числа зубьев сателлита с назначением соответствующих коэффициентов смещения для зубчатых колес a , b и g . При этом числа зубьев у центральных колес не зависят от условия соосности, они определяются условием сборки, а максимальное значение конструктивного параметра планетарного ряда зависит от числа сателлитов и других конструктивных параметров ряда (например, от размеров зуба ряда).

Достаточно точное для практических целей представление условия соседства найдем следующим образом. Подставляя в неравенство (1) на место диаметра вершин сателлита равенство (6) при $C = 1$ с учетом высоты головки зуба, а на место межосевого расстояния первое равенство (8), после подстановки $z_b = z_a p$ неравенство (1) для планетарного ряда с несмещенным зацеплением примет вид

$$\frac{z_a(p-1)+4}{z_a(p+1)} < \sin \frac{\pi}{n_w} \text{ или } n_w < \frac{\pi}{\arcsin \left[\frac{z_a(p-1)+4}{z_a(p+1)} \right]}, \quad (12)$$

где $4 = 2(2h_a)/m = 2(2h_a^*)$, $h_a^* = 1$ — коэффициент высоты головки зуба исходного контура.

Условие соседства, тождественное неравенству (12), в работе [6] выражено через числа зубьев центральных колес:

$$\frac{z_b - z_a + 4}{z_b + z_a} < \sin(\pi/n_w). \quad (13)$$

Действительно, после подстановки в условие (13) равенства $z_b = z_a p$ легко убедиться в том, что условия (13) и (12) являются равнозначными выражениями, но в отличие от условия (13), в условии (12) максимальное число сателлитов определено в зависимости от конструктивного параметра с косвенным учетом размеров зуба через число зубьев солнечного колеса. Действительно, из известного равенства $m = d/z$ видно, что при изменении числа зубьев изменяется модуль m , определяющий размеры зуба зубчатых колес. В частности, при $z_a \rightarrow \infty$ модуль зубьев $m \rightarrow 0$ и в этом случае неравенство (12) принимает вид

$$n_w < \frac{\pi}{\arcsin(p-1/p+1)}, \quad (14)$$

справедливый для фрикционного планетарного однорядного механизма, в котором зубчатые колеса представлены гладкими катками с касанием между собой (см. рис. 3, б), имеет сугубо теоретическое значение. Заменяя в нем знак неравенства на знак равенства, найдем для заданного числа «сателлитов-катков» предельное значение $p_{\lim}$ конструктивного параметра (табл. 3).

Таблица 3

Предельные значения конструктивного параметра фрикционного планетарного однорядного механизма для заданного числа сателлитов

n_w	3	4	5	6	7	8
$p_{\lim}$	13,928	5,828	3,851	3	2,532	2,239

Введем в условие соседства (1) величину относительного гарантированного зазора $e = \Delta/(d_w)_g$, где Δ — гарантированный зазор между начальными диаметрами (см. рис. 3, а): $(d_a)_g + \delta < 2a_w \sin(\pi/n_w)$ или $[(d_w)_g + \Delta] + 2m < 2a_w \sin(\pi/n_w)$. Связь между Δ , зазором δ и вершинами зубьев выражается равенством $\delta = \Delta - 2h_a$, где h_a — высота головки зуба. Поскольку зазор δ можно принять практически равным $\sim 0,5$ мм, то в силу его малости, для получения $\delta \geq 0$ необходимо, чтобы $\Delta \geq 2h_a = 2h_a^* m$ или в относительных величинах при $h_a^* = 1$: $e = \Delta/(d_w)_g \geq 2h_a/(d_w)_g = 4/z_a(p-1)$. С учетом принятых обозначений неравенство (12) запишется в виде

$$n_w < \frac{\pi}{\arcsin \left[(1+e) \frac{p-1}{p+1} \right]} \text{ при } e \geq 4/z_a(p-1). \quad (15)$$

В приведенной формуле конструктивный параметр связан с максимальным числом сателлитов и гарантированным зазором между начальными окружностями сателлитов.

На рис. 5, а наибольшее число сателлитов (ось ординат), полученное расчетным способом с использованием неравенства (15), приведено в зависимости от конструктивного параметра. Это неравенство справедливо для однорядной передачи $2k-h$ типа А с несмещенными зубчатыми колесами.

Кривая $p_{\lim}$ ($2,24 \leq p_{\lim} \leq 13,93$) представляет собой передачу, в которой зубья срезаны и соприкасаются с начальными окружностями ($e = 0$). Ее координаты (см. табл. 3) не могут быть параметрами передачи и поэтому кривая $p_{\lim}$ показана штриховой линией. Кривая $e = 0,05$ ($2,15 \leq p \leq 10,41$) представляет собой верхние значения параметра, которые могут использоваться непосредственно

в передаче. Эти верхние значения конструктивного параметра находят отражение в судовых реверсивных редукторах ГТУ, в авиационных редукторах с турбовинтовыми двигателями (ТВД) и вертолетных с газотурбинными двигателями (ГТД). Так, конструкция редуктора ТВД АИ-20 имеет при шести сателлитах верхнее значение конструктивного параметра $p = 2,771$. Данному редуктору с $n_w = 6$ отвечает относительный зазор $e = 0,065$, при котором из условия (15) число зубьев солнечного колеса должно устанавливаться в соответствии с неравенством: $z_a \geq 4/e(p - 1) = 4/0,065(2,771 - 1) = 34,769$. В рассматриваемой конструкции редуктора ТВД АИ-20 принято $z_a = 35$.

Кривая $e = 0,1$ определяет параметры, соответствующие интервалу $2 \leq p \leq 8$. На практике данный интервал значений рекомендован по конструктивным причинам, связанным, в частности, с недостаточным диаметром оси сателлита, используемой для его опоры при малых p , или с пониженной крутильной жесткостью центрального колеса a при высоких значениях p . В общем случае на выбор значения p оказывают влияние также требования компоновки привода. Например, если через внутреннее отверстие центрального колеса a должен проходить вал соседней ступени, то параметр p ограничивают значением $p \leq 3$ [11], [12].

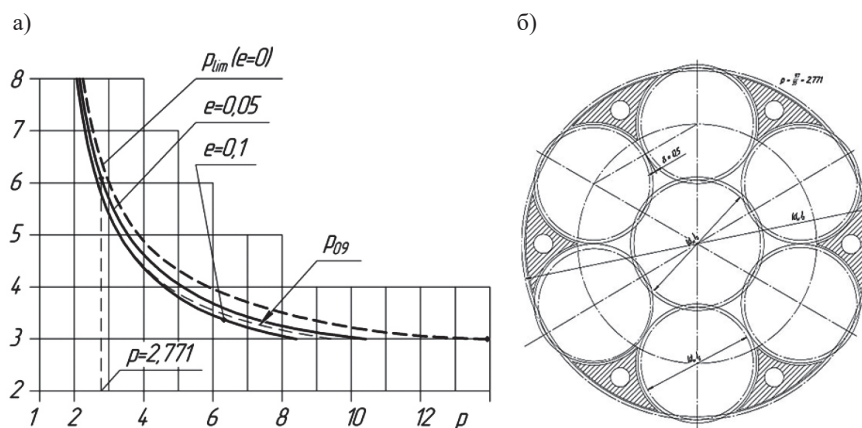


Рис. 5. Условие соседства:

a — рациональные пределы конструктивного параметра при данном числе сателлитов;
 b — схема размещения зубчатых колес планетарной передачи при $p = 2,771$

Рассматривая предельное положение (рис. 6, a), когда кромка зуба колеса с внутренними зубьями проходит через граничную точку L профиля зуба шестерни (в этом случае окружность вершин колеса 2 будет иметь радиус $r_{a2} = O_2L$), видно, что интерференции не будет в случае, если

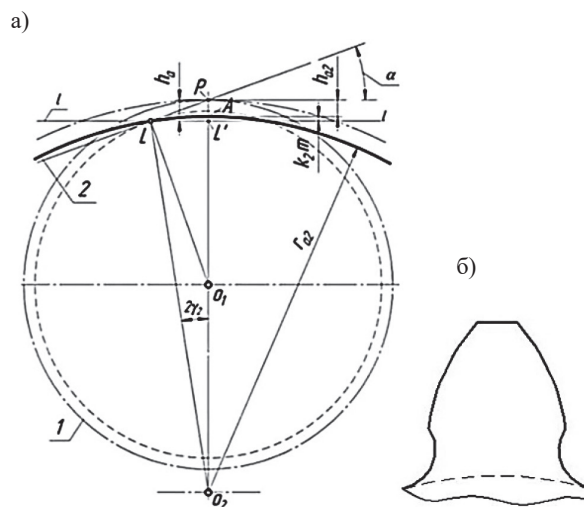


Рис. 6. Условие интерференции во внутреннем зацеплении:

a — геометрия внутреннего зацепления;
 b — конструкция зуба шестерни при полнопрофильном внутреннем зацеплении

выполняется условие $r_{a2} \geq O_2L$ или когда высота головки колеса с внутренними зубьями меньше высоты головки зуба исходного контура: $h_{a2} < h_a$. Естественно, при $h_{a2} = h_a$, т. е. при полной высоте головки зуба колеса, внутреннее зацепление неосуществимо. При необходимости изготовления зубчатого внутреннего зацепления с полной высотой зуба колеса способы, обеспечивающие правильное зацепление, используют при изготовлении шестерни, нарезая ее с *поднутрением профиля зуба* (рис. 6, б). Данное решение нашло применение в механизме поворота перегрузочного крана «Атлант». Изготовление подобной шестерни на стадии восстановления без поднутрения неизбежно приведет к поломке зубьев.

Рассмотрим величину $\Delta h_a = k_2 m$, на которую следует укоротить высоту головки зуба колеса. При этом диаметр вершин колеса с внутренними зубьями будет определяться формулой $d_{a2} = m(z_2 - 2) + k_2 m$. Из рис. 6, а отсутствие интерференции можно записать в виде

$$r_{a2} \geq \frac{LL'}{\sin 2\gamma_2},$$

где $LL' = h_a / \operatorname{tg} \alpha$, $LL' = h_a / \operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{tg} \gamma_2 = AL' / LL' = k_2 m / (h_a / \operatorname{tg} \alpha)$.

С учетом выражения $d_{a2} = m(z_2 - 2) + k_2 m$ окончательно получим [13]:

$$z_2 \geq \frac{2h_a^*}{\operatorname{tg} \alpha \sin \left(2 \arctg \frac{k_2 \operatorname{tg} \alpha}{h_a^*} \right)} + 2(h_a^* - k_2), \forall z_1 \geq 17, \quad (16)$$

где $\forall$ — квантор общности, читаемый как «для всех...».

Согласно ГОСТу 19274–73, рекомендовано принимать $k_2 = 0,2$, если режущий инструмент не оговаривается, и $k_2 = 0,25$, если колесо изготавливается *долбяком*; для смещенных колес $k_2 = c^*(1 - 0,5x_2)$, если $x_2 < 2$, в противном случае коэффициент укорочения рекомендуется принимать равным нулю.

В табл. 4 приведены значения коэффициента укорочения k_2 , предложенные немецким инженером Р. Риттером.

Таблица 4

Коэффициент укорочения головки зуба колеса с внутренними зубьями

z_2	25–30	31–40	41–50	51–75	76–130	св. 130
k_2	0,35	0,30	0,20	0,15	0,10	0,05

Таким образом, данное исследование показывает, что в отличие от значений, приведенных в табл. 2, внутреннее несмещенное зацепление осуществимо также при числе зубьев шестерни, равном 17, при этом нет необходимости в подборе для данного числа зубьев шестерни нужного числа зубьев колеса.

Выводы (Summary)

На основе выполненного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Выполнен анализ условий подбора числа зубьев планетарных однорядных механизмов $2k-h$ типа А, на которых созданы судовые редукторы и редукторы планетарно-дифференциального типа.
2. В процессе исследования изучаемой проблемы в условиях подбора чисел зубьев условие соседства получено в виде, когда конструктивный параметр связан с числом сателлитов и гарантированным зазором между начальными окружностями сателлитов. Это позволило теоретически объяснить известные конструкции, которые не согласовывались с существующими в это время теоретическими представлениями, и обосновать правомерность этих конструкций с максимально возможным числом сателлитов, целесообразным для уменьшения размеров и массы планетарного редуктора.
3. Условие интерференции внутреннего зацепления найдено в виде замкнутой формулы, которая не требует применения метода итерации и исключает необходимость подбора числа

зубьев методом последовательных приближений, перенося выполнение условия на раннюю стадию создания конструкции.

4. Условие соосности представлено в виде, не допускающем как четную, так и нечетную разность чисел зубьев центральных колес.

5. Использование полученных решений увеличивает множество возможных комбинаций чисел зубьев, обеспечивающих заданное значение конструктивного параметра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барышников С. О. Основы расчета и конструирования деталей машин крановых устройств / С. О. Барышников, А. Н. Иванов. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2020. — 276 с.
2. Барышников С. О. Некоторые проблемные вопросы в оценке несущей способности планетарных редукторов крановых механизмов / С. О. Барышников, А. Н. Иванов, Е. Н. Андрианов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 6. — С. 1051–1067. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-6-1051-1067.
3. Кудрявцев В. Н. Планетарные передачи: справочник / В. Н. Кудрявцев, Ю. Н. Кирдяшев, Е. Г. Гинзбург [и др.]. — Л.: Машиностроение, 1977. — 536 с.
4. Жильников Е. П. Расчет и проектирование дифференциального редуктора с двумя соосными воздушными винтами / Е. П. Жильников, В. Б. Балякин, А. В. Суслин. — Самара: Изд-во Самарского университета, 2019. — 76 с.
5. Dleg J. Epicyclic gears design principles, advantages and limitations / J. Dleg // Proc. Int. Conf. Gear. — 1988. — Vol. 2. — Pp. 873–876.
6. Болотовский И. А. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внутреннего зацепления / И. А. Болотовский, Б. И. Гурьев, В. Э. Смирнов, Б. И. Шендерей. — М.: Машиностроение, 1977. — 192 с.
7. Нгуен З. Т. Оптимальный геометрический синтез цилиндрических зубчатых передач внутреннего зацепления / З. Т. Нгуен // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. — 2020. — № 2. — С. 388–397.
8. Державец Ю. А. Планетарные редукторы в судовых дизельных и комбинированных дизель-газотурбинных установках / Ю. А. Державец, П. Н. Полуканин // Судостроение. — 1965. — № 11. — С. 38–43.
9. Тесленко Н. А. Планетарные передачи судовых энергетических установок / Н. А. Тесленко, Ю. В. Добровольский. — Л.: Изд-во «Румб», 1974. — 140 с.
10. Черкашин В. П. Выбор коэффициентов смещения и комбинаций чисел зубьев колес однорядных планетарных передач / В. П. Черкашин // Вестник машиностроения. — 1979. — № 1. — С. 34–35.
11. Пишизов А. К. К теории проектирования и расчета конструкции судовой лебедки со встроенным планетарным редуктором / А. К. Пишизов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2018. — Т. 10. — № 1. — С. 39–49. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-1-39-49.
12. Иванов А. Н. Перспективы развития грузоподъемных машин / А. Н. Иванов, С. Н. Федотов // Журнал Университета водных коммуникаций. — 2009. — № 3. — С. 22–32.

REFERENCES

1. Baryshnikov, S. O., and A. N. Ivanov. *Osnovy rascheta i konstruirovaniya detalei mashin kranovykh ustroystv*. SPb.: Izd-vo GUMRF im. adm. S. O. Makarova, 2020.
2. Baryshnikov, Sergey O., Anatoly N. Ivanov, and Evgenii N. Andrianov. "Several problematic issues in assessing the carrying capacity of planetary gearboxes of crane mechanisms." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.6 (2020): 1051–1067. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-6-1051-1067.
3. Kudryavtsev, V. N., Yu. N. Kiryashev, E. G. Ginzburg, Yu. A. Derzhavets, A. N. Ivanov, E. S. Kistochkin, I. S. Kuz'min, and A. L. Filipenkov. *Planetarnye peredachi: spravochnik*. L.: Mashinostroenie, 1977.
4. Zhil'nikov, E. P., V. B. Balyakin, and A. V. Suslin. *Raschet i proektirovanie differentsial'nogo reduktora s dvumya soosnymi vozduzhnymi vintami*. Samara: Izd-vo Samarskogo universiteta, 2019.
5. Dleg, J. "Epicyclic gears design principles, advantages and limitations." *Proc. Int. Conf. Gear*. Vol. 2. 1988. 873–876.

6. Bolotovskii, I. A., B. I. Gur'ev, V. E. Smirnov, and B. I. Shenderai. *Tsilindricheskie evol'ventnye zubchatye peredachi vnutrennego zatsepleniya*. M.: Mashinostroenie, 1977.
7. Nguyen, Duy The. "Optimal geometric synthesis of internal cylindrical gears." *Izvestiya Tula State University* 2 (2020): 388–397.
8. Derzhavets, Yu. A., and P. N. Polukanin. "Planetarnye reduktory v sudovykh dizel'nykh i kombinirovannykh dizel'-gazoturbinnnykh ustanovkakh." *Sudostroenie* 11 (1965): 38–43.
9. Teslenko, N. A., and Yu. V. Dobrovol'skii. *Planetarnye peredachi sudovykh energeticheskikh ustanovok*. L.: Izd-vo Rumb, 1974.
10. Cherkashin, V. P. "Vybor koeffitsientov smeshcheniya i kombinatsii chisel zub'ev koles odnoryadnykh planetarnykh peredach." *Vestnik mashinostroeniya* 1 (1979): 34–35.
11. Pshizov, Aydamir K. "For the theory of designing and calculation construction of shipboard hoisting winches with integrated planetary gearbox." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 10.1 (2018): 39–49. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-1-39-49.
12. Ivanov, A. N., and S. N. Fedotov. "Perspectives of development of load-lifting machines." *Zhurnal Universiteta vodnykh kommunikatsii* 3 (2009): 22–32.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Барышников Сергей Олегович —
доктор технических наук, профессор
ФБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: BarychnikovSO@gumrf.ru

Иванов Анатолий Николаевич —
кандидат технических наук, доцент
ФБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: ivanovgumrf@yandex.ru, fkt_pt@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Baryshnikov, Sergey O. —
Dr. of Technical Sciences, professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: BarychnikovSO@gumrf.ru

Ivanov, Anatoly N. —
PhD, associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: ivanovgumrf@yandex.ru, fkt_pt@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 21 октября 2022 г.
Received: October 21 2022.