

DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-6-875-890

APPLICATION OF SPLINE INTERPOLATING FUNCTIONS IN THE PARADIGM OF THE UNIVERSAL STANDARD EXCHANGE OF DIGITAL HYDROGRAPHIC DATA

I. V. Yuyukin

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The necessity of duplication of satellite navigation by a correlation-extreme navigation system with the actual comparability of indicators of the positioning accuracy of alternative systems is substantiated. When studying the issue of replication of the mapping standard as a basic principle of perspective navigation, the expediency of using the spline approach as an effective additional arsenal of capabilities to the list of reserved interpolating functions of the S-100 universal standard has been revealed. The phenomenon of the application of spline function methods in the framework of the implementation of the concept of modeling the navigation isosurface in order to accurately synthesize the topography of the seabed relief is considered. The theoretical substantiation of using the concept of a spline gradient in the processing of navigation information within the framework of the hypothesis of the gradient fan postulate applicability is carried out. The magnitude and spatial distribution of computational interpolation errors are interpreted into the definition of uncertainty surface, which is a two-dimensional statistical estimation of the accuracy of modeling bathymetric data by analogy with the concept of navigation isosurface. Deterministic interpolation is implemented on the basis of processing an experimental database of measurement data with further transformation into a gridded grid massif. The focus on the use of gridded data in the compilation of digital bathymetric models makes it possible to provide a detailed restoration of the underwater landscape. The interpolation gridding technology has provided a formalized structured representation of a two-dimensional grid of recorded measurements results for visualization of the navigation isosurface in three-dimensional Euclidean space. The hybrid spline algorithm is adapted to reconstruct a detailed profile of an underwater relief with the required morphological properties by mathematically simulating the plasticity of geospatial topography. Based on the technology of spline functions, the three-dimensional perspective of an isolinear bathymetric model investigated by the National Genoese Institute of the water area in the Tyrrhenian Sea is restored. A precedent for the implementation of spline interpolation together with the possibility of visualizing a volumetric perspective on electronic media for the subsequent practical use of three-dimensional electronic maps in order to increase the safety potential of navigation due to the effectiveness of visual orientation of the navigator in difficult sailing circumstances has been created.

Keywords: interpolation functions, uncertainty surface, navigational isosurface, deterministic interpolation, interpolation gridding technique, hybrid spline algorithm.

For citation:

Yuyukin, Igor V. "Application of spline interpolating functions in the paradigm of the universal standard exchange of digital hydrographic data." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.6 (2022): 875–890. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-6-875-890.

УДК 656.61.052 656

ПРИМЕНЕНИЕ СПЛАЙНОВЫХ ИНТЕРПОЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ В ПАРАДИГМЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО СТАНДАРТА ОБМЕНА ЦИФРОВЫМИ ГИДРОГРАФИЧЕСКИМИ ДАННЫМИ

И. В. Ююкин

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Обоснована необходимость дублирования спутниковой навигации корреляционно-экстремальной навигационной системы при фактической сопоставимости показателей точности позиционирования альтернативных систем. При исследовании вопроса репликации эталона картографирования как базового

принципа перспективной навигации выявлена целесообразность использования сплайнового подхода в качестве эффективного дополнительного арсенала возможностей к перечню зарезервированных интерполирующих функций универсального стандарта S-100. Рассмотрен феномен применения методов сплайн-функций в рамках реализации концепции моделирования навигационной изоповерхности с целью точного синтезирования топографии рельефа морского дна. Выполнено теоретическое обоснование использования в обработке навигационной информации понятия сплайн-градиента в рамках гипотезы применимости постулата веера градиентов. Величина и пространственное распределение вычислительных погрешностей интерполяции интерпретированы в понятие «поверхность неопределенности», являющееся двумерной статистической оценкой точности моделирования батиметрических данных по аналогии с концепцией навигационной изоповерхности. Детерминистическое интерполирование реализовано на основе обработки экспериментальной базы измерительных данных с дальнейшей трансформацией в гридированный сеточный массив. Ориентированность на использование гридированных данных при составлении цифровых батиметрических моделей позволила обеспечить возможность детального восстановления подводного ландшафта. Технология интерполяционного гридирования обеспечила формализованное структурированное представление двумерной сетки зафиксированных результатов измерений для визуализации навигационной изоповерхности в трехмерном евклидовом пространстве. Гибридный сплайновый алгоритм адаптирован для реконструкции детального профиля подводного рельефа с требуемыми морфологическими свойствами за счет математического имитирования пластичности геопространственной топографии. На основе технологии сплайн-функций восстановлена трехмерная перспектива изолинейной батиметрической модели, исследованной национальным генуэзским институтом акватории в Тирренском море. Создан прецедент реализации сплайновой интерполяции совместно с возможностью визуализации на электронных носителях объемной перспективы для последующего практического использования трехмерных электронных карт с целью повышения потенциала безопасности судовождения за счет эффективности визуального ориентирования мореплавателя в сложных обстоятельствах плавания.

Ключевые слова: интерполяционные функции, поверхность неопределенности, навигационная изоповерхность, детерминистическое интерполирование, технология интерполяционного гридирования, гибридный сплайновый алгоритм.

Для цитирования:

Ююкин И. В. Применение сплайновых интерполирующих функций в парадигме универсального стандарта обмена цифровыми гидрографическими данными / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 6. — С. 875–890. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-6-875-890.

Введение (Introduction)

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) пользуются популярностью в современном судовождении благодаря уникальному сочетанию метровой точности определения координат, глобальной доступности информации в любой точке на земной поверхности и надежности аппаратуры потребителей [1]. Однако использование ГНСС не гарантирует выполнения для морских потребителей требования непрерывного получения координатно-временной информации без искажений. Глобальное, без ограничений по координатам и времени, замещение спутниковых систем помехоустойчивым средством возможно при использовании альтернативных средств навигации в условиях недоступности или недостоверности GPS [2], [3]. В качестве оптимального варианта альтернативного позиционирования может быть предложена корреляционно-экстремальная навигационная система (КЭНС).

Результирующая локальная погрешность определения координат современными КЭНС на основе совмещенных геофизических полей составляет 5–15 м [4]. По данным отечественных и зарубежных исследований, магнитная навигация как автономная вариативность КЭНС обеспечивает погрешность определения координат подвижных объектов, равную 10 м [5], [6]. Планируемая точность системы e-LORAN должна быть реализована в диапазоне 8–20 м [1]. Полученные экспериментальные данные альтернативной навигации сопоставимы с точностью современных спутниковых систем без учета возможностей дифференциального режима GPS.

Современные ГНСС обладают ограниченной помехозащищенностью, поэтому для обеспечения кибернетической безопасности работы флота критически необходимым является применение в практике судовождения дополняющих навигационных методов [7]. При локальной

неопределенности спутниковых систем кардинальное решение проблемы их уязвимости возможно только за счет использования технических средств судовождения, основанных на иных физических принципах работы. Корреляционно-экстремальная система, в которой используется связь параметров геофизических полей с географическими координатами судна, обладает высокой помехозащищенностью и, следовательно, является реальной альтернативой спутниковых систем навигации. Принцип позиционирования корреляционно-экстремальной навигации реализуется как многократно повторяющаяся задача мгновенных сопоставлений последовательности навигационных измерений с эталоном информативности геофизического поля, хранящемся в памяти бортового компьютера [8]. «Привязка» измерений выполняется на основе поиска математического глобального экстремума функционала корреляционного сравнения результатов физических измерений с прогнозируемой информативностью карты навигационного поля. Оптимальным образом информативность геофизического поля, характеризующегося неоднородностью по различным направлениям, может быть представлена в виде сплайновой электронной карты как перспективного эталона картографирования.

Практическая реализация идеи корреляционно-экстремальной навигации сводится к трехмерному моделированию фрагмента геофизического поля гибридным методом *B*-сплайновой аппроксимации как восстановление навигационной изоповерхности на заданном маршруте. Процесс судовождения интерпретирован в виде экстремальной задачи планирования маршрута как инновационного метода сравнительного анализа синтезированной дорожной карты в конфликтной среде при учете фактора уклонения от навигационных опасностей. Задача позиционирования корреляционно-экстремальной навигации решается в конечном счете за счет совпадающего совмещения двух геометрических профилей навигационной изоповерхности при автоматическом определении максимальной степени близости текущего измерительного изображения к виртуальному эталону навигационного поля.

Основной проблемой при построении следящих навигационных систем является синтез эффективных алгоритмов представления оцифрованных данных и их компьютерной визуализации в геометрической форме. Оптимальные результаты могут быть достигнуты при восстановлении изоповерхностей в варианте их практического применения в КЭНС с помощью *B*-сплайнов, обеспечивающих как минимум четырехкратное сжатие массивов данных по сравнению с традиционными методами [9].

В ходе практической реализации исследования сплайновых интерполирующих функций в парадигме универсального стандарта обмена гидрографическими данными сформулированы следующие задачи:

1. Сравнительный обзор арсенала возможностей по интерполирующим функциям в соответствии с базой данных стандарта S-100.
2. Рассмотрение вопроса применения методов сплайн-функций в рамках реализации концепции моделирования навигационной изоповерхности.
3. Математическая адаптация алгоритма двумерной *B*-сплайновой аппроксимации на примере реплицирования сплайновой цифровой модели детального профиля подводного рельефа с требуемыми морфологическими свойствами.
4. Организация совместимости сплайнового алгоритма с реализацией концепции обработки гридированных данных.
5. Трехмерное компьютерное визуализированное представление конкретной географической топографии морского дна по координатам и интерполированным глубинам на основе финитных сплайнов.
6. Разработка прикладных паскаль-программ применительно к задаче компьютерной визуализации батиметрического ландшафта с условием использования базисных сплайновых интерполирующих функций.
7. Теоретическое обоснование использования в обработке навигационной информации сплайн-градиента в рамках гипотезы применимости постулата веера градиентов.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Воспроизведение графического изображения рельефа морского дна в электронной картографии предполагает использование интерполирующих функций, позволяющих моделировать и визуализировать фрагменты изоповерхности в несовпадающих с узлами координатной сетки доминирующих гридированных точек [10]. Применение интерполирующих функций предусмотрено стандартом обмена цифровыми гидрографическими данными S-100. В парадигме данного документа усложняется толкование понятия «поверхности в стилизованной замкнутой геометрической области», приведенного в стандарте S-57, до «атрибута поверхности как подкласса примитивов геометрической области», что позволяет интерполировать батиметрию высокой плотности. Представляется некорректным называть стандарт S-100 новым вариантом стандарта S-57, поскольку предлагаются принципиально иные форматы обмена цифровыми гидрографическими данными, организованные с учетом развития компьютерных технологий.

В современных подходах к обработке навигационной информации появляется целесообразность использования сплайнового подхода в ч. 8 стандарта S-100 как эффективного дополнительного арсенала возможностей к перечню зарезервированных алгоритмов интерполяции: линейной, квадратичной, кубической, билинейной, биквадратичной, бикубической, барицентрической интерполяции, методов «ближайшего соседа» и «потерянной области» [11]. Указанные интерполяционные способы основаны на следующем предположении: *батиметрические данные являются пространственно коррелированными в трехмерном евклидовом пространстве.*

Подход с позиций сплайн-функций как эффективная вариативность детерминированной интерполяции основывается на математическом способе нахождения гидрографических значений в промежуточных положениях в интервалах между близлежащими характеристическими точками гидрографических измерений для создания непрерывной синтезируемой батиметрической поверхности в качестве графического подтверждения вычислительной возможности расчета промежуточных функциональных данных.

В случае, если в вопросе обработки навигационной информации располагают прецизионной измерительной информацией, то применяется интерполяция с фиксированным геометрическим прохождением полиномов через узловое точки. Когда известны условно приближенные данные или в измерениях присутствует погрешность, реализуется аппроксимация с приближенным прохождением аппроксимантов в математически допустимой окрестности сеточных точек с заданной степенью точности. Иными словами, если измерительные данные получены в результате эксперимента достаточно точными, то применяется построение интерполирующей функции, принимающей в соответствующих опорных точках значения результатов измерений. Если в измерениях присутствуют значительные погрешности, то подбирается аппроксимирующая функция с плавным характером прохождения в некоторой близости измерительных значений за счет обеспечения эффекта сглаживания зашумленной навигационной функции с целью противодействия феномену эволюционной склонности полиномов к осцилляциям. Примитивным способом ошибки аппроксимации могут быть уменьшены за счет искусственного увеличения объема измерительных данных.

Каждый метод интерполяции имеет определенные математические ограничения для прогнозирования неизвестных значений глубины. Сплайновый подход является наиболее точным методом в сравнении с классическими эквивалентными интерполяциями при учете специфичности большой плотности массивов батиметрических данных для формирования цифровой модели рельефа морского дна. Подтверждением служат результаты по обработке батиметрической информации на примере аляскинского залива Качемак, подтвердившие взаимосвязь между кривизной рельефа морского дна и точностью интерполяции. В итоге после проведенных экспериментов выявлена статистическая погрешность в виде абсолютного медианного процентного отклонения для различных вычислительных методов: 0,27 % для сплайна, 0,78 % для взвешенной интерполяции обратного расстояния, 0,39 % для триангуляции [12]. Сплайн-интерполяция позволяет создавать цифровые модели рельефа дна с наименьшими ошибками для различной морфологии подводной топографии [13]. Сплайновая конструкция положительно коррелирует с морфологическими особенностями морского

дна, поскольку кусочный алгоритм продуцирует минимальные неточности вблизи областей подводного рельефа с максимальной кривизной.

Величина и пространственное распределение вычислительных погрешностей логично интерпретируют понятие поверхность неопределенности, являющейся двумерной статистической оценкой точности интерполяционных данных по аналогии с гидрографической концепцией навигационной изоповерхности [14]. Поверхность неопределенности в практических приложениях определяется сочетанием неточностей в гридированных полях и в исходных данных наблюдений. Если на точность измерительной информации оказывает влияние эффект приливо-отливных явлений, то неточности гридированных данных коррелируют с ошибками аппроксимации геоида конкретной геодезической моделью из множественности существующих референц-эллипсоидов [15], [16]. Фактически точное определение глубины зависит от гравиметрической коррекции рельефа морского дна [17].

Рекомендованные методы интерполяции предназначены для манипулирования гридированными данными с целью правдоподобной реконструкции рельефа морского дна [18]. Применение гридированной модели электронного рельефа морского дна предусматривает так называемый *стандарт будущего S-100*, реализующий возможности современных информационных технологий для интеллектуальной поддержки концепции e-Navigation.

Слайновый подход полностью согласуется с миссией стандарта S-100, заключающейся в создании общей инновационной платформы, которую можно применять для обеспечения более широкого и качественного использования морских данных при единообразном управлении для предоставления актуальной, точной и своевременной информации, обеспечивающей безопасность судовождения. Слайн-функции оптимальным образом интегрируются в так называемую *технологии интерполяционного гридирования*, позволяющую математически синтезировать батиметрическую информацию в непокрытых плотными измерениями акваториях [14].

Наборы батиметрических данных должны быть предварительно обработаны на основе определенного математического алгоритма и преобразованы в цифровую модель рельефа подводного ландшафта с помощью методов интерполяции в целях информационного обеспечения различных векторных слоев электронной карты. Визуальный эффект «слоеной» информации должен быть безошибочно интерпретируем судоводителем. Для обеспечения безопасности судовождения, безусловно, важным является правильный выбор интерполяционного метода.

Детерминистический интерполянт позволяет разработать процедуру мониторинга адекватности составления морских электронных карт с целью улучшения качества обработки гидрографических данных и исправления возможных недостатков на фактически созданных картах при их сравнительной оценке с графикой сплайновой модели. Сплайновая интерполированная изоповерхность в математическом смысле удовлетворяет постулату «гладкости», но при этом необходимо правильно учитывать алгоритмические ограничения кривизны поверхности с возможными последствиями возникновения феномена артефакта интерполяции в виде локального экстремума, периодически проявляющегося в сеточных промежутках между исходными данными. Искусственные искажения возникают в лоскутных фрагментах с флуктуирующей навигационной функцией при разреженных батиметрических измерениях. Математический казус эффективно нивелируется вводом в сплайновый алгоритм весовых коэффициентов для минимизирования критерия искривления изогеометрии восстанавливаемой поверхности [9].

Необходимость поиска прогрессивных математических методов обусловлена минимальностью доступности в общественном достоянии геопропространственной информации и отсутствием надежной оценки изменяющегося характера прибрежных батиметрических измерений. Национальное управление океанических и атмосферных исследований США классифицирует как значимые в навигационном отношении около 500 000 квадратных морских миль, однако ежегодно фактически обследуется площадь около 2 000 квадратных морских миль на основе приоритетной гидрографической съемки [19]. Подтверждением необходимости поиска инновационного метода интерполяции для батиметрии служит удивительный факт выполненного картографирования поверхности Марса, Венеры и Луны с более высоким пространственным разрешением, чем подводная топография Земли [12].

Результаты (Results)

Метод сплайн-функций оптимальным образом интерполирует гридированные данные, подлежащие привязке к сетке узловых значений в реализации стратегии синтеза навигационной изоповерхности. Конфигурирование цифровой батиметрической модели является разновидностью практического проявления концепции навигационной изоповерхности как перспективного *принципа автоматизированного картографирования*. В процессе математической обработки гридированных данных сохраняются позиции всех сеточных точек в их точных контурных координатах, что с точки зрения геометрической реализации формирует кусочно-линейную поверхность как графическую систему изобат. Концепция *навигационной изоповерхности* может обеспечить точное статистическое представление морского дна с требуемыми морфологическими свойствами.

Подход к проблеме генерации картографированного эталона информативности батиметрических контуров из результатов гидрографических промеров в парадигме навигационной изоповерхности эффективным образом реализуется на основе метода сплайн-интерполяции геопространственных данных для обоснованного картографического обобщения при создании перспективных электронных картографических продуктов [20]. Сплайн-функции оптимально адаптируются к гидрографическим данным с реализацией параллельной возможности выявления наличия локальных батиметрических феноменов топографии морского дна [21]. Экспериментальные исследования выявляют факт успешного применения в практических приложениях сплайнов непрерывной кривизны при интеграции гридированных данных [22]. Подход к картированию морского дна с позиций кусочных интерполяций позволяет обеспечить точность реконструкции подводного ландшафта с учетом микроформ рельефа за счет эффективного имитирования пластичности геопространственной топографии.

Облако характеристических точек батиметрических измерений может быть точно воспроизведено в графике путем визуализации интерполированных значений на основе тензорного B -сплайнного произведения [23]. Поскольку B -сплайны практически могут иметь вариативность полиномиальной степени, гидрографический растр может быть альтернативно интерполирован или аппроксимирован. Если растр представляет собой сложную геометрическую форму, то аппроксимация может дать хорошие результаты в ситуации использования бикубического сплайна.

Основное преимущество B -сплайнов заключается в алгоритмическом свойстве локальности. Акцентирование внимания на приближение навигационных функций с позиций локальной интерполяции организует вычислительное преимущество в отсутствии необходимости решения больших систем алгебраических уравнений с существенными вычислительными затратами [24]. При этом из онтологии кубического сплайна сохраняется условие успешности дифференцирования до непрерывности второй производной с обеспечением максимально возможной «гладкости» в данном случае, что, безусловно, влияет на формирование «плавности» сплайн-функций, находящихся в зависимости от значений их вторых производных. Поэтому наибольшее применение во многих практических приложениях получили кубические сплайн-конструкции ввиду возможности создания реалистичности изоповерхностной модели при обоснованной вычислительной устойчивости расчетных алгоритмов.

Кусочные полиномы третьей степени оптимальным образом нивелируют искажения визуализации рельефа дна за счет подавления проявления такого негативного феномена компьютерной графики как «лестничный эффект» [18]. Кубический сплайн позволяет получить компромиссное решение в представлении базы гидрографических цифровых данных в виде визуализированной трехмерной компьютерной модели на основе реализации возможности выявления неформализованного признака между навигационными параметрами и синтезированным на их матричной основе объемного геометрического образа. Графическое «гладкое» воспроизведение каждой изолинии навигационной изоповерхности на базе кубического сплайна символизирует оптимальную алгоритмическую возможность вычисления мгновенного значения навигационной функции в каждой точке синтезированной линии с последующей эффективной пиксельной визуализацией битовой карты матрицы изолинии как частного случая навигационной изоповерхности.

При эффективном использовании феномена локальности геометрические детали навигационной изоповерхности можно уточнить эпизодически, без увеличения объема измерительных данных

в глобальном масштабе. В отличие от классических интерполяционных методов, в сплайновых композициях объемы данных не увеличиваются кардинально с увеличением разрешения визуализации. Локально уточненные кубические *B*-сплайны обеспечивают компактное представление разнообразных геометрических форм и, таким образом, хорошо подходят для моделирования топографии рельефа дна со сложными морфологическими свойствами.

Важным свойством локальной аппроксимации является *эффект математического сглаживания*, т. е. финитный сплайн способен «подавить» шумовые всплесковые осцилляции погрешностей измерения гидрографических данных. Таким образом, главное достоинство локальных сплайнов заключается в математической толерантности: для их конструирования нет необходимости в решении алгебраических систем большой размерности, их коэффициенты вычисляются по простым формулам. В силу этого при синтезировании навигационной изоповерхности экстремальным свойствам локальной аппроксимации следует отдать предпочтение в случае недостоверности дискретных измерительных данных. При этом исходная информация подвергается сглаживанию, что может являться решающим фактором в случае, когда в измерениях навигационных параметров присутствует всплесковая хаотичная погрешность.

Вследствие реализации гибридной *B*-сплайновой интерполяции с параллельной возможностью визуализации на электронных носителях навигационной изоповерхности создается прецедент эффективного создания и последующего использования трехмерных электронных карт для повышения потенциала безопасности судовождения за счет воспроизведения точных морфологических свойств морского дна [25]. Карты 3D-формата расширяют горизонт ситуационного восприятия вахтенным помощником навигации как процесса в сложных обстоятельствах плавания с применением элементов виртуальной реальности в практике судовождения для возможности повышения точности контроля за местоположением за счет эффективности визуального ориентирования.

Под эгидой гидрографического института Италии был проведен эксперимент по съемке и обработке батиметрических данных для исследования эффективности применения методов интерполяции с целью точного моделирования морского дна [26]. Национальный генуэзский институт проводит регулярные обследования итальянских побережий и морей и публикует официальную навигационную документацию. Специальная батиметрическая съемка была выполнена в Тирренском море в районе итальянского о-ва Джильо Тосканского архипелага. Гидрографические исследования проводились у восточного побережья о-ва Джильо на акватории, обозначенной прямоугольником на рис. 1.

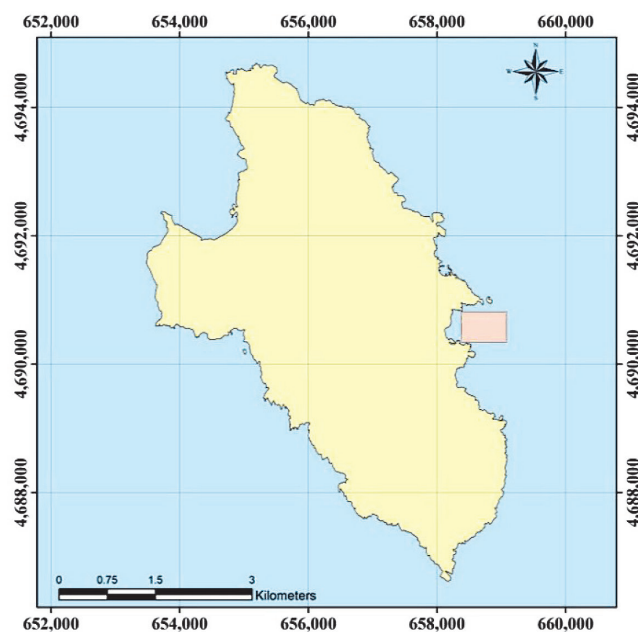


Рис. 1. Район гидрографических исследований у восточного побережья о-ва Джильо

Исследуемая в батиметрическом отношении площадь, обозначенная на рис. 1 прямоугольником, составляет около 0,34 км² (714 м длина и 478 м ширина). В результате использования технологии измерений однолучевого эхолота получены 883 реперные точки глубины в качестве базового набора данных, приведенных на рис. 2.

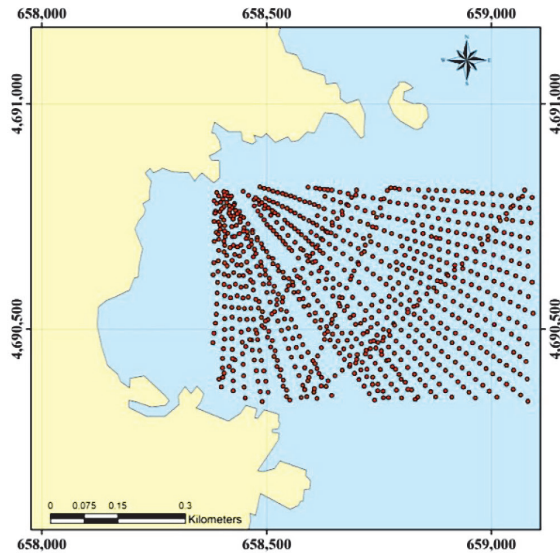


Рис. 2. Исследовательская база экспериментальных промеров глубин

Экспериментальная база измерительных данных подлежит дальнейшей трансформации в гридированный сеточный массив. Под процессом гридирования понимается комбинация выборки экспериментальных данных, интерполяции или экстраполяции в двух координатных измерениях. Гридированные данные интерпретируются в электронной картографии как данные промеров глубин с формализованным структурированным представлением двумерной сетки зафиксированных результатов измерений для визуализации навигационной изоповерхности в трехмерном пространстве [18]. Координатный набор узлов выполняет роль математической основы для синтезирования поверхности морского дна с целью трехмерного восстановления подводного ландшафта в ЭКНИС. Ориентированность на использование так называемых *гридированных данных* для составления цифровых батиметрических моделей позволяет выявить в трехмерной перспективе точные морфологические детали рельефа морского дна.

Плоскостная контурная карта, построенная по результатам обработки гридированных данных, представлена на рис. 3.

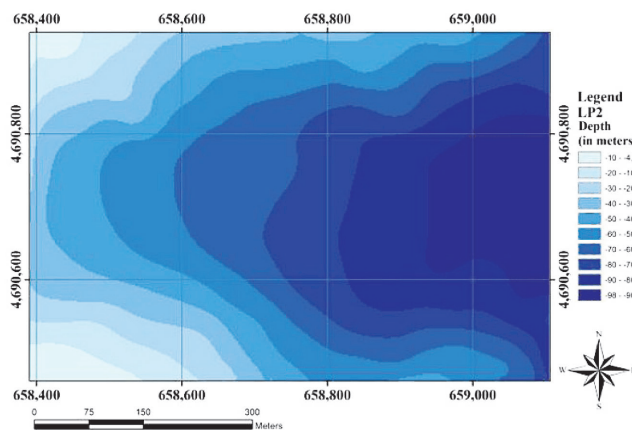


Рис. 3. Изолинейная батиметрическая карта исследуемого района Тирренского моря

При внимательном изучении рис. 3 можно установить, что топография морского дна по форме напоминает чашу, глубина которой увеличивается по мере удаления от береговой линии. Самая мелкая область имеет минимальную глубину 4,5 м и находится действительно близко к побережью, в то время как самая глубокая точка соответствует глубине 98 м.

На основе технологии сплайн-функций восстановлена трехмерная перспектива изолинейной батиметрической модели исследованной акватории Тирренского моря. Математическое синтезирование изоповерхности подводной топографии восточного побережья о-ва Джильо реализовано на основе апробированной гибридной сплайновой модели при использовании измерительных батиметрических данных [27]. В качестве сеточной основы для реализации сплайновой технологии использовалась матрица размером 9×15 , в соответствии с оцифровкой географической системы координат, при общем количестве 135 измерительных фиксаций глубины в метрах, снятых с рис. 3. По широте были задействованы девять узловых точек, по долготе — 15 точек. С целью достижения реалистичности изображения вводились дополнительные узловые точки на основе принципа деления первоначальных сеточных сегментов пополам.

На рис. 4 показан скриншот графического результата работы пакета прикладных программ по синтезированию топографии морского дна с использованием методов сплайн-функций.

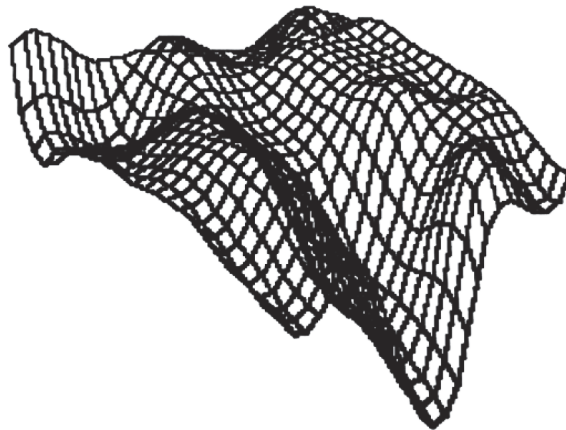


Рис. 4. Трехмерная визуализация сплайнового картографирования топографии дна морской акватории восточной части о-ва Джильо

С математической точки зрения рис. 4 является трехмерной визуализацией контурной карты батиметрической информации, представленной на рис. 3. При сопоставлении рис. 3 и 4 определяется информационная идентичность географического объекта при его различном математическом представлении в 2D- и 3D-форматах. Так, например, при внимательном рассмотрении рис. 4 прослеживается глубоководный желоб в средней части трехмерной перспективы, представленный на рис. 3 в виде контурной глубоководной чаши.

Обсуждение (Discussion)

Точность навигационных обсерваций корреляционно-экстремальным методом зависит от величины градиента геофизического поля Земли [1]. Вследствие этого применение градиента в комбинации с реализацией сплайновых интерполирующих функций для синтезирования оптимальной цифровой модели гридированных данных приобретает решающее значение. Представляется важным оценивать не только модуль вектора градиента, но и его мгновенное ориентирование для эффективного конфигурирования фактического *веера градиентов* при аппроксимации навигационной изолинии каждым кусочным функционалом [28]. Предлагается в конкретной аппроксимации осуществлять построение мгновенного вектора градиента вместо линии положения к ее сплайновой аналогии, заменяющей оригинальную изолинию многозвенником из сопряженных с допустимым

дефектом сплайновых прямолинейных сегментов. В классическом понимании максимальное изменение навигационной функции принято характеризовать понятием *обобщенного вектора градиента*, направленного в сторону возрастания навигационной функции по нормали к линии положения, заменяющей всю изолинию в районе счислимой точки. Теоретическим основанием является тот факт, что чем ближе расположены смежные изолинии друг к другу, тем быстрее меняется навигационная функция. При этом линия положения рассматривается как результат разложения уравнения изолинии в ряд Тейлора с удержанием только линейных элементов, которые отождествляются с так называемой *математической операцией линеаризации навигационной изолинии*. В многочисленных научных публикациях обычно встречается условное утверждение о единственности вектора градиента на всю конфигурацию навигационной изолинии, и в поясняющих иллюстрациях данная ситуация по умолчанию находит свое аналогичное отображение.

При постановке задачи генерирования изолиний сплайн-функциями автоматически появляется теоретическая допустимость феномена существования *веера градиентов*, каждый из которых организован по каноническому правилу математических основ судовождения, но с персональной ортогональной ориентировкой на каждом отрезке кусочной ломаной линии в результирующей процедуре аппроксимации изолинии на всей области определения навигационной функции. При теоретической допустимости многовариантности векторного ориентирования градиентов вводится отдельное понятие сплайн-градиента как расширенное понимание классического вектора градиента с единственным отличием в построении по нормали к сплайновому фрагменту, аппроксимирующему изолинию в данной окрестности, а не к условной касательной линии или хорде.

В стандартной интерпретации математических основ судовождения используются два варианта спрямления изолиний. Первый вариант выполняется при помощи проведения касательной к изолинии в окрестности счислимого места судна. Второй вариант спрямления изолинии посредством секущей хорды, проходящей через две близлежащие точки изолинии в непосредственной близости от предполагаемого местоположения, создает теоретическую предпосылку для использования ситуации аппроксимации навигационной изолинии сплайном первой степени. Предлагается интерпретировать линейный сплайн как аналог линии положения. При этом если линия положения геометрически проводится как касательная к изолинии в районе счислимой точки или как секущая хорда, то сплайновая ломаная линия синтезируется автоматически из задания условий аппроксимации навигационной изолинии. Линейная сплайн-аппроксимация при этом понимается двояко: сплайн ассоциируется как с линией положения, так и с фрагментом восстановленной навигационной изолинии одновременно. Под абстрактными прямыми линиями в навигации понимаются традиционные линии положения [29].

Первоочередность открытия линии положения, выполненного опытным путем на борту парусного судна «Кабот» в проливе Святого Георга 17 декабря 1837 г., принадлежит Томасу Хаббарду Сомнеру. Суть открытия заключалась в том, что местоположения, вычисленные по одной и той же высоте Солнца, но с разными значениями географической широты фактически оказались на одной прямой линии. В непогожий день Сомнеру удалось измерить высоту Солнца, и он использовал ее для расчета долготы по счислимой широте. Так как результат не удовлетворил капитана, было выполнено повторное вычисление долготы с другой широтой, а затем с третьей. Сомнер обнаружил, что все три полученные обсервации находятся на карте в меркаторской проекции на одной прямой линии, и первая высотная линия положения прошла через маяк Смоль, определенной им как подходная точка в плавании из Чарльстона в Гринок. Современники назвали открытие *случайным*, но публикация в 1843 г. статьи Т. Х. Сомнера «Новый и точный способ определять место судна в море по проекции на Меркаторской карте» свидетельствует о точном историческом понимании автором появления нового навигационного метода, ставшего популярным в мореплавании с последующим возникновением нового оригинального термина «сомнерова линия», впоследствии трансформированного в термин «линия положения». Изобретение,

сделанное Сомнером в штурманской рубке во время шторма, свидетельствует о том, что даже одна линия положения, проложенная на морской карте, может служить ценным источником информации для мореплавателя мореплавателю в ситуации невозможности определить место судна на основе пересечения по крайней мере двух линий положения.

Главный акцент при традиционной разработке метода линий положения делался на его приспособленность к графическим построениям на карте меркаторской проекции. Для этого уравнения линий положения приводились к нормальному виду путем поэлементного деления на модули градиентов, что позволяло единообразно изображать линии положения при любой их математической формализации. В эпоху развития вычислительной техники актуальность стилизованного удобства бумажной чертежной графики существенно минимизируется. Появляется реальная возможность оперативно выполнять профессиональную геометрическую визуализацию на экране бортового компьютера или решать задачу сугубо аналитически с получением результата в цифровом варианте. При этом всевозможные аффилированные теоретические допущения перестают играть существенную роль.

На основе сплайнового подхода возникает фактическая возможность оперирования *веером градиентов* в современных аспектах обработки навигационной информации, что позволяет предположить практическую реалистичность перспективного метода в рамках сплайновой концепции. В соответствии с поиском альтернативной точки зрения по вопросам современного понимания проблем обработки навигационной информации автором работы выдвинута гипотеза о допустимости факта изменения ориентации вектора градиента в каждой точке навигационной изолинии при условии сохранения значения модуля градиента. В развитие допустимого предположения реализации *веера градиентов* определяется исключительная применимость методов сплайн-функций для новой трактовки понятия *градиента* и формирования принципов практического применения нового термина в обработке навигационной информации. С введением понятия *веера градиентов* задачи синтеза навигационных изолиний могут быть эффективно решены на единообразной методологической основе теории приближения функций. Идея практического применения *веера градиентов* оптимально реализуется в рамках общей идеи создания многофункционального программного обеспечения для их универсального использования в бортовых компьютерах перспективных автоматизированных навигационных комплексов.

Практическая реализация сплайн-градиента позволяет оперативно решать такие важнейшие задачи судовождения, как уточненное определение места судна и априорная оценка его точности. Градиент — это векторная характеристика сплайна как аппроксиматора навигационной изолинии, инвариантного преобразования координатных систем при переходе от локальных прямоугольных координат к географической широте и долготе. Сплайн-градиент также является векторной величиной, определяющей направление максимально быстрого роста аппроксимированного навигационного параметра и численно равной первой производной восстановленного параметра по этому направлению. Сплайн-градиент можно оценивать как предикат, определяющий фактическую точность местоположения по тенденции изменения параметра навигационных измерений [30]. Поэтому при анализе архитектуры *веера сплайн-градиентов* необходимо теоретически учитывать факт влияния каждого вектора градиента на погрешности измерений навигационного параметра. Для уменьшения погрешности местоопределения подвижного объекта необходимо стремиться к тенденции геометрического расширения *веера сплайн-градиентов* как объемной точностной характеристики изометрии поля навигационных параметров. Представляется целесообразным в вопросах обработки навигационной информации апробировать практическое применение расширенного спектра сплайн-градиентов навигационной функции.

Фактическая реализация градиентного подхода может быть различной и вектор градиента может быть задействован в алгоритме в неявном виде, но его аналоговая интерпретация применяется на традиционной основе в алгоритмической процедуре. Примером неявного использования вектора градиента может служить так называемый *метод градиентной заливки* как ускоренный способ обозначения судходного фарватера для картографирования внутренних водных путей [13].

Тенденция изменения насыщенности цветовой палитры морской акватории электронной карты в виде градиентной заливки служит в математическом представлении аналогом вектора градиента, указывающего на изменение батиметрической обстановки в соответствии с его направлением. Градиент условно фиксирует обозначение не только опорных значений батиметрии, но и интерполированных глубин в диапазоне между узловыми точками. Градиентная заливка позволяет судоводителю экстренно оценить рельеф дна по интенсивности цветовой гаммы с минимальными временными требованиями на ориентирование, что существенно повышает безопасность судовождения при следовании судна фарватером, позволяя в условиях дефицита времени принимать верное управленческое решение по маневрированию судна.

Выводы (Summary)

Проведенное исследование применения сплайновых интерполирующих функций в парадигме универсального стандарта обмена цифровыми гидрографическими данными позволяет сделать следующие выводы:

1. Выполнен аналитический обзор арсенала возможностей по интерполирующим функциям стандарта S-100 с прерогативой сравнения точности применяемых интерполяций.
2. Рассмотрен вопрос применения методов сплайн-функций в рамках реализации концепции моделирования навигационной изоповерхности.
3. Реализована математическая адаптация алгоритма двумерной *B*-сплайновой аппроксимации для реплицирования сплайновой цифровой модели детального профиля подводного рельефа с требуемыми морфологическими свойствами.
4. Математически подтверждена возможность совместимости организации сплайнового алгоритма с реализацией концепции формирования гридированных данных.
5. Апробировано трехмерное компьютерное визуализированное представление конкретной топографии морского дна по координатам и интерполированным глубинам на основе бикубических финитных сплайнов.
6. Разработан пакет прикладных паскаль-программ применительно к задаче компьютерной визуализации батиметрического ландшафта при условии использования базисных сплайновых интерполирующих функций.
7. Выполнено теоретическое обоснование использования в обработке навигационной информации понятия сплайн-градиента в рамках гипотезы применимости постулата веера градиентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Peshekhonov V. G.* High-Precision Navigation Independently of Global Navigation Satellite Systems Data / *V. G. Peshekhonov* // *Gyroscopy and Navigation*. — 2022. — Vol. 13. — Is. 1. — Pp. 1–6. DOI: 10.1134/S2075108722010059.
2. *Ююкин И. В.* Корреляционно-экстремальная навигация по геофизическим полям на основе использования сплайновой технологии / *И. В. Ююкин* // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2021. — Т. 13. — № 4. — С. 505–517. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517.
3. *Ююкин И. В.* Навигационное использование e-Logan в модификации с методом сплайн-функций / *И. В. Ююкин* // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2020. — Т. 12. — № 4. — С. 703–715. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-4-703-715.
4. *Dynaevskaya K. V.* Study of a Method for Calculating the Current Accuracy in Map-Aided Navigation Problem / *K. V. Dynaevskaya, L. V. Kiselev, V. B. Kostousov* // *Gyroscopy and Navigation*. — 2021. — Vol. 12. — Is. 1. — Pp. 50–60. DOI: 10.1134/S2075108721010041.
5. *Ююкин И. В.* Перспективная магнитная навигация с использованием метода сплайн-функций для оптимального формирования эталона картографирования / *И. В. Ююкин* // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2022. — Т. 14. — № 4. — С. 519–534. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-4-519-534.

6. *Canciani A. J.* Magnetic Navigation on an F-16 Aircraft Using Online Calibration / A. J. Canciani // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System. — 2022. — Vol. 58. — Is. 1. — Pp. 420–434. DOI: 10.1109/TAES.2021.3101567.

7. *Ююкин И. В.* Кибернетическая безопасность альтернативной автономной навигации с позиций сплайновой технологии / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 3. — С. 346–364. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-3-346-364.

8. *Stepanov O. A.* Map-Aided Navigation Algorithms Taking into Account the Variability of Position Errors of the Corrected Navigation System / O. A. Stepanov, V. A. Vasiliev, A. B. Toropov // 2022 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). — IEEE, 2022. — Pp. 1–5. DOI: 10.23919/ICINS51784.2022.9815351.

9. *Ююкин И. В.* Оптимизация моделирования навигационной изоповерхности методами базисных финитных сплайнов / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 2. — С. 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.

10. *Blindheim S.* Electronic Navigational Charts for Visualization Simulation, and Autonomous Ship Control / S. Blindheim, T. A. Johansen // IEEE Access. — 2021. — Vol. 10. — Pp. 3716–3737. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3139767.

11. S-100 — Universal Hydrographic Data Model. Edition 4.0.0. — Monaco: IHO, 2018. — 754 p.

12. *Amante C. J.* Accuracy of Interpolated Bathymetry in Digital Elevation Models / C. J. Amante, B. W. Eakins // Journal of Coastal Research. — 2016. — No. 76. — Pp. 123–133. DOI: 10.2112/SI76-011.

13. *Karetnikov V. V.* Gradient fill fairway plotting method for mapping inland waterways / V. V. Karetnikov, A. A. Butsanets, A. I. Zaytsev, E. A. Ratner // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. — IOP Publishing, 2021. — Vol. 867. — No. 1. — Pp. 012011. DOI: 10.1088/1755-1315/867/1/012011.

14. *Amante C. J.* Estimating Coastal Digital Elevation Model Uncertainty / C. J. Amante // Journal of Coastal Research. — 2018. — Vol. 34. — Is. 6. — Pp. 1382–1397. DOI: 10.2112/JCOASTRES-D-17-00211.1.

15. *Ююкин И. В.* Аппроксимация геоида методами сплайн-функций / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 2. — С. 262–271. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-262-271.

16. *Ююкин И. В.* Сплайновая альтернатива множественности использования референц-эллипсоидов в судовождении / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 6. — С. 804–818. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-6-804-818.

17. *Lubczonek J.* Methodology for Developing a Combined Bathymetric and Topographic Surface Model Using Interpolation and Geodata Reduction Techniques / J. Lubczonek, M. Włodarczyk-Sielicka, M. Lacka, C. Zaniewicz // Remote Sensing. — 2021. — Vol. 13. — Is. 21. — Pp. 4427. DOI: 10.3390/rs13214427.

18. *Ююкин И. В.* Сплайновая модель оперирования гридированными данными как принцип электронного картографирования топографии морского дна / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 5. — С. 656–675. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-656-675.

19. *Glang G.* NOAA Harnesses Digital Technology to Improve Navigational Intelligence / G. Glang, S. Smith, D. Forsythe // Marine Technology Society Journal. — 2015. — Vol. 49. — Is. 2. — Pp. 159–166. DOI: 10.4031/MTSJ.49.2.4.

20. *Ююкин И. В.* Сплайновое синтезирование картографированного эталона информативности поля в задаче корреляционно-экстремальной навигации / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 1. — С. 25–39. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-1-25-39.

21. *Louisor J.* Coastal Flood Modeling to Explore Adaptive Coastal Management Scenarios and Land-Use Changes Under Sea Level Rise / J. Louisor, O. Brivois, P. Moullan, A. Maspataud, P. Belz, J.-M. Laloue // Frontiers in Marine Science. — 2022. — Vol. 9. — Pp. 710086. DOI: 10.3389/fmars.2022.710086.

22. *Dewi R. S.* The application of satellite derived bathymetry for coastline mapping / R. S. Dewi, I. Sofian, Suprajaka // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. — IOP Publishing, 2022. — Vol. 950. — Pp. 012088. DOI: 10.1088/1755-1315/950/1/012088.

23. *Dokken T.* Locally Refined Splines Representation for Geospatial big Data / T. Dokken, V. Skytt, O. Barrowclough // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Science. — ISPRS, 2015. — Vol. XL-3/W3. — Pp. 565–570. DOI: 10.5194/isprsarchives-XL-3-W3-565-2015.

24. Ююкин И. В. Интерполяция навигационной функции сплайном лагранжева типа / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 1. — С. 57–70. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-57-70.
25. Ююкин И. В. Применение метода сплайн-функций при компьютерной визуализации подводного рельефа / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 1. — С. 64–79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.
26. Alcaras E. Interpolating single-beam data for sea bottom GIS modeling / E. Alcaras, L. Carnevale, C. Parente // International Journal of Emerging Trends in Engineering Research. — 2020. — Vol. 8. — № 2. — Pp. 591–597. DOI: 10.30534/ijeter/2020/50822020.
27. Ююкин И. В. Поиск ошибок в базе навигационных данных методом визуализации сплайновой изоповерхности / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 3. — С. 481–491. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-3-481-491.
28. Yuyukin I. V. Configuring the fan of spline gradients when approximating the navigational isoline with a linear piecewise functional / I. V. Yuyukin // Journal of Physics: Conference Series. — IOP Publishing, 2021. — Vol. 2032. — № 1. — Pp. 012054. DOI: 10.1088/1742-6596/2032/1/012054.
29. Kaplan G. H. Fix Probabilities from LOP Geometry / G. H. Kaplan // The Journal of Navigation. — 2020. — Vol. 73. — Is. 3. — Pp. 697–709. DOI: 10.1017/S0373463319000912.
30. Ююкин И. В. Оптимальная сплайн-траектория информативного маршрута судна в корреляционно-экстремальной навигации / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 2. — С. 230–247. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-2-230-247.

REFERENCES

1. Peshekhonov, V.G. “High-Precision Navigation Independently of Global Navigation Satellite Systems Data.” *Gyroskopy and Navigation* 13.1 (2022): 1–6. DOI: 10.1134/S2075108722010059.
2. Yuyukin, Igor V. “Correlation-extreme navigation through geophysical fields based on the use of spline technology.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.4 (2021): 505–517. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517.
3. Yuyukin, Igor V. “Navigational use of e-Loran in modification with spline functions method.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.4 (2020): 703–715. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-4-703-715.
4. Dynaevskaya, Kristina V., Lev V. Kiselev, and Victor B. Kostousov. “Study of a Method for Calculating the Current Accuracy in Map-Aided Navigation Problem.” *Gyroskopy and Navigation* 12.1 (2021): 50–60. DOI: 10.1134/S2075108721010041.
5. Yuyukin, Igor V. “Perspective magnetic navigation with using the method of spline functions for optimal formation of the map-aided standard.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.4 (2022): 519–534. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-4-519-534.
6. Canciani, Aaron J. “Magnetic Navigation on an F-16 Aircraft Using Online Calibration.” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System* 58.1 (2022): 420–434. DOI: 10.1109/TAES.2021.3101567.
7. Yuyukin, Igor V. “Cybernetic security of alternative offline navigation from the standpoint of spline technology.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.3 (2022): 346–364. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-3-346-364.
8. Stepanov, O. A., V. A. Vasiliev, and A. B. Toropov. “Map-Aided Navigation Algorithms Taking into Account the Variability of Position Errors of the Corrected Navigation System.” *2022 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*. IEEE, 2022. DOI: 10.23919/ICINS51784.2022.9815351.
9. Yuyukin, Igor V. “Optimization of navigational isosurface simulation by the methods of basic finite splines.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.2 (2019): 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.
10. Blindheim, Simon, and Tor Arne Johansen. “Electronic Navigational Charts for Visualization Simulation, and Autonomous Ship Control.” *IEEE Access* 10 (2021): 3716–3737. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3139767.
11. *S-100 — Universal Hydrographic Data Model*. Edition 4.0.0. Monaco: IHO, 2018.

12. Amante, Christopher J., and Barry W. Eakins. "Accuracy of Interpolated Bathymetry in Digital Elevation Models." *Journal of Coastal Research* 76 (2016): 123–133. DOI: 10.2112/SI76-011.
13. Karetnikov, V. V., A. A. Butsanets, A. I. Zaytsev, and E. A. Ratner. "Gradient fill fairway plotting method for mapping inland waterways." *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. Vol. 867. No. 1. IOP Publishing, 2021. DOI: 10.1088/1755-1315/867/1/012011.
14. Amante, Christopher J. "Estimating Coastal Digital Elevation Model Uncertainty." *Journal of Coastal Research* 34.6 (2018): 1382–1397. DOI: 10.2112/JCOASTRES-D-17-00211.1.
15. Yuyukin, Igor V. "Geoid approximation by methods of spline functions." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.2 (2020): 262–271. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-262-271.
16. Yuyukin, Igor V. "Spline alternative to the multiplicity of using reference ellipsoids in navigation." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.6 (2021): 804–818. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-6-804-818.
17. Lubczonek, Jacek, Marta Włodarczyk-Sielicka, Malgorzata Lacka, and Crzegorz Zaniewicz. "Methodology for Developing a Combined Bathymetric and Topographic Surface Model Using Interpolation and Geodata Reduction Techniques." *Remote Sensing* 13.21 (2021): 4427. DOI: 10.3390/rs13214427.
18. Yuyukin, Igor V. "Spline model of gridded data operation as a principle of electronic mapping seabed topography." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.5 (2022): 656–675. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-656-675.
19. Glang, Gerd, Shepard Smith, and Dawn Forsythe. "NOAA Harnesses Digital Technology to Improve Navigational Intelligence." *Marine Technology Society Journal* 49.2 (2015): 159–166. DOI: 10.4031/MTSJ.49.2.4.
20. Yuyukin, Igor V. "Spline synthesis of the charted reference of the field informativity in mission correlation-extreme navigation." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.1 (2022): 25–39. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-1-25-39.
21. Louisor, Jessie, Olivier Brivois, Paloma Mouillan, Aurelie Maspataud, Patrice Belz, and Jean-Michel Laloue. "Coastal Flood Modeling to Explore Adaptive Coastal Management Scenarios and Land-Use Changes Under Sea Level Rise." *Frontiers in Marine Science* 9 (2022): 710086. DOI: 10.3389/fmars.2022.710086.
22. Dewi, Ratna, Ibnu Sofian, and Suprajaka. "The application of satellite derived bathymetry for coastline mapping." *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. Vol. 950. IOP Publishing, 2022. DOI: 10.1088/1755-1315/950/1/012088.
23. Dokken, Tor, Vibeke Skytt, and Oliver Barrowclough. "Locally Refined Splines Representation for Geospatial big Data." *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Science*. Vol. XL-3/W3. ISPRS, 2015. 565–570. DOI: 10.5194/isprsarchives-XL-3-W3-565-2015.
24. Yuyukin, Igor V. "Interpolation of navigational function by lagrange type spline." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.1 (2020): 57–70. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-57-70.
25. Yuyukin, Igor V. "Application of the spline-functions method in computer visualization of underwater relief." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.1 (2021): 64–79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.
26. Alcaras, Emanuele, Luigi Carnevale, and Claudio Parente. "Interpolating single-beam data for sea bottom GIS modeling." *International Journal of Emerging Trends in Engineering Research* 8.2 (2020): 591–597. DOI: 10.30534/ijeter/2020/50822020.
27. Yuyukin, Igor V. "Search for errors in the base of navigation data by the method of spline isosurface visualization." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.3 (2020): 481–491. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-3-481-491.
28. Yuyukin, I.V. "Configuring the fan of spline gradients when approximating the navigational isoline with a linear piecewise functional." *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 2032. No. 1. IOP Publishing, 2021. DOI: 10.1088/1742-6596/2032/1/012054.
29. Kaplan, George H. "Fix Probabilities from LOP Geometry." *The Journal of Navigation* 73.3 (2020): 697–709. DOI: 10.1017/S0373463319000912.
30. Yuyukin, Igor V. "Optimal spline trajectory of the ship informative route in the map-aided navigation." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.2 (2022): 230–247. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-2-230-247.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Ююкин Игорь Викторович —
кандидат технических наук, доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: enigma_777@mail.ru, kaf_nav@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Yuyukin, Igor V. —
PhD, associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: enigma_777@mail.ru, kaf_nav@gumrf.ru

*Статья поступила в редакцию 11 октября 2022 г.
Received: October 11, 2022.*