

СУДОСТРОЕНИЕ И СУДОРЕМОНТ

DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-748-758

PROPELLER SHAFTING DYNAMICS UNDER IMPULSE ACTION

S. N. Tsarenko¹, G. M. Ulitin², S. Yu. Trudnev¹

¹ — Kamchatka State Technical University,
Petropavlovsk-Kamchatsky, Russian Federation

² — Donetsk National Technical University, Donetsk, Russian Federation

Propeller shafts and countershafts are bent quite often on sea and river vessels. The cause of the curvature is a strong load on this node of the ship's power plant. In addition to bending, the shafting experiences longitudinal and transverse loads with a dynamic and static component. A large number of scientific papers have been devoted to the study of the dynamics of the propeller and shafting. However, the problem has not been completely solved, and the increase in damages during the shafting operation and its intensive wear only confirm the relevance of further research in this direction. The aim of the work is to determine the dynamic forces in the shafting, which occur during impulse action due to the propeller impact on the ice. A model of a two-stage elastic rod with inert disks at the ends is presented in the paper. It allows considering different situations of dynamic impact on the shafting and propeller. The following design features such as different stiffness of the shaft sections, different speed of elastic waves of deformation (different densities and modules of elasticity on the shaft sections), reduced inertial load from the moving parts of the drive, can be taken into account in the model. It is concluded that the frequency of the main form of oscillations mainly depends on the inertial loads concentrated at the ends and the shaft rigidity. The proposed simplified model of the inertialess shaft makes it possible to determine the angles of rotation of the shaft sections with sufficient accuracy. For different sections of the stepped shaft, the dynamic torque coefficient can differ significantly.

Keywords: shafting, mathematical model, dynamic forces, torsional oscillations, natural frequency, Fourier method.

For citation:

Tsarenko, Sergey N., Gennadiy M. Ulitin, and Sergei Yu. Trudnev. "Propeller shafting dynamics under impulse action." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.5 (2022): 748–758. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-748-758.

УДК: 539.3/.6:629.1

ДИНАМИКА ВАЛОПРОВОДА ГРЕБНОГО ВИНТА ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

С. Н. Царенко¹, Г. М. Улитин², С. Ю. Труднев¹

¹ — Камчатский государственный технический университет,
Петропавловск-Камчатский, Российская Федерация

² — Донецкий национальный технический университет, Донецк, Российская Федерация

Темой исследования является изучение проблемы динамики гребного и промежуточного валов на морских и речных судах. Отмечается, что основной причиной аварийных ситуаций, связанных с работой валопровода гребного винта, является сильная нагрузка на этот узел судовой энергетической установки. Кроме кручения валопровод испытывает продольную и поперечную нагрузку с динамической и статической составляющими. Исследованию динамики гребного винта и валопровода посвящено большое количество научных работ, однако полностью эта проблема не решена, а увеличение повреждений во время эксплуатации валопровода и его интенсивный износ лишь подтверждают актуальность исследований в данном направлении. Целью работы является определение динамических усилий в валопроводе, которые возникают при импульсном воздействии за счет удара гребного винта о лед. В работе представлена модель двухступенчатого упругого стержня с инертными дисками на торцах, которая позволяет рассматривать различные ситуации динамического воздействия на валопровод и гребной винт. В модели могут быть учтены такие конструктивные особенности, как различная жесткость участков вала, разная скорость упругих волн

деформаций (разные плотности и модули упругости на участках вала), приведенная инерционная нагрузка со стороны подвижных частей привода. Исследовано влияние конструктивных параметров механической системы на частоту главной формы колебаний. Сравнение результатов расчетов по предложенной модели с моделью безынерционного ступенчатого вала показало, что упрощенная модель позволяет с достаточной точностью определять углы поворота сечений вала, при этом крутящие моменты имеют существенное различие. Установлено, что для различных сечений ступенчатого вала динамический коэффициент по крутящим моментам может значительно отличаться.

Ключевые слова: валопровод, математическая модель, динамические усилия, крутильные колебания, собственная частота, метод Фурье.

Для цитирования:

Царенко С. Н. Динамика валопровода гребного винта при импульсном воздействии / С. Н. Царенко, Г. М. Улитин, С. Ю. Труднев // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 5. — С. 748–758. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-748-758.

Введение (Introduction)

Ресурс гребного и промежуточного валов достаточно высок, однако несмотря на это часто происходит их выход из строя, так как валопровод является наиболее нагруженным узлом судовых энергетических установок. Валопровод предназначен для передачи крутящего момента главного двигателя (ГД) непосредственно на гребной винт. Помимо кручения он испытывает продольную и поперечную нагрузку с динамической и статической составляющими [1]–[3]. Поскольку в основе классических методов сопротивления материалов находится решение задач на статическое воздействие, оно не вызывает больших трудностей, однако ввиду многообразия причин возникновения динамических нагрузок, существует сложность их учета [3].

Динамику подвижных узлов рассматривают изолированно, соединенной упруго [4], [5] или жестко [6]–[8] с корпусом судна, с возможным дополнительным учетом гироскопического эффекта при движении судна [7]. Общие требования к выполнению расчетов, предъявляемые к решению задач определения крутильных колебаний, отражены в требованиях Морского регистра РФ. Одним из наиболее часто используемых является *метод дискретизации*, в основе которого замена всех элементов и узлов валопровода системой инертных дисков, соединенных упруго [1]–[3], [8]. Такая модель расчета применима к типовым схемам, однако имеет следующие недостатки:

- точность определения динамических усилий зависит от уровня дискретизации модели;
- учитывая, что для расчета модели в основном используют численные методы, возникает проблема с верификацией полученных результатов расчета, особенно при появлении нелинейных членов в уравнениях.

Альтернативой метода дискретизации является замена валопровода системой с распределенными массами. Расчет такой системы сводится к решению дифференциального уравнения второго–четвертого порядка в частных производных, с использованием приближенных [9]–[11] или точных [12]–[14] методов расчета. Данный подход, успешно используемый для расчета колебаний валопровода при изгибах [15], при исследованиях динамики крутильных колебаний широкого распространения не получил.

В работах [2], [16] применяется модальный анализ в среде компьютерного моделирования на основе конечных элементов, который позволяет получить полный спектр частот собственных продольных, крутильных и изгибных колебаний. Однако выполнить качественную оценку расчета без обоснования выбора типа элемента, определения граничных условий, задания шага времени в динамических режимах достаточно проблематично.

Применяемые в настоящее время динамические расчеты не учитывают собственные колебания из-за быстрого затухания последних, ввиду воздействия множества диссипативных сил [1], за исключением резонансных явлений [6]. Тем не менее, исходя из теории строительных конструкций, динамический эффект, зависящий в том числе от собственных колебаний, при ударе или внезапном приложении нагрузки дает увеличение внутренних усилий минимум в 2 раза [17].

Во время промысла, при маневрировании судна или запуске дизельного двигателя, отмечается наличие высоких нагрузок на валопровод [1]. Исследованию динамики гребного винта и валопровода посвящено большое количество работ [1]–[9], в которых даны не только теоретические выкладки, но и проведены конкретные эксперименты. Тем не менее полностью проблема не решена, а увеличение повреждений во время эксплуатации валопровода и его интенсивного износа лишь подтверждают актуальность исследований в данном направлении.

Целью работы является определение динамических усилий в валопроводе, возникающих при импульсном воздействии за счет удара гребного винта о лед.

Методы и материалы (Methods and Materials)

В качестве расчетной схемы валопровода рассмотрим упругий стержень с двумя участками разной жесткости. На левом торце учитывается приведенная инерционная нагрузка со стороны подвижных элементов привода с моментом инерции I_0 , с правой стороны располагается гребной винт с моментом I_1 (рис. 1).

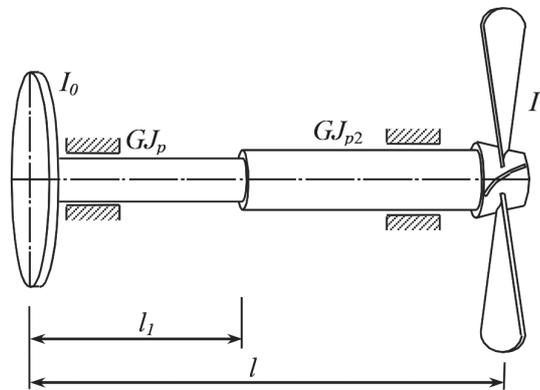


Рис. 1. Расчетная схема валопровода гребного винта

При определении импульсного воздействия активными и диссипативными силами можно пренебречь, так как их влияние в течение периода главной формы колебаний будет незначительным. Таким образом, будет решаться задача на собственные колебания. На каждом из участков вала уравнения для углов закручивания $\varphi(x, t)$ имеют вид:

$$GJ_{pi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \gamma J_{pi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0; \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где GJ_{pi} — жесткость участка вала; γJ_{pi} — момент инерции единичной длины вала.

В соответствии с расчетной схемой (см. рис. 1) уравнения (1) следует решать для граничных условий:

$$GJ_{p1} \varphi_1'(0, t) = I_0 \ddot{\varphi}_1(0, t); \quad GJ_{p2} \varphi_2'(l, t) = -I_1 \ddot{\varphi}_2(l, t), \quad (2)$$

учитывая условия состыковки участков:

$$\varphi_1(l_1, t) = \varphi_2(l_1, t); \quad GJ_1 \varphi_1'(l_1, t) = GJ_2 \varphi_2'(l_1, t). \quad (3)$$

В качестве начального условия рассмотрим случай, когда при ударе о лед произойдет мгновенное изменение скорости вращения гребного винта на величину $\Delta \dot{\theta}$. Тогда

$$\varphi_i(x, 0) = 0; \quad \dot{\varphi}_i(x, 0) = \begin{cases} \dot{\theta}_n, & 0 \leq x < l; \\ \dot{\theta}_n - \Delta \dot{\theta}, & x = l, \end{cases} \quad (4)$$

где $\dot{\theta}_n$ — номинальная угловая скорость.

Согласно методу Фурье, решение уравнений (1) будем искать в виде ряда произведения функций:

$$\varphi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(x) w_n(t). \quad (5)$$

Собственные функции Φ_n можно представить через начальные параметры [10], что позволяет удовлетворить первое граничное условие (2) и условия состыковки (3):

$$\begin{aligned} \Phi_n(z) &= \Phi_{n1}(z)e(\zeta - z) + \Phi_{n2}(z)(e(1 - z) - e(\zeta - z)) = \\ &= (\cos \lambda_n z - \xi_0 \lambda_n \sin \lambda_n z) e(\zeta - z) + \\ &+ \left((\cos \lambda_n \zeta - \xi_0 \lambda_n \sin \lambda_n \zeta) \cos(\lambda_n \eta(z - \zeta)) - \right. \\ &\left. - \frac{\alpha}{\eta} (\sin \lambda_n \zeta + \xi_0 \lambda_n \cos \lambda_n \zeta) \sin(\lambda_n \eta(z - \zeta)) \right) (e(1 - z) - e(\zeta - z)), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\lambda_n = \omega_n l / c$; ω_n — собственные частоты колебаний; $c = \sqrt{GJ_{p1} / \gamma J_{p1}}$ — скорость распространения крутильных волн на первом участке вала; $z = x / l$ — относительная продольная координата; $\xi_0 = I_0 / (\gamma J_{p1} l)$ — относительная инерционная нагрузка на левом торце вала; $e(z)$ — единичная функция; $\zeta = l_1 / l$ — относительная длина первого участка вала; $\eta = \sqrt{(GJ_{p2} \gamma J_{p1}) / (GJ_{p1} \gamma J_{p2})}$; $\alpha = GJ_{p1} / GJ_{p2}$.

Выражение для нахождения крутящих моментов для n -й формы колебаний можно представить в виде

$$\begin{aligned} M_n(z) &= \varphi_{0n} \frac{GJ_{p1}}{l} \Phi'_n(z) = \\ &= -\varphi_{0n} \frac{GJ_{p1}}{l} \lambda_n \left((\sin \lambda_n z + \xi_0 \lambda_n \cos \lambda_n z) e(\zeta - z) + \right. \\ &\left. + \frac{\eta}{\alpha} \left((\cos \lambda_n \zeta - \xi_0 \lambda_n \sin \lambda_n \zeta) \sin(\lambda_n \eta(z - \zeta)) + \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{\alpha}{\eta} (\sin \lambda_n \zeta + \xi_0 \lambda_n \cos \lambda_n \zeta) \cos(\lambda_n \eta(z - \zeta)) \right) (e(1 - z) - e(\zeta - z)) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь и в дальнейшем штрихом обозначена производная по z ; φ_{0n} — угол поворота левого торца вала n -й формы колебаний.

Из второго граничного условия (2) получим выражение для нахождения собственных значений:

$$\begin{aligned} &(\cos \lambda_n \zeta - \xi_0 \lambda_n \sin \lambda_n \zeta) \left(\sin(\lambda_n \eta(1 - \zeta)) + \xi_1 \lambda_n \frac{\alpha}{\eta} \cos(\lambda_n \eta(1 - \zeta)) \right) + \frac{\alpha}{\eta} (\sin \lambda_n \zeta + \xi_0 \lambda_n \cos \lambda_n \zeta) \times \\ &\times \left(\cos(\lambda_n \eta(1 - \zeta)) - \xi_1 \lambda_n \frac{\alpha}{\eta} \sin(\lambda_n \eta(1 - \zeta)) \right) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\xi_1 = I_1 / (\gamma J_{p1} l)$ — относительная инерционная нагрузка на правом торце вала.

Если пренебречь инерционными характеристиками вала и считать его невесомым упругим двухступенчатым стержнем с инертными дисками на торцах, то система будет иметь одну собственную частоту [10]: $\omega = \lambda c / l$, где собственное значение определяется зависимостью

$$\lambda = \sqrt{\frac{\xi_0 + \xi_1}{\xi_0 \xi_1 (\alpha + \zeta(1 - \alpha))}}. \quad (9)$$

На рис. 2 представлены зависимости первого собственного значения от относительной инерционной нагрузки ξ_0 , сплошная кривая соответствует численному решению уравнения (8), штриховая линия выполнена в соответствии с зависимостью (9). Для построения графика приняты следующие значения относительных величин: $\xi_1 = 28$; $\alpha = 0,5$; $\zeta = 0,6$; $\eta = 1$.

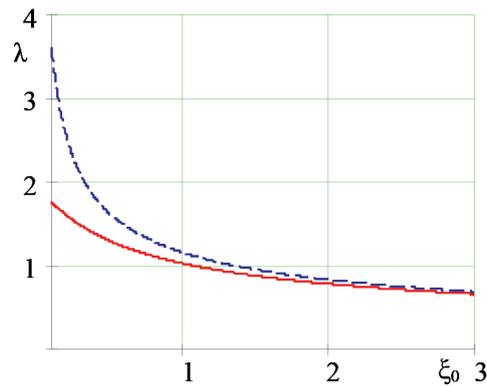


Рис. 2. Зависимость первого собственного значения от относительной инерционной нагрузки ξ_0

Из анализа полученных кривых следует, что различие величин, определенных по формулам (8) и (9), не превышает 5 % при значениях относительной инерционной нагрузки $\xi_0 > 3$. Если известна резонансная частота вращения вала, то с использованием выражения (9) можно определить величину приведенной инерционной нагрузки ξ_0 .

Исследуем свойство собственных функций рассматриваемой граничной задачи. В соответствии с процедурой метода Фурье для участков вала можно составить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \Phi_{n1}'' &= -\lambda_n^2 \Phi_{n1}; \quad 0 \leq z \leq \zeta; \\ \Phi_{n2}'' &= -\eta^2 \lambda_n^2 \Phi_{n2}; \quad \zeta \leq z \leq 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Умножив обе функции (11) на собственную функцию другого индекса и взяв интегралы, получим выражения [12]:

$$\begin{aligned} (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \int_0^\zeta \Phi_{n1} \Phi_{m1} dz &= (\Phi_{n1} \Phi_{m1}' - \Phi_{m1} \Phi_{n1}')_0^\zeta; \\ \eta^2 (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \int_\zeta^1 \Phi_{n2} \Phi_{m2} dz &= (\Phi_{n2} \Phi_{m2}' - \Phi_{m2} \Phi_{n2}')_\zeta^1, \quad m \neq n. \end{aligned} \quad (11)$$

Перепишем граничные условия (2) в собственных функциях:

$$\Phi_{n1}'(0) = -\lambda_n^2 \xi_0 \Phi_{n1}(0); \quad \Phi_{n2}'(1) = \alpha \lambda_n^2 \xi_1 \Phi_{n2}(1). \quad (12)$$

Из условия состыковки получим:

$$\Phi_{n1}(\zeta) = \Phi_{n2}(\zeta); \quad \alpha \Phi_{n1}'(\zeta) = \Phi_{n2}'(\zeta). \quad (13)$$

Из формул (11), с учетом граничных условий (12) и условий состыковки (13), получим:

$$\begin{aligned} (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \int_0^\zeta \Phi_{n1} \Phi_{m1} dz &= \Phi_{n1}(\zeta) \Phi_{m1}'(\zeta) - \Phi_{m1}(\zeta) \Phi_{n1}'(\zeta) - (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \xi_0 \Phi_{n1}(0) \Phi_{m1}(0), \\ \eta^2 (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \int_\zeta^1 \Phi_{n2} \Phi_{m2} dz &= -\alpha (\Phi_{n1}(\zeta) \Phi_{m1}'(\zeta) - \Phi_{m1}(\zeta) \Phi_{n1}'(\zeta)) - \alpha (\lambda_n^2 - \lambda_m^2) \xi_1 \Phi_{n2}(1) \Phi_{m2}(1) \end{aligned} \quad (14)$$

Из формул (14) следует, что собственные функции $\Phi_n(\xi)$ будут ортогональны с весом:

$$\rho(z) = e(\zeta - z) + \frac{1}{\alpha} (e(1 - z) - e(\zeta - z)) + \xi_0 \delta(z) + \frac{1}{\eta^2} \xi_1 \delta(z - 1), \quad (15)$$

где $\delta(z)$ — дельта-функция Дирака.

Квадрат нормы собственных функций определим так, как это сделано в работе [13]. Устремим $m \rightarrow n$ и представим $\lambda_m = \lambda_n + \delta\lambda$, где $\delta\lambda$ — бесконечно малая величина. Тогда из формул (14),

оставляя члены с $\delta\lambda$, а остальными (более высокого порядка) пренебрегая, получаем для каждого участка интегрирования, без учета сосредоточенных инерционных нагрузок:

$$\Delta_{n1}^2 = \int_0^\zeta \Phi_{n1}^2 dz = \frac{1}{2\lambda_n^2} \left(\lambda_n^2 z \Phi_{n1}^2 + z (\Phi'_{n1})^2 - \Phi_{n1} \Phi'_{n1} \right)_0^\zeta;$$

$$\Delta_{n2}^2 = \int_\zeta^1 \Phi_{n2}^2 dz = \frac{1}{2\lambda_n^2 \eta^2} \left(\lambda_n^2 \eta^2 (z - \zeta) \Phi_{n2}^2 + (z - \zeta) (\Phi'_{n2})^2 - \Phi_{n2} \Phi'_{n2} \right)_\zeta^1. \quad (16)$$

С учетом граничных условий (12), условий состыковки (13) и наличия сосредоточенных инерционных нагрузок и принимая во внимание зависимости (6) и (7), в окончательном виде получим выражение квадрата нормы:

$$\Delta_n^2 = \frac{1}{2\lambda_n^2} \left(\lambda_n^2 \zeta \Phi_n^2(\zeta) + \zeta (\Phi'_n(\zeta))^2 + \Phi_n(0) \Phi'_n(0) + \right. \\ \left. + \lambda_n^2 (1 - \zeta) \frac{\eta^2}{\alpha} \Phi_n^2(1) + \alpha (1 - \zeta) (\Phi'_n(1))^2 - \Phi_n(1) \Phi'_n(1) \right) + \\ + \xi_0 \Phi_n^2(0) + \xi_1 \Phi_n^2(1). \quad (17)$$

С учетом первого начального условия (4) зависимость для углов поворота примет вид

$$\varphi(z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{0n} \Phi_n(z) \sin \lambda_n \tau. \quad (18)$$

Здесь $\tau = tc/l$ — безразмерное время.

В соответствии со вторым начальным условием (4) получим зависимость

$$\dot{\varphi}(z, 0) = \frac{c}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{0n} \lambda_n \Phi_n(z) = \begin{cases} \dot{\theta}_n, & 0 \leq z < 1; \\ \dot{\theta}_n - \Delta \dot{\theta}, & z = 1. \end{cases} \quad (19)$$

Применив метод Фурье к уравнению (19) с учетом свойства ортогональности собственных функций с весом $\rho(z)$, получим выражение для нахождения коэффициентов φ_{0n} :

$$\varphi_{0n} = - \frac{\Delta \dot{\theta} l \xi_1 \Phi_n(1)}{c \lambda_n \Delta_n^2}. \quad (20)$$

Окончательно выражения для углов поворота и крутящих моментов представим в виде:

$$\varphi(z, \tau) = - \frac{\Delta \dot{\theta} l}{c} \xi_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(1)}{\lambda_n \Delta_n^2} \Phi_n(z) \sin \lambda_n \tau; \quad (21)$$

$$M(z, \tau) = - \frac{\Delta \dot{\theta}}{c} \xi_1 G J_{p1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(1)}{\lambda_n \Delta_n^2} \Phi'_n(z) \sin \lambda_n \tau. \quad (22)$$

Если пренебречь инерционными свойствами вала, т. е. считать его невесомым упругим с двумя инертными дисками на торцах, то с учетом принятого обозначения для безразмерных величин зависимости для определения угла поворота и крутящего момента в правом сечении вала можно представить в виде [10]:

$$\varphi_1(\tau) = - \frac{\Delta \dot{\theta} l}{c \lambda} \frac{\xi_0}{\xi_0 + \xi_1} \sin \lambda \tau; \quad (23)$$

$$M_1(\tau) = - \frac{\Delta \dot{\theta}}{c} \frac{\xi_0 \xi_1}{\xi_0 + \xi_1} \lambda G J_{p1} \sin \lambda \tau. \quad (24)$$

Результаты (Results)

В качестве примера рассмотрим механические характеристики БМРТ «Механик Ковтун» [14]: диаметр гребного винта $D = 4$ м; момент инерции винта с присоединенной водой $I_1 = 3226$ кг·м²; номинальная частота вращения $n_{\text{ном}} = 156$ об/мин ($\dot{\theta}_{\text{ном}} = 16,3$ рад/с), номинальная мощность на винте $N_{\text{ном}} = 2650$ кВт (номинальный крутящий момент $M_{\text{ном}} = 157$ кН·м), длина промежуточного вала $l_1 = 6,48$ м, длина гребного вала $l_2 = 4,87$ м ($l = l_1 + l_2 = 11,35$ м) жесткости участков валопровода: $GJ_{p1} = 1,03 \cdot 10^8$ Н·м²; $GJ_{p2} = 2,2 \cdot 10^8$ Н·м², приведенная инерционная нагрузка со стороны подвижных элементов привода $I_0 = 1613$ кг·м²; скорость распространения волн крутильных колебаний в стальном стержне $c = 3200$ м/с. В соответствии с приведенными данными относительные параметры модели будут следующими: $\xi_0 = 14$; $\xi_1 = 28$; $\eta = 1$; $\alpha = 0,468$.

Рассмотрим удар кромки гребного винта о глыбу льда массой $m_{\text{л}}$, который будем рассматривать как абсолютно упругий. В соответствии с теоремой о сохранении кинетического момента механической системы получим изменение скорости вращения гребного винта:

$$\Delta \dot{\theta} = \frac{0,25D^2 m_{\text{л}}}{0,25D^2 m_{\text{л}} + I_1} \dot{\theta}_{\text{ном}}. \quad (25)$$

Так, например, если принять $m_{\text{л}} = 100$ кг, то изменение скорости составит $\Delta \dot{\theta} = 1,8$ рад/с. На рис. 3 представлена эпюра углов закручивания (21) торцевых сечений, штриховой линией показан график угла поворота в соответствии с зависимостью (23). Из графика видно, что результаты, полученные по формулам (21) ($\varphi(1, \tau)$) и (23), являются практически тождественными.

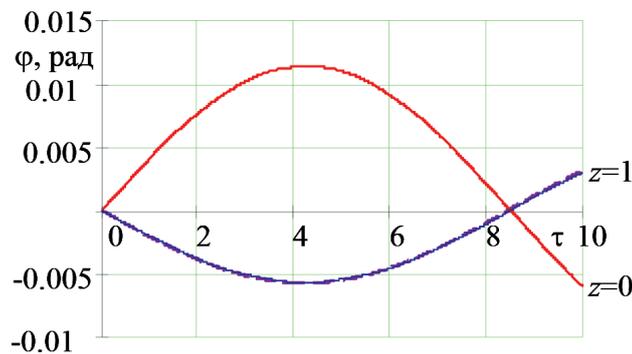


Рис. 3. Графики углов поворота в торцевых сечениях вала

На рис. 4, а приведен график изменения относительных крутящих моментов ($K_M = -M / M_{\text{ном}}$) на на левом торце вала (22), штриховой линией показан относительный момент, соответствующий выражению (24). Динамические коэффициенты для моделируемой ситуации составляют, соответственно: $K_{M0} = 1,7$; $K_{M1} = 2,1$. При этом следует отметить, что на стыке двух участков значение динамического коэффициента составит $K_{M\zeta} \approx 1,6$, а для «одномассовой» модели (24) — $K_{M1} = 1,3$.

С использованием модели двухступенчатого стержня можно оценить адекватность замены ступенчатой формы валопровода однородным стержнем с эквивалентной жесткостью. Так, для рассматриваемого примера приведенная жесткость вала составит $GJ_p = 1,33 \cdot 10^8$ Н·м². Графики углов поворота ступенчатого стержня и эквивалентного практически тождественны и не отличаются от представленных на рис. 3. На рис. 4, б представлен график относительного момента на левом торце эквивалентного стержня, динамические коэффициенты для двух торцевых сечений приблизительно равны и составляют $K_M = 1,9$.

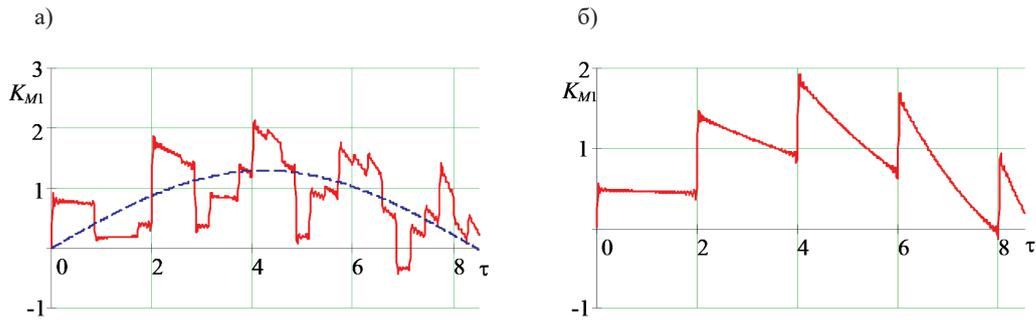


Рис. 4. Графики относительных моментов на левом торце вала
 а — двухступенчатый вал; б — эквивалентный вал

Обсуждение (Discussion)

Представленная в работе модель двухступенчатого упругого стержня с инертными дисками на торцах позволяет рассматривать разные ситуации динамического воздействия на валопровод и гребной винт. При этом в модели могут учитываться такие конструктивные особенности, как разная жесткость участков вала, разная скорость упругих волн деформаций (разные плотности и модули упругости на участках вала), а также приведенная инерционная нагрузка со стороны подвижных частей привода. Основным недостатком представленной модели является то, что к левому торцу вала приводится только инерционная характеристика со стороны подвижных элементов привода, без учета жесткости этих элементов и их соединений. Это в некоторой степени может повлиять на точность полученных результатов. Однако, если принять во внимание, что результаты моделирования при замене однородным стержнем эквивалентной жесткости дают достаточно адекватный результат, то в дальнейшем можно использовать левый участок вала для учета не только инерционных характеристик привода, но и приведенного параметра жесткости. Аналогичный подход можно использовать для учета упругих свойств соединительных муфт, а также для исследования динамики валов с дефектом, например, в виде трещины.

Заключение (Conclusion)

В работе рассмотрена задача о крутильных колебаниях двухступенчатого вала с инертными дисками на торцах. Решение граничной задачи выполнено методом Фурье для собственных функций, ортогональных с весом. С использованием полученной модели рассмотрен случай импульсного воздействия на валопровод, когда за счет удара гребного винта о лед происходит мгновенное изменение угловой скорости винта. Для оценки адекватности расчетных зависимостей результаты расчетов были сопоставлены с упрощенной моделью безынерционного вала. На основе полученных результатов моделирования можно сделать следующие выводы:

1. Частота главной формы колебаний в основном зависит от параметров, сосредоточенных на концах инерционных нагрузок и жесткости вала. Так, если относительная инерционная нагрузка $\xi_i > 3$, то с погрешностью не более 5 % для нахождения первой собственной частоты можно использовать упрощенную модель безынерционного вала.

2. Упрощенная модель безынерционного вала позволяет с достаточной точностью определить углы поворота сечений вала, при этом использование аппроксимации первой формой колебаний для определения крутящих моментов дает существенную погрешность.

3. Замена модели ступенчатого вала стержнем с эквивалентной жесткостью для любых параметров модели практически не оказывает влияние на значения углов поворота сечений, а для крутящих моментов дает усредненное значение.

4. Для различных сечений ступенчатого вала динамический коэффициент по крутящим моментам может значительно отличаться (для рассмотренных параметров модели значения варьируют в пределах 30 %), данный факт следует учитывать при организации системы активного мониторинга напряженно-деформированного состояния валопровода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Han H. S. Estimate of the fatigue life of the propulsion shaft from torsional vibration measurement and the linear damage summation law in ships / H. S. Han, K. H. Lee, S. H. Park // *Ocean Engineering*. — 2015. — Vol. 107. — Pp. 212–221. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.07.023.
2. Huang Q. Numerical modeling and experimental analysis on coupled torsional-longitudinal vibrations of a ship's propeller shaft / Q. Huang, X. Yan, Y. Wang, C. Zhang, Z. Wang // *Ocean Engineering*. — 2017. — Vol. 136. — Pp. 272–282. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.03.017.
3. Huang Q. Coupled transverse and torsional vibrations of the marine propeller shaft with multiple impact factors / Q. Huang, X. Yan, C. Zhang, H. Zhu // *Ocean Engineering*. — 2019. — Vol. 178. — Pp. 48–58. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.02.071.
4. Murawski L. Shaft line whirling vibrations: effects of numerical assumptions on analysis results / L. Murawski // *Marine Technology and SNAME News*. — 2005. — Vol. 42. — Is. 2. — Pp. 53–60. DOI: 10.5957/mtl.2005.42.2.53.
5. Halyavkin A. Determination of stiffness coefficient of stern shaft bearing / A. Halyavkin, I. Razov, V. Marmontov, G. Kushner // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. — IOP Publishing, 2017. — Vol. 90. — Is. 1. — Pp. 012078. DOI: 10.1088/1755-1315/90/1/012078.
6. Коврижных М. Н. Расчет амплитуд свободных колебаний дискретных многомассовых систем / М. Н. Коврижных, С. С. Глушков // *Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока*. — 2008. — № 2. — С. 162–164.
7. Soni T. Active vibration control of ship mounted flexible rotor-shaft-bearing system during seakeeping / T. Soni, A. S. Das, J. K. Dutt // *Journal of Sound and Vibration*. — 2020. — Vol. 467. — Pp. 115046. DOI: 10.1016/j.jsv.2019.115046.
8. Jee J. Design Improvement of a Viscous-Spring Damper for Controlling Torsional Vibration in a Propulsion Shafting System with an Engine Acceleration Problem / J. Jee, C. Kim, Y. Kim // *Journal of Marine Science and Engineering*. — 2020. — Vol. 8. — Is. 6. — Pp. 428. DOI: 10.3390/jmse8060428.
9. Тхьюнг Н. М. Современное состояние вопроса о динамике судовых валопроводов (опыт Вьетнама) / Н. М. Тхьюнг // *Судовые энергетические установки: научн.-техн. сб.* — 1998. — № 2. — С. 95–99.
10. Шевченко Ф. Л. Механика упругих деформируемых систем / Ф. Л. Шевченко. — К.: ИСИО, 1993. — Ч. 3: Динамическое воздействие нагрузок. — 186 с.
11. Филиппов А. П. Колебания механических систем / А. П. Филиппов. — Киев: Наукова думка, 1965. — 716 с.
12. Улитин Г. М. Крутильный удар бурильной колонны при заклинивании режущего инструмента / Г. М. Улитин, Ю. В. Петтик // *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Гірнично-геологічна*. — 2008. — Вып. 110. — С. 104–107.
13. Царенко С. Н. Крутильные колебания стержневых конструкций с осевой неоднородностью геометрических характеристик / С. Н. Царенко // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика*. — 2019. — Т. 11. — № 1. — С. 50–58. DOI: 10.14529/mmph190107.
14. Царенко С. Н. Динамика валопровода гребного винта при разгонных режимах / С. Н. Царенко, А. Н. Рак, Б. Н. Безлобенко // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2021. — Т. 13. — № 4. — С. 548–558. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-548-558.
15. Ivanovskaya A. Mathematical Modeling of Operating Modes of Deck Equipment for Fishing Vessels / A. Ivanovskaya, V. Zhukov // *Transportation Research Procedia*. — 2021. — Vol. 54. — Pp. 104–110. DOI: 10.1016/j.trpro.2021.02.053.
16. Сапига В. В. Совершенствование методов анализа динамики судовых валопроводов / В. В. Сапига, А. Л. Кирюхин, П. В. Черпита // *Водный транспорт*. — 2014. — № 1 (19). — С. 52–61.
17. Улитин Г. М. Изгибные колебания стержня с переменной жесткостью и распределенной массой / Г. М. Улитин, С. Н. Царенко // *Прикладная математика и механика*. — 2015. — Т. 79. — № 6. — С. 817–823.

REFERENCES

1. Han, HyungSuk, KyungHyun Lee, and SungHo Park. "Estimate of the fatigue life of the propulsion shaft from torsional vibration measurement and the linear damage summation law in ships." *Ocean Engineering* 107 (2015): 212–221. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.07.023.

2. Huang, Qianwen, Xiping Yan, Yikun Wang, Cong Zhang, and Zhihua Wang. “Numerical modeling and experimental analysis on coupled torsional-longitudinal vibrations of a ship’s propeller shaft.” *Ocean Engineering* 136 (2017): 272–282. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.03.017.
3. Huang, Qianwen, Xiping Yan, Cong Zhang, and Hanhua Zhu. “Coupled transverse and torsional vibrations of the marine propeller shaft with multiple impact factors.” *Ocean Engineering* 178 (2019): 48–58. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.02.071.
4. Murawski, Lech. “Shaft line whirling vibrations: effects of numerical assumptions on analysis results.” *Marine Technology and SNAME News* 42.2 (2005): 53–60. DOI: 10.5957/mtl.2005.42.2.53.
5. Halyavkin, Aleksey, Igor Razov, Victor Mamontov, and Guriy Kushner. “Determination of stiffness coefficient of stern shaft bearing.” *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. Vol. 90. No. 1. IOP Publishing, 2017. DOI: 10.1088/1755-1315/90/1/012078.
6. Kovrizhnykh, M. N., and S. S. Glushkov. “Raschet amplitud svobodnykh kolebaniy diskretnykh mnogo-massovykh system.” *Nauchnyye problemy transporta Sibiri i Dal’nego Vostoka* 2 (2008): 162–164.
7. Soni, Tukesh, A. S. Das, and J. K. Dutt. “Active vibration control of ship mounted flexible rotor-shaft-bearing system during seakeeping.” *Journal of Sound and Vibration* 467 (2020): 115046. DOI: 10.1016/j.jsv.2019.115046.
8. Jee, Jaehoon, Chongmin Kim, and Yanggon Kim. “Design Improvement of a Viscous-Spring Damper for Controlling Torsional Vibration in a Propulsion Shafting System with an Engine Acceleration Problem.” *Journal of Marine Science and Engineering* 8.6 (2020): 428. DOI: 10.3390/jmse8060428.
9. Thuong, N. M. “Sovremennoye sostoyaniye voprosa o dinamike sudovykh valoprovodov (opyt V’yetnama).” *Sudovyye energeticheskiye ustanovki: nauchn.-tekhn. sb.* Vol. 2. 1998. 95–99.
10. Shevchenko, F. L. *Mekhanika uprugikh deformiruemyykh system*. Vol. 3. K.: ISIO, 1993.
11. Filippov, A. P. *Kolebaniya mekhanicheskikh sistem*. Kyev: Naukova dumka, 1965.
12. Ulitin, G. M., and Yu. V. Pettik. “Krutil’nyi udar buril’noi kolonny pri zaklinivanii rezhushchego instrumenta.” *Naukovi pratsi Donets’kogo natsional’noho tekhnichnogo universitetu. Seriya: Girnichno-geologichna* 110 (2008): 104–107.
13. Tsarenko, S. N. “Torsional vibrations of a rod with an axial geometric inhomogeneity.” *Bulletin of the South Ural State University», series «Mathematics. Mechanics. Physics* 11.1 (2019): 50–58. DOI: 10.14529/mmph 190107.
14. Tzarenko, Sergey N., Alexander N. Rak, and Boris N. Bezlobenko. “Propeller shaft line dynamics at acceleration mode.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.4 (2021): 548–558. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-548-558.
15. Ivanovskaya, Aleksandra, and Vladimir Zhukov. “Mathematical Modeling of Operating Modes of Deck Equipment for Fishing Vessels.” *Transportation Research Procedia* 54 (2021): 104–110. DOI: 10.1016/j.trpro.2021.02.053
16. Sapiga, V., A. Kiryukhin, and P. Cherpita. “Perfection methods for analyzing the dynamics of marine shafting.” *Vodnyy transport* 1(19) (2014): 52–61.
17. Ulitin, G. M., and S. N. Tsarenko. “Flexural vibrations of a rod of variable stiffness and distributed mass.” *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 79.6 (2015): 572–576. DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2016.04.003.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Царенко Сергей Николаевич —
 доктор физико-математических наук,
 доцент
 Камчатский государственный технический
 университет
 683003, Российская Федерация,
 Петропавловск-Камчатский, ул. Ключевская, 35
 e-mail: tzarenko@gmail.com

Улитин Геннадий Михайлович —
 доктор технических наук, профессор
 Донецкий национальный технический университет
 283001, Российская Федерация, Донецк,
 ул. Артема, 58
 e-mail: gennadiy.ulitin@yandex.ua

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Tsarenko, Sergey N. —
 Dr. of Physical and Mathematical Sciences,
 associate professor
 Kamchatka State
 Technical University
 35 Klyuchevskaya Str., Petropavlovsk-Kamchatsky,
 683003, Russian Federation
 e-mail: tzarenko@gmail.com

Ulitin, Gennadiy M. —
 Dr. of Technical Sciences, professor
 Donetsk National Technical University
 58 Artema Str., Donetsk, 283001,
 Russian Federation
 e-mail: gennadiy.ulitin@mail.ru

Труднев Сергей Юрьевич —
кандидат технических наук, доцент
Камчатский государственный технический
университет
683003, Российская Федерация,
Петропавловск-Камчатский, ул. Ключевская, 35
e-mail: trudnev@mail.ru

Trudnev, Sergei Yu. —
PhD, associate professor
Kamchatka State Technical University
35 Klyuchevskaya Str.,
Petropavlovsk-Kamchatsky, 683003,
Russian Federation
e-mail: trudnev@mail.ru

*Статья поступила в редакцию 19 сентября 2022 г.
Received: September 19, 2022.*