

SPLINE MODEL OF GRIDDED DATA OPERATION AS A PRINCIPLE OF ELECTRONIC MAPPING SEABED TOPOGRAPHY

I. V. Yuyukin

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The influence of technologies of automated processing of hydrographic survey results on the potential of the human factor in the transformation of polygraphic cartographic products into digital ones is analyzed. When configuring the digital bathymetric model, the concept of the navigation surface is used as a perspective principle of automated mapping. The approach to the problem of generating bathymetric contours from measurement results in the navigation surface paradigm is construed on continuous spline interpolation of geospatial data for reasonable cartographic generalization when creating electronic cartographic products. From the theoretical positions of the spline approach, the subjectivity of the method of artificial displacement of generalized isobaths to deep-water areas is excluded when creating a safe digital model of the bottom relief, interpreted in a mathematical sense as a navigational isosurface. The principle of electronic mapping based on the use of a spline in tension as an effective approach for the process of generalizing isobaths in order to obtain a wide range of morphometric characteristics of underwater topography has been developed. The generalized line of the active depth contour is estimated in the form of algorithmic reproduction on electronic charts of the safe convexity of the isobate towards the deep-sea area due to the practical implementation of the B-spline “snake model” by analogy with the serpentine configuration of the bathymetric isoline in the form of a piecewise polynomial function. When using the spline approach, an innovative principle of electronic mapping of the underwater landscape based on operating with a set of gridded data is implemented. The latter are interpreted as the results of depth measurements with the formalization of a two-dimensional frame of fixed values of bathymetric measurements for their representation as a navigational isosurface in three-dimensional Euclidean space. The actual synthesis of the seabed topography is implemented on the basis of a proven hybrid spline model for a specific indicative test case based on the processing of experimental gridded data. Hypothetically, the possibility of intellectual assistance to the watch officer in the strategy of instant orientation in conditions of a minimum depth reserve under the keel is organized when using computer three-dimensional visualization of the topography of the underwater relief in an unaffiliated graphic environment with foreign software.

Keywords: digital bathymetric model, geospatial data, spline in tension, “snake model”, gridded data, seabed topography.

For citation:

Yuyukin, Igor V. “Spline model of gridded data operation as a principle of electronic mapping seabed topography.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.5 (2022): 656–675. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-656-675.

УДК 656.61.052 656

СПЛАЙНОВАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРИРОВАНИЯ ГРИДИРОВАННЫМИ ДАННЫМИ КАК ПРИНЦИП ЭЛЕКТРОННОГО КАРТОГРАФИРОВАНИЯ ТОПОГРАФИИ МОРСКОГО ДНА

И. В. Ююкин

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Проанализировано влияние технологий автоматизированной обработки результатов гидрографической съемки на потенциал человеческого фактора при трансформации полиграфических картографических продуктов в цифровые. При конфигурировании цифровой батиметрической модели использована концепция навигационной поверхности как перспективный принцип автоматизированного картографирования. Подход к проблеме генерации батиметрических контуров из результатов измерений в парадигме навигационной

поверхности реализован на примере непрерывной сплайн-интерполяции геопространственных данных для обобщенного картографического обобщения при создании электронных картографических продуктов. С теоретических позиций сплайнового подхода исключена субъективность метода искусственного смещения обобщенных изобат в глубоководные районы при создании безопасной цифровой модели рельефа дна, трактуемой в математическом смысле как навигационная изоповерхность. Принцип электронного картографирования на основе применения напряженного сплайна разработан как эффективный подход для процесса обобщения изобат с целью получения широкого спектра морфометрических характеристик подводной топографии. Выполнена оценка обобщенной линии активного контура глубины в виде алгоритмического воспроизведения на электронных картах безопасной выпуклости изобаты в сторону глубоководной области вследствие практической реализации В-сплайновой «модели змеи» по аналогии с серпантинной конфигурацией батиметрической изолинии в виде кусочно-полиномиальной функции. При использовании сплайнового подхода реализован инновационный принцип электронного картографирования подводного ландшафта на основе оперирования набором гридированных данных. Последние интерпретированы как результаты промеров глубин с формализацией двумерной сетки зафиксированных значений батиметрических измерений для их представления в виде навигационной изоповерхности в трехмерном евклидовом пространстве. Фактическое синтезирование топографии морского дна реализовано на основе апробированной гибридной сплайновой модели для конкретного показательного тестового примера на основе обработки экспериментальных гридированных данных. Гипотетически организована возможность интеллектуальной помощи судоводителю в стратегии мгновенного ориентирования в условиях минимального запаса глубины под килем при использовании компьютерной трехмерной визуализации топографии подводного рельефа в неаффилированной с зарубежным программным обеспечением графической среде.

Ключевые слова: цифровая батиметрическая модель, геопространственные данные, напряженный сплайн, «змеиная модель», гридированные данные, топография морского дна.

Для цитирования:

Ююкин И. В. Сплайновая модель оперирования гридированными данными как принцип электронного картографирования топографии морского дна / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 5. — С. 656–675. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-5-656-675.

Введение (Introduction)

В настоящее время для планшетов гидрографических промеров важную роль играют стандартные изобаты, информирующие судоводителя по электронной карте о безопасности судоходства. Навигационное использование перспективной электронной картографической навигационной информационной системы (ЭКНИС) ориентировано на обработку результатов гидрографической съемки при агрегировании батиметрических данных на основе генерализации изобат [1]. Такие современные гидроакустические системы, как многолучевые эхолоты, интерференционные гидролокаторы, многоканальные эхолоты и воздушная лидарная батиметрия, позволяют получать данные о рельефе дна с высокой разрешающей подробностью, проблема заключается в эффективной обработке результатов батиметрической съемки [2]. Используя правила округления, опытные картографы формализуют контуры для реалистичных изображений изобат на морских картах из релевантных источников цифровых данных. Изобаты отображают геоморфологическую историю морского дна, показательно указывают на мелководье и обеспечивают наглядность навигационной информации на электронной карте для мореплавателей. Картограф может переместить определенную географическую область в целях улучшения четкости электронного изображения или осознанного изменения представления изобаты на морской карте с тем, чтобы подсказать судоводителю, что опасная область карты является непригодной для судоходного транзита. При любых обстоятельствах морская карта должна соответствовать правилам смещения мелководья, что означает демонстрацию наибольшей глубины в заданном направлении для обеспечения гарантии того, что судно никогда не сядет на мель из-за неправильного предоставления информации.

Одним из наиболее важных свойств морской карты является прагматическая согласованность между объектами, показанными на карте. Картографическое обобщение начинается с обработки контуров малой глубины и продолжается на изолиниях больших глубин. Это соответствует общему принципу безопасного судоходства для обеспечения смещения обобщенных контуров

глубины в глубоководные районы [3]. Следовательно, каждый контур зависит от уже обобщенных контуров меньшей глубины. Под выбором гидрографического зондирования понимается процесс обобщения батиметрических данных высокого разрешения в более управляемое подмножество, способное поддерживать составление морских карт или батиметрическое моделирование, являясь, таким образом, фундаментальной задачей морской картографии. По мере совершенствования технологий и сбора батиметрических данных с более высоким разрешением повышается потребность в автоматизированных алгоритмах обобщения, учитывающих ограничения морской картографии, поскольку ошибки на этом этапе переносятся на конечный продукт. Выходные гидрографические данные содержат набор зондирований со значительным количеством нарушений картографических ограничений, что создает прецедент необходимости последующего ручного картографического зондирования [4]. Процедура обобщения зондирования соответствует следующему принципу: *изображенное на карте меньшего масштаба также должно быть изображено на картах большего масштаба* [5]. Грамотное представление гидрографической информации на электронной карте позволяет наглядно предупредить мореплавателя о вероятном мелководье и обеспечивает четкий ответ на важный вопрос о запасе глубины под килем.

Формально автоматизированный процесс обработки гидрографической информации доступен к реализации на сегодняшний день, но воспроизведение контуров глубины по-прежнему в определенных обстоятельствах традиционно является ручным процессом при ограниченном наборе обследованных измерений глубины. Креативные технологии автоматизированной обработки результатов батиметрической съемки не столько заменяют человеческий фактор, сколько дают ему потенциал раскрыть новые возможности при переходе от литографских картографических продуктов к цифровым при допустимом сокращении задержки обновления электронной карты до 80 % [6]. Манипуляции гидрографа с данными сокращаются в результате того, что внимание сосредоточено только на тех областях, где выявлена значительная неопределенность промеров. Аномальные феномены исследуются для выявления систематических ошибок, функциональных разрывов и особенностей морского дна. Опытный гидрограф имеет возможность рассмотреть перспективу подводного рельефа и убедиться в том, что она действительно отражает условия в районе съемки. Поскольку обобщение визуализации электронной карты в значительной степени автоматизировано, картограф может сосредоточиться только на проверке сомнительного результата автоматизированной процедуры, чтобы контролировать небольшой процент гидрографических случаев, которые могут быть пропущены [3]. Таким образом, увеличивается скорость изготовления морских карт и значительно снижаются производственные затраты. Обобщение основано на ряде правил и ограничений, извлеченных из стандартов Международной гидрографической организации и передовой практики гидрографических ведомств.

Обобщенное представление изобаты — это процесс выбора того, какое содержание должно быть убедительно показано и как оно будет представлено на электронной навигационной карте в процессе обработки пространственных данных с целью достижения четкой картографической визуализации контура глубины для обеспечения безопасности плавания надводных судов. Без контактного взаимодействия с гидрографами результаты работы автоматизированного алгоритма оцениваются и проверяются только на небольшом подмножестве достоверных батиметрических данных, что, следовательно, требует дополнительной проверки в ручном режиме на большой географической территории [7]. Подтверждением служит тот факт, что за последние десять лет более 4000 лоцманов ассоциации United States Coast Pilot внесли более 28000 исправлений в морские карты побережья США [6].

Принцип электронного картографирования с позиций специфического подхода на основе применения финитных сплайнов является эффективным для процесса обобщения изобатиметрических линий. Оптимальным образом изобаты моделируются с помощью *B*-сплайнов, позволяющих сохранять плавность сконструированных кривых. Сглаживание выполняется путем сохранения базисных точек кривой всегда на самой глубокой стороне исходной линии, чтобы финальный результат соответствовал стандарту безопасности представления гидрографической информации [8]. Обобщенный контур глубины алгоритмически отражает безопасную выпуклость изобаты в сторону глубоководной

области при визуализации с позиций гладкости батиметрических линий на электронных картах, являющуюся следствием реализации *B*-сплайновой «модели змеи» по аналогии с серпантинной конфигурацией линии активного контура глубины в виде кусочно-полиномиальной функции [9].

Преимущество «змеиной модели» заключается в том, что трансформация линии контура глубины осуществляется в физическом аналоге за счет минимизации энергии математической системы при геометрическом обеспечении сходимости к правильному решению за счет правильного выбора сплайновых параметров. Модель «сплайн змеи» фактически используется для достижения эффективного обобщения гидрографических контуров в итеративной оптимизации. Традиционные методы электронного картирования очень точны, но в то же время очень затратны и требуют много времени для обширной географической области. Например, оптическое дистанционное зондирование является многообещающим, но, к сожалению, ограниченным средством, не вступившим еще в стадию эксплуатации для мониторинга изменения морского дна с приемлемой точностью [7]. Автоматизация производства картографических карт является важной областью исследований географических информационных систем. В связи с растущим развитием технологии компьютерной помощи в принятии решений необходимость обеспечения эффективных методов визуализации географических данных является актуальной задачей [10].

Концепция навигационной поверхности при создании цифровой модели оперирования данными съемки рельефа морского дна как перспективный принцип автоматизированного картографирования предложена в 2001 г. специалистом американского научного агентства National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) лейтенантом III. Смитом [11], который развил концепцию навигационной поверхности в диссертации на степень магистра наук в 2003 г. в университете Нью-Гэмпшира. Агентство NOAA в настоящее время успешно внедряет концепцию навигационной поверхности в свой процесс гидрографической съемки и составления морских карт. С позиций требований, предъявляемых к навигационной поверхности, данные съемки архивируются как полная цифровая модель топографии морского дна, а не как отдельный набор проверенных или сертифицированных зондирований. Архивная цифровая модель высокого разрешения рельефа хранится в специальной базе данных, созданной по результатам зондирования. Алгоритмы, реализуемые на основе использования *навигационной поверхности*, были предоставлены для свободного доступа в качестве передачи новой технологии в общественное достояние для ускоренного развития инновационного подхода в гидрографии. Разработанный процесс обработки батиметрической информации в парадигме навигационной поверхности предлагает новый перспективный подход к управлению, архивированию и созданию картографических продуктов на основе данных гидрографической съемки.

Отличительной особенностью навигационной поверхности является то, что горизонтальная и вертикальная координатная неопределенности для каждого экспериментального зондирования используются для создания сетки усредненных значений морского дна. По сути, подход к проблеме генерации и обобщения гидрографических глубинных контуров из необработанных входных точек с позиций понятия навигационной поверхности основан на непрерывной интерполяции плоскометрических точек батиметрических данных для обоснованного картографического обобщения.

При игнорировании привязки к сетке или растеризации позиции всех входных точек в их точных контурных координатах в процессе математической обработки сохраняются, что с точки зрения геометрической реализации формирует кусочно-линейную поверхность как систему линий контуров глубины. Предложенный теоретический постулат проверялся практически на специализированных судах в ходе эксперимента по оценке возможности использования методологии навигационной поверхности для автоматизированной организации обработки высокоскоростных измерительных данных многолучевого эхолота на основе их представления в виде цифровой модели [12]. Эксперименты показали, что разработанный алгоритм может использоваться в режиме реального времени в отличие от традиционного подхода, но для получения максимальной выгоды от предлагаемого метода потребуется тесная интеграция инструментов визуализации и математической корректуры результатов измерений, и ожидаемый прогресс будет варьироваться в зависимости от качества исходных данных. Сложная геоморфология исследуемого морского дна определяет тот факт, что универсальное решение

проблемы батиметрического моделирования подлежит дальнейшему научному поиску для оптимального решения задачи эффективной обработки гидрографической информации. В целом гидрографические исследования доказали, что концепция навигационной поверхности может обеспечить точное статистическое представление морского дна.

Вариант эффективного применения концепции навигационной поверхности по Ш. Смиту как алгоритма построения сетки непрерывной кривизны с регулируемым натяжением был практически реализован для мелководья Мальдивского архипелага на основе находящихся в свободном доступе наборов данных. Этот алгоритм является улучшением интерполяции бикубического сплайна, реализующего коэффициент натяжения для ослабления критерия минимальной кривизны при помощи повышения вычислительной стабильности и уменьшения введения ложных экстремумов между измерительными точками [13].

Зондирования глубины, которые являются наиболее важными элементами при составлении электронных карт и имеют строгую топологическую связь с контурами глубин, подлежат агрегированному обобщению при детальной визуализации конфигурации морского дна для безопасного судоходства. Практическое использование аппроксимированных данных о рельефе дна с высоким уровнем пространственного разрешения может позволить повысить надежность безопасности судоходства для крупнотоннажных судов в прибрежной зоне. При плавании вдоль побережья капитаны большинства крупнотоннажных судов считают опасность реалистичной при ее обнаружении в полумиле от проложенного курса или в случае, если подводное препятствие находится в пределах 10 м от осадки судна [6]. Ввиду увеличения размеров судов стандарты безопасности судоходства будут соотноситься с перспективными прототипами цифровой модели глубины, реализованными на основе интерполяционной сетки высокого разрешения, обеспечивающей точную навигацию.

Только в том случае, если интерполированная глубина превышает исходное измеренное значение, расчетная глубина обновляется. Таким образом, математическое сглаживание не изменяет контурные координаты батиметрических вершин, оно только искусственно поднимает вершины вверх. Ни одна точка глубины не удаляется и не перемещается вниз, что позволяет строго соблюдать требования гидрографической безопасности. Поэтому все модификации формы навигационной изоповерхности направлены вверх, что синхронно подразумевает гарантированное соблюдение требований безопасности судоходства.

Концепцию представления данных в виде навигационной изоповерхности предлагается рассматривать как развитие метода Ш. Смита при представлении профиля рельефа дна в виде оптимизированной сплайновой модели с обеспечением возможности сохранения в виде цифровой модели полученных при съемке геопространственных данных большой разрешающей возможности [14]. Целостный сплайновый подход исключает субъективность предлагаемого метода отбора глубин для нанесения их на электронную карту при создании цифровой модели рельефа дна, интерпретируемой в математическом смысле как навигационная изоповерхность [15].

В Индонезии получил практическое применение *метод морского картирования* в интеграционной оценке информации о рельефе местности на основе применения *напряженных сплайнов*. Береговая линия, полученная с помощью предлагаемого метода, была относительно гладкой и близкой к форме наземного объекта по сравнению с береговой линией, полученной из других источников данных, таких как данные национальной батиметрии и результаты эхо-зондирования [16]. Подход сплайновой интерполяции путем настройки индивидуального натяжения для каждого разрешения сетки оказался успешным в сохранении мелких деталей в данных батиметрии и подавлении артефактов, вызванных измерительными данными с более высоким разрешением [17].

Существующая классическая технология отображения рельефа дна основана на принципе отбора наименьших глубин и на подходе построения модели рельефа дна, разрешающая способность которой определяется масштабом электронной карты, а не стремлением подробного отображения рельефа дна [18]. Следствием этого является частичная потеря дифференциации визуализированных на карте данных в зависимости от их неопределенности. Традиционные методы пространственной математической обработки цифровых моделей рельефа морского дна позволяют получать широкий

спектр морфометрических характеристик подводной топографии, но результаты могут иметь как самостоятельное практическое применение, так и выступать в качестве исходных параметров для систематизации, типизации и зонирования морского дна [19].

В ходе практической реализации концепции навигационной изоповерхности в рамках проекта применения сплайновой технологии в качестве принципа электронного картографирования сформулированы следующие задачи:

1. Анализ влияния технологий автоматизированной обработки результатов батиметрической съемки на потенциал человеческого фактора при трансформации полиграфических картографических продуктов в цифровые.

2. Аналитический обзор проблематики использования постулата навигационной изоповерхности при создании перспективных ЭКНИС с целью эффективной визуализации атрибутов электронной карты.

3. Практическая реализация концепции синтеза навигационной изоповерхности на конкретном тестовом примере оперирования гридированными данными.

4. Математическая адаптация алгоритма двумерной *B*-сплайновой аппроксимации на основе использования сплайновой цифровой модели детального профиля подводного рельефа с требуемыми морфологическими свойствами для безопасности судоходства.

5. Апробирование принципа построения безопасных изобат на электронной карте в соответствии с практическим применением *B*-сплайновой «модели змеи» для формирования серпантинной конфигурации линии активного контура глубины в виде электронной изобаты.

6. Трехмерное визуализированное представление цифровых моделей батиметрической съемки на основе базисных финитных сплайнов.

7. Разработка прикладных паскаль-программ применительно к задаче компьютерной визуализации картографирования топографии морского дна.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Для удовлетворения потребностей современных информационных технологий требуются масштабируемые стратегии хранения и управления данными в грид-средах с обеспечением высокой доступности, согласованности и отказоустойчивости [20]. Привязка к сетке разнородных наборов так называемых *гридированных данных* для составления цифровых батиметрических моделей создает особые проблемы при экстремальных колебаниях плотности исходных данных. Для этого требуется выполнение процедур построения сетки, способных выполнять дискретизацию исходных данных с высоким разрешением, сохраняя при этом максимальное количество мелких деталей и выполняя вычислительные операции в области с разреженными данными при минимизации артефактов интерполяции в области с ограниченным объемом измерений. Подход на основе *напряженных сплайнов* обеспечивает эффективную систему управления базой данных, основанную на разнородных наборах гридированных данных в отношении сохранения мелких батиметрических деталей в исходных результатах измерений с высоким разрешением [21]. При сплайновом методе разрешение сетки локально корректируется в соответствии с плотностью набора исходных данных: области с данными с высоким разрешением отображаются в сетке с более высоким разрешением, чем области с разреженными исходными данными.

Гридированные данные интерпретируются в электронной картографии как данные промеров глубин с формализованным представлением двумерной сетки зафиксированных результатов измерений для представления навигационной изоповерхности в трехмерном пространстве. Этимология происхождения термина «гридированность» (от англ. grid), в дословном переводе означает *математическая сетка*. Координатный набор узлов выполняет роль математической основы для синтеза поверхности морского дна с целью визуализации трехмерного отображения подводного ландшафта в ЭКНИС. Наборы батиметрических данных должны быть предварительно обработаны на основе алгоритма регулярно структурированной сетки и преобразованы в цифровую модель рельефа местности с помощью методов интерполяции так, чтобы информационно

обеспечить различные векторные слои для электронной карты [22]. Информация о глубине имеет решающее значение для поддержки принятия решений, реализуемых в существующих автономных системах судоходства, поскольку окончательное решение принимается в основном на основе визуальной оценки ситуации.

Точечные аппаратурные измерения, ориентировочно представляющие элемент пространства, должны хорошо соотноситься с компьютерными пикселями как элементарными ячейками гридированной сетки при визуализации атрибутов электронной карты. Согласно данной гипотезе область визуального восприятия информации должна обладать высокой степенью пространственной однородности в пикселях для обеспечения *эффекта растеризации*. Игнорирование учета данной проблемы приводит к феномену несоответствия гридированных и визуализированных данных, показательно проявляющемуся в виде так называемого *лестничного эффекта* при ускоренном масштабировании электронной карты на основе традиционного компьютерного скроллинга [23].

Классический подход решения проблемы адекватной визуализации любых элементов электронной карты сводится к применению *кригинга* как разновидности интерполяции, основанной на регрессии *гауссовских процессов* с определением ковариаций, позволяющих реализовывать сравнение сетки гридированных данных с битовой картой матрицы компьютерных пикселей. На рис. 1 показано последовательное проявление *лестничного эффекта* как феномена несоответствия гридированных данных с компьютерными пикселями [24].

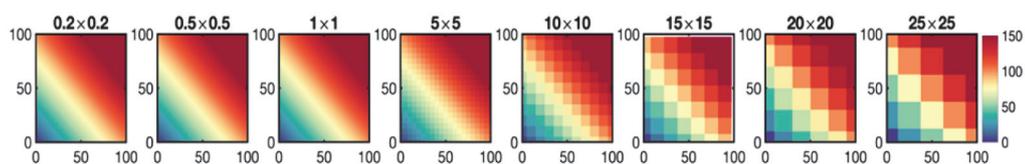


Рис. 1. Поэтапное демонстрирование проявления *лестничного эффекта*

Как наглядно показано на рис. 1, желтая линия, которая может, например, быть ассоциирована с безопасной изобатой электронной карты из традиционной визуализации на крайней левой позиции масштаба $0,2 \times 0,2$, распадается на мозаику компьютерных желтых пикселей в крайней правой позиции при масштабировании до 25×25 . Представленная на этом рисунке компьютерная визуализация в минимальной степени проявляется на векторных картах, но данный дефект с большой долей вероятности может быть обнаружен на растровой карте.

Растровая графика представляет собой определенный набор пикселей, каждый из которых является отдельным компонентом электронной картографической информации с тональным цветом и яркостью в определенной композиции компьютерной мозаики. Термин «пиксель» происходит от английской аббревиатуры «Picture Element», что в переводе означает «элемент рисунка». Пиксели фиксированного размера сгруппированы по матричному подобию в строки и столбцы, что соответствует битовой карте максимального разрешения дисплея. Пиксельные цвета нумеруются, и каждый номер переводится в двоичный код. Человеческий глаз воспринимает совокупность цветных пикселей на экране как изображение непрерывной линии в мелком масштабе. Одной из наиболее распространенных проблем растровой графики является ее ступенчатая визуализация, так как при увеличении масштаба и возникает «лестничный эффект», подразумевающий распад изображения непрерывной линии на отдельные сдвинутые между собой пиксели, как показано на рис. 1.

Причина ступенчатого геометрического феномена объясняется сдвигом яркостных точек цвета на экране компьютера, что приводит к пикселизованному изображению с нечеткой различимостью отдельных деталей. При обычном скроллинге у растровой карты в искусственном максимально крупном масштабе увеличивается размер каждого пикселя, тем самым искажается оптическая иллюзия целостности изобразительных линий ввиду потери определенных пикселей при синхронном дефекте информационной визуализации. В отличие от *кригинга* сплайн-функции

дополнительно оптимизируют гладкость интерполируемых значений, что является лучшим практическим противодействием феномену *лестничного эффекта*.

С позиций подхода обработки гридированные данные, на основе анализа гидрографических наборов измерений, успешно выполнено сложное исследование пространственной изменчивости физических свойств Южного океана, который обладает доминирующей физической характеристикой сильного топографического ограничения, сформированного при слабой стратификации и выраженном *эффекте Кориолиса*. С целью повышения точности гридированных данных в предложенном методе интерполяции использованы топографические ограничения, основанные на включении в алгоритм весовой функции, ориентированной на реалистичную шкалу корреляционных различий в оценке глубины дна [25].

Детальное графическое построение искусственного восстановления рельефа дна предполагает эффективное использование сплайн-функций, позволяющих рассчитывать координаты подводной поверхности на основе эффективной организации сеточных узлов. Применение гридированной модели морского дна предусматривает так называемый *стандарт будущего* в электронной картографии S-100, реализующий возможности современных информационных технологий для интеллектуальной поддержки концепции e-Navigation. Переход на стандарт S-100 позволит устранить дублирование и двусмысленность. Его цель состоит в том, чтобы сохранить каждую функцию один раз и подтвердить ее авторитетность. Если требуется изображение, зависящее от масштаба, то это должно являться «атрибутом» объекта, а не оправданием для его многократного удержания [26].

В стандарте S-100 предусмотрена поддержка геопространственных данных как функции интероперабельности стандарта, означающей способность оперировать несколькими информационными областями. Существующие геопространственные данные в сочетании с новыми формами динамических данных и сервисов, основанных на местоположении, создают возможности для различных новых компьютерных приложений и сервисов. Учитывая, что местоположение часто является общим фактором для нескольких наборов данных, пространственные данные являются ценным дополнением к сетевым данным.

Геопространственные данные предполагают значительное смещение акцента с традиционных инфраструктур пространственных универсальных данных путем принятия подхода, основанного на общих веб-стандартах, в инфраструктуры геопространственных данных, которые являются ключевым компонентом более широкой системы пространственных данных. Ввиду важности морские пространственные данные должны надлежащим образом математически обрабатываться и предоставляться конечным пользователям для различных целей, включая разработку политики принятия решений, управление морской средой, морское пространственное планирование и организацию перспективных научных исследований. С позиций концепции геопространственных данных гидрографическая информация относится к морским пространственным данным, исследуемым в трехмерном пространстве.

Цифровую модель на основе гридированных данных с математической точки зрения можно характеризовать в конечном виде как классическую блочную матрицу, каждый элемент которой задействуется при визуализации изображения 3D формата для каждого отдельного пикселя объемной электронной карты. Абстрактный характер конкретизированного представления матриц получает реальное воплощение в процессе программной реализации гибридного сплайнового алгоритма для визуализации моделирования профиля дна судоходных акваторий.

В качестве дополнительного положительного эффекта необходимо отметить, что представление матриц в алгоритме при его программной реализации позволяет дополнительно увеличить быстродействие расчетов, так как оперирование с фиксированными числами является более эффективным в отличие от необходимости перманентного вычисления каждого элемента матрицы по теоретической формуле, требующей, по своей стратегической сути, многократного вычисления сплайновых коэффициентов в тактических вариантах выбора сплайнов первой, второй, третьей или четвертой степени [27]. Выявленное диагональное преобладание означает невырожденность

рассматриваемой матрицы, что в целом гарантирует наличие решения системы алгебраических уравнений в матричном исчислении.

Метод сплайн-функций оптимальным образом интерполирует гридированные данные, подлежащие привязке к сетке в реализации стратегии синтеза навигационной изоповерхности, имеющей непрерывные вторые производные и минимальную общую кривизну. Сплайновая каркасная поверхность минимальной кривизны имеет аналогию с изгибом упругой пластины и приближается к форме тонкой пластины, условно согнутой для прохождения через фиксированные точки гридированных данных [28]. Классические аналитические поверхности минимальной кривизны могут иметь большие колебания и посторонние точки перегиба, что делает их неэффективными во многих областях применения при математической чувствительности к размеру и регулярности сетки [29].

Артефактные батиметрические всплески данных можно оперативно выявить и устранить при использовании алгоритма поиска ошибок в базе навигационных данных *методом визуализации сплайновой изоповерхности* [30]. В случае применения сплайн-функций посторонние точки перегиба легко устранить практически, добавив условное натяжение к уравнению изгиба условной упругой пластины для устранения искусственных колебаний, неровностей и других нежелательных геометрических эффектов [31], [32]. При этом сплайновый алгоритм построения сетки естественным образом обобщается на основе добавления параметра натяжения в виде весового коэффициента на основе решения прежней системы алгебраических уравнений.

При оперировании *B*-сплайнами появляется уникальная возможность локальной модификации изоповерхности без общего пересчета всей синтезируемой поверхности в целом [33]. Положительным свойством локальной аппроксимации является *эффект математического сглаживания*, так как локальный сплайн способен нивелировать всплесковые осцилляции погрешностей измерительных данных, негативным образом искажающих структуру моделируемой поверхности [34].

В настоящее время необходимо применять прогрессивные математические методы интерполяции гридированных данных, так как классическая батиметрия является трудозатратным и долгосрочным исследованием. Гипсометрический анализ показывает, что 50 % поверхности Земли состоит из морского дна, расположенного на 3200 м ниже среднего уровня моря, и для получения полного многолучевого охвата мирового океана потребуется проведение примерно в течение 900 лет гидрографических инструментальных съемок [35].

Результаты (Results)

Математическое картографирование рельефа морского дна судходных акваторий реализуется на основе гибридной сплайновой модели по аналогии с синтезированием эталона информативности геофизического поля в задаче корреляционно-экстремальной навигации [36]. Для решения поставленной задачи эффективного электронного картографирования топографии морского дна оптимальный выбор аппроксиматора ориентирован на использование кубического сглаживающего *B*-сплайна для точной визуализации изолиний, которые не содержат пересечений, строго непрерывны и соблюдают ограничения в отсутствии графических флуктуаций [37].

Стратегия локальной корректировки использует преимущества свойств локальной поддержки базисных сплайнов при геометрических операциях по выбору конкретного метода визуализации контурной линии глубины в соответствии со сложностью окружающей среды [33]. Кроме того, разработанный алгоритм сокращает начальный путь аппроксимации с меньшим количеством доминирующих точек, что значительно ускоряет скорость вычислительных операций. Моделирование и фактические экспериментальные результаты показывают, что гибридный алгоритм позволяет генерировать плавные изолинии. Каждая синтезированная изолиния на аппроксимированной изоповерхности интерпретируется как *B*-сплайновая змеевидная линия активного контура глубины.

Преимущество каждой криволинейной линии навигационной изоповерхности, построенной при помощи *B*-сплайнов, выражается в том, что изменение одного геометрического фрагмента вызывает для кубического интерполянта модификацию только четырех сеточных отрезков и позиций пяти узловых точек при алгоритмической возможности местной корректировки сетки без кардинальной перестройки всей сложной линии как частного случая изоповерхности [38]–[40]. Для расширенного использования арсенала средств сплайновой технологии с целью получения сглаженной поверхности с учетом специфики физических особенностей исследуемого геометрического объекта существует объективная возможность введения в алгоритм добавочных точек [41].

В отличие от классической *B*-сплайновой модели, рассчитанной на заранее определенное количество контрольных точек, существует автоматическая схема вставки дополнительных узловых точек для повышения адаптивности сплайнового алгоритма при синтезировании трехмерных форм с высокой степенью геометрической сложности [42]. С целью обеспечения наглядности восприятия визуализированных навигационных изоповерхностей в разработанном гибридном алгоритме применяется оптимальная стратегия подгонки любой формы алгебраической кривой с помощью функций *B*-сплайна на основе метода деления пополам каждого композитного сеточного интервала для быстрого получения дополнительного узла [43], [44]. При любой организации сеточных узлов использование *B*-сплайна позволяет получить удовлетворительную аппроксимацию реконструированной поверхности с кривизной высокого порядка [45].

Работоспособность гибридного сплайнового алгоритма может быть проверена при синтезировании в виде навигационной изоповерхности тестового набора батиметрических данных на примере прямого построения гридированной сетки с переменным разрешением на основе необработанных гидрографических наблюдений в диапазоне глубин 2–30 м, выполненных на акватории Вудс-Хоул под эгидой океанографического исследовательского института штата Массачусетс [46].

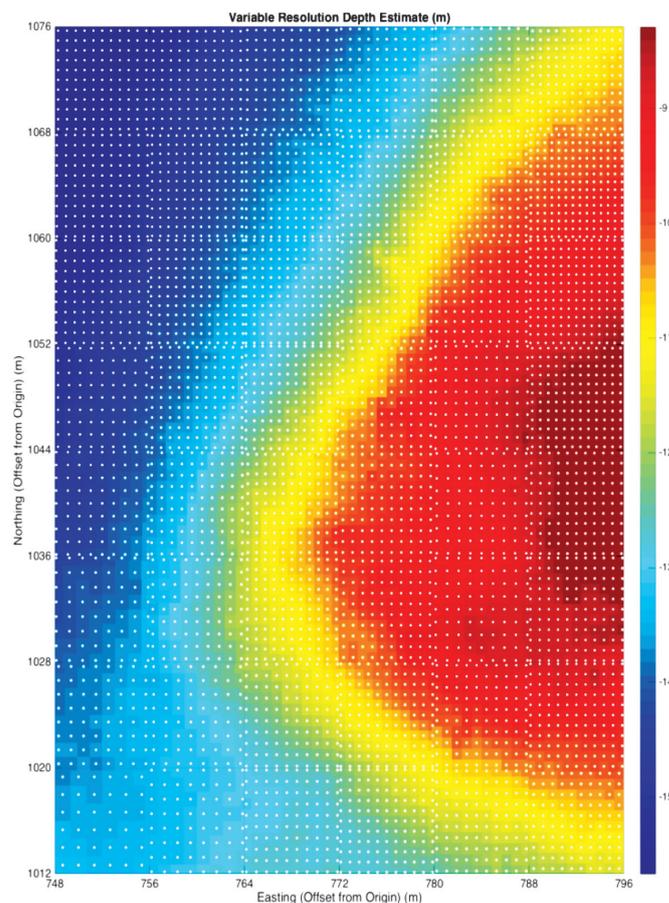


Рис. 2. Тестовый пример оценки глубины с переменным разрешением

На рис. 2 представлена гридированная сетка элементов, каждый из которых ограничен тем, что полностью находится внутри родительской базовой ячейки с низким разрешением с диапазоном 8 м по оси абсцисс и ординат. Цветовая палитра в виде правой вертикальной шкалы обозначает измеренные глубины. Белыми точками отмечены местоположения гридированных фиксаций восстановления глубины с переменным разрешением, полученных аппроксимационным путем из оценок плотности данных гидрографической съемки. Оцифровка на координатных осях обозначает границы родительских ячеек, содержащих гридированные данные в виде белых точек. В процессе анализа рис. 2 отчетливо проявляется феномен *лестничного эффекта*, закономерности визуализации которого показаны на рис. 1.

Статическое разбиение на блоки гридированных данных в виде прямоугольных родительских ячеек с приблизительно равным общим количеством наблюдений (см. рис. 2) автоматизирует задачу оценки батиметрических измерений при использовании математических алгоритмов параллельной обработки информации. Поэтому логической связи между базовыми блоками или дополнительной балансировки алгоритмической нагрузки не требуется [46]. Алгоритм параллельной обработки информации предполагает использование дополнительных вычислительных ресурсов, предлагая альтернативный подход ускорения расчетных операций для систем с большим количеством измерительных результатов.

Метод наименьших квадратов в модифицированном сплайновом представлении позволяет организовать устойчивую в вычислительном смысле расчетную процедуру за счет реализации стратегии распараллеливания вычислительных операций. Разработанная модифицированная формула с симметричным клеточным матричным распределением фактически является математической декомпозицией алгоритма синтеза навигационной изоповерхности, что позволяет равномерно распараллелить вычисления на многопроцессорной технике и проводить серии вычислительных экспериментов с многоточечным набором гридированных данных в течение минимизированного компьютерного времени [47].

С математической точки зрения рис. 3 является трехмерной визуализацией плоскостного варианта представления информации, касающейся оценки глубины с переменным разрешением, выполненной на рис. 2.

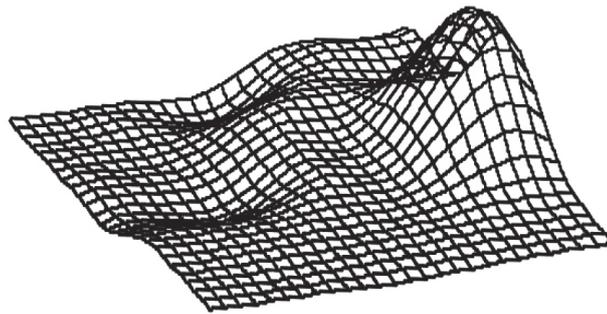


Рис. 3. Трехмерная визуализация синтезированного картографирования топографии дна акватории Вудс-Хоул

При сопоставлении рис. 2 и 3 явно определяется информационная идентичность. Так, например, ярко выраженный топографический всплеск на рис. 3 соответствует бордовому цвету минимальной глубины в средней части с правой стороны рис. 2 или ландшафтный наклон в левом верхнем углу рис. 3 отображает максимум батиметрии (темно-синий оттенок в левом верхнем углу рис. 2).

В качестве основы гридированных данных для реализации сплайновой технологии использовалась матрица размером 7×9 в соответствии с метрической координатной оцифровкой при общем числе снятых с рис. 2 шестидесяти трех реперных точек измерительных фиксаций глубины в метрах. По широте были задействованы семь узловых точек, по долготе — девять точек. С целью

достижения реалистичности изображения вводились дополнительные узловые точки на основе принципа деления начальных сеточных сегментов пополам.

Геометрический фактор синтезированной изоповерхности, позволяющий осуществить центровку компьютерного изображения в случае смещения граничных участков изоповерхности за фактические размеры экрана, был задан равным безразмерному значению 180. Фактическое синтезирование изоповерхности топографии морского дна реализовано на основе апробированной гибридной *B*-сплайновой модели [15], [47].

Сплайновую батиметрическую поверхность можно рассматривать как картографированный эталон информативности в задаче автономной навигации по рельефу морского дна в виде аналогичного варианта корреляционно-экстремальной навигации [48]. В процессе навигации с синхронным представлением данных батиметрии на дисплее ЭКНИС при реализации концепции «безбумажной навигации» обеспечивается наглядное безопасное судовождение в условиях минимального запаса под килем в неафилированной с зарубежным программным обеспечением графической среде трехмерной визуализации топографии подводного рельефа.

При программной реализации в бортовом компьютере алгоритма, основанного на прогрессивной технологии теории приближения функций, появляется возможность оперативного маневрирования крупнотоннажным судном в сложных навигационных обстоятельствах при условии постоянной демонстрации судоводителю данных глубины в наглядной графической форме. С учетом возможности параллельного расчета приливо-отливных явлений на запланированное время прохода судна в конкретном географическом районе визуализированная информация является критически важной для безопасной проработки перехода. Стратегически батиметрическая навигация в реализации на основе использования метода сплайн-функций служит интеллектуальным дополнением подъема карты, тактически апробированным на основе усовершенствованного математического метода моделирования рельефа дна.

Обсуждение (Discussion)

Под змеевидной формой изобаты понимается сплайновая кривая, в которой ограничения и плавность выражаются через условную *внешнюю* и *внутреннюю* энергии, определенные из производных алгебраической кривой [49]. Внешняя составляющая интерпретируется как градиентный векторный поток, под которым понимается динамичное векторное поле, полученное из минимизации определенного энергетического функционала в вариационной структуре [50], [51]. Змеевидная линия активного контура глубины формируется под воздействием градиента потенциальной функции как влияние внешних сил, формализуемых из условия энергетического баланса. Исходя из внешних соображений, многозвенный функционал инициализирует в физическом аналоге нить, на которую условно задают напряжение, при этом сама нить проходит между алгоритмическими ограничениями, неизбежно вырождаясь в активную линию змеевидной геометрической формы как внешнее проявление *напряженного сплайна*. Гладкая «склейка» серпантина последовательных кусочных групп обеспечивается оптимальным заданием условий непрерывности производных аппроксимированной навигационной функции в местах стыковки отдельных фрагментов.

Гибким преимуществом «сплайн змеи», сформированной на основе веера градиентов, по сравнению с классическим сплайновым серпантином, является способность к деформации стандартной изобаты в вогнутые области, что априорно согласуется с безопасностью визуализации изобаты на электронной карте [52]. В качестве дополнительного преимущества деформируемых моделей необходимо отметить такое алгоритмическое свойство, как гарантированное получение непересекающихся кривых, поскольку изобаты никогда не должны пересекаться [53]. Данное условие представляется ключевым в вопросе визуализации изобат на любой морской карте, так как *ситуация пересечения изобат является недопустимой в картографии*.

С введением понятия *веера градиентов* задачи синтезирования навигационных изолиний могут быть эффективно решены на основе использования единообразной методологии [54]. Предлагается каждый раз осуществлять построение мгновенного вектора градиента вместо линии положения

к ее сплайновой аналогии, заменяющей оригинальную изолинию многозвенником из сопряженных сплайновых сегментов, напоминающих по геометрическому виду змеиный серпантин. Идея практического применения веера градиентов оптимально реализуется в рамках общей идеи создания многофункционального программного обеспечения на основе обобщения классических постулатов математических основ судовождения для их универсального использования в бортовых компьютерах перспективных автоматизированных навигационных комплексов. Градиентный подход к проблемам автоматизации судовождения при параллельном использовании методов сплайн-функций можно понимать как развитие *общей теории навигационных изолиний* и *обобщенной теории линий положения* одновременно с применением достижений прогрессивной математики. Представляется целесообразным в вопросах обработки навигационной информации апробировать практическое применение спектра градиентов навигационной функции.

В классическом варианте максимальное изменение навигационной функции принято характеризовать понятием *обобщенного вектора градиента*, направленного в сторону возрастания навигационной функции по нормали к линии положения, заменяющей изолинию в районе счислимой точки. При постановке задачи генерирования изолиний сплайн-функциями автоматически появляется теоретическая допустимость феномена существования веера градиентов, каждый из которых организован по каноническому правилу математических основ судовождения, но с персональной ортогональной ориентировкой на каждом отрезке кусочной ломаной линии в результирующей процедуре аппроксимации изолинии всей области определения навигационной функции. Тем самым вводится понятие *сплайн-градиента* для более полного понимания классического вектора градиента с единственным отличием в построении по нормали к сплайновому фрагменту, аппроксимирующему изолинию в данной окрестности, а не к условной касательной линии или хорде. Из сути предлагаемого подхода возникает ситуация фактической возможности оперирования веером сплайн-градиентов в современном судовождении, что позволяет предположить практическую реалистичность математической сути перспективного метода при обработке навигационной информации в рамках сплайновой концепции. В соответствии с поиском альтернативной точки зрения по вопросам современного понимания проблем обработки навигационной информации выдвигается гипотеза о допустимости факта изменения ориентации вектора градиента в каждой точке навигационной изолинии при условии сохранения значения модуля градиента.

Данное исследование в развитие допустимого предположения определяет исключительную применимость методов сплайн-функций для новой трактовки понятия градиента и формирования принципов практического применения нового термина в процессе обработки навигационной информации. С введением понятия *сплайн-градиента* оперативно решаются важнейшие задачи судовождения: уточненное определение места судна и априорная оценка его точности. Градиент есть векторная характеристика сплайна как аппроксиматора навигационной изолинии, инвариантного преобразования координатных систем при переходе от локальных прямоугольных координат к географической широте и долготе. Сплайн-градиент также является векторной величиной, определяющей направление максимально быстрого роста аппроксимированного навигационного параметра и численно равной первой производной восстановленного параметра данного направления. Сплайн-градиент можно оценивать как фактор, определяющий фактическую точность местоположения. Поэтому при анализе архитектуры веера сплайн-градиентов необходимо теоретически учитывать факт влияния каждого вектора градиента погрешности измерений навигационного параметра. Для уменьшения погрешности местоположения необходимо стремиться к геометрическому расширению веера сплайн-градиентов как точностной характеристике изометрии поля навигационных параметров.

При исследовании нового понятия сплайн-градиента необходимо отметить, что традиционно в публикациях по судовождению демонстрируются, как правило, простые изолинии при наличии одного вектора-градиента на всю конфигурацию представленной изолинии на основе необоснованного предположения о неизменности вектора градиента в геометрических пределах изолинии. В связи с этим особую актуальность предлагаемый подход приобретает в ситуации оперирования сложными

изолиниями [27]. Такой эмпирической кривой, например, является *безопасная изобата*, которая, практически, служит гарантом от посадки судна на мель в морской акватории, находящейся за ее контуром. Математическое описание безопасной изобаты необходимо применять на основе методов сплайн-функций для автоматизации процесса выбора оптимальной сплайн-траектории информативного маршрута судна в корреляционно-экстремальной навигации при изолинейном плавании [55].

При апробировании данного подхода с использованием специализированного программного обеспечения бортового компьютера в структуре навигационного автоматизированного комплекса измеряемые параметры изолинии по формулам могут быть типовым способом пересчитаны в географические координаты с целью постоянного контроля позиционирования любого подвижного объекта в автономном режиме на электронных средствах мониторинга. Компьютерная визуализация программированного движения судна предоставляет возможность оказания интеллектуальной помощи штурману в стратегии мгновенного определения места судна при любых обстоятельствах плавания. Апробированные на методах сплайн-функций алгоритмы могут служить гармонизированной поддержкой судоводительскому составу при принятии грамотного решения по управлению судном.

Выводы (Summary)

Проведенное исследование создания сплайновой цифровой модели оперирования гридированными данными как сплайнового принципа электронного картографирования рельефа дна судходных акваторий позволяет сделать следующие выводы:

1. Проведен анализ влияния технологий автоматизированной обработки результатов батиметрической съемки на потенциал человеческого фактора при трансформации полиграфических картографических продуктов в цифровые.

2. Выполнен аналитический обзор проблематики использования постулата гридированных данных при создании перспективных ЭЖНИС с целью эффективной визуализации атрибутов электронной карты.

3. Реализована концепция навигационной изоповерхности на конкретном тестовом примере оперированием экспериментальными гридированными данными.

4. Математический алгоритм двумерной *B*-сплайновой аппроксимации адаптирован под моделирование детального профиля подводного рельефа с требуемыми морфологическими свойствами для безопасности судовождения.

5. Апробирован принцип построения электронных изобат на электронной карте как частного случая навигационной изоповерхности в соответствии с практическим применением *B*-сплайновой «модели змеи» для формирования серпантинной конфигурации линии активного контура глубины.

6. Представлена трехмерная визуализация цифровых моделей батиметрической съемки на основе базисных финитных сплайнов.

7. Разработан пакет прикладных паскаль-программ применительно к задаче компьютерной визуализации батиметрического ландшафта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Skopelti A. Depth Contours and Coastline Generalization for Harbour and Approach Nautical Charts / A. Skopelti, L. Tsoulos, S. Pe'eri // ISPRS International Journal of Geo-Information. — 2021. — Vol. 10. — Is. 4. — Pp. 197. DOI: 10.3390/ijgi10040197.

2. Eren F. Total Vertical Uncertainty (TVU) Modeling for Topo-Bathymetric LIDAR Systems / F. Eren, J. Jung, C. E. Parrish, N. Sarkozi-Forfinski, B. R. Calder // Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. — 2019. — Vol. 85. — Is. 8. — Pp. 585–596. DOI: 10.14358/PERS.85.8.585.

3. Skopelti A. Nautical Charts Generalization: A Pragmatic Approach / A. Skopelti, L. Tsoulos, L. Stamou, S. Pe'eri // Abstracts of the International Cartographic Association. — 2021. — Vol. 3. — Pp. 267. DOI: 10.5194/ica-abs-3-267-2021.

4. *Dyer N.* Label-based generalization of bathymetry data for hydrographic sounding selection / N. Dyer, C. Kas-trisios, L. De Florian / *Cartography and Geographic Information Science*. — 2022. — Vol. 49. — Is. 4. — Pp. 338–353. DOI: 10.1080/15230406.2021.2014974.

5. *Skopelti A.* Generalization of Soundings across Scales: From DTM to Harbour and Approach Nautical Charts / A. Skopelti, L. Stamou, L. Tsoulos, S. Pe'eri // *ISPRS International Journal of Geo-Information*. — 2020. — Vol. 9. — Is. 11. — Pp. 693. DOI: 10.3390/ijgi9110693.

6. *Glang G.* NOAA Harnesses Digital Technology to Improve Navigational Intelligence / G. Glang, S. Smith, D. Forsythe // *Marine Technology Society Journal*. — 2015. — Vol. 49. — Is. 2. — Pp. 159–166. DOI: 10.4031/MTSJ.49.2.4.

7. *Bannari A.* MBES-CARIS Data Validation for Bathymetric Mapping of Shallow Water in the Kingdom of Bahrein on the Arabian Gulf / A. Bannari, G. Kadhem // *Remote Sensing*. — 2017. — Vol. 9. — Is. 4. — Pp. 385. DOI: 10.3390/rs9040385.

8. *Guilbert E.* B-spline Curve Smoothing for Isobathymetric Line Generalization / E. Guilbert, H. Lin // *Geographic Information Sciences*. — 2005. — Vol. 11. — Is. 2. — Pp. 78–86. DOI: 10.1080/10824000509480603.

9. *Miao D.* Gradual generalization of nautical chart contours with a cubic B-spline snake model / D. Miao, B. Calder // *2013 OCEANS — San Diego*. — IEEE, 2013. DOI: 10.23919/OCEANS.2013.6741201.

10. *Guilbert E.* Cartographic generalization of lines based on B-spline snake model / E. Guilbert, E. Saux // *International Journal of Geographical Information Science*. — 2008. — Vol. 22. — Is. 8. — Pp. 847–870. DOI: 10.1080/13658810701689846.

11. *Smith S. M.* The Navigation Surface: A New Database Approach to Creating Multiple Products from High-Density Surveys / S. M. Smith, L. Alexander, A. A. Armstrong // *The International Hydrographic Review*. — 2002. — Vol. 3. — № 2. — Pp. 12–26.

12. *Calder B. R.* Automatic processing of high-rate, high-density multibeam echosounder data / B. R. Calder, L. A. Mayer // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. — 2003. — Vol. 4. — Is. 6. — Pp. 1048. DOI: 10.1029/2002GC000486.

13. *Rasheed S.* An Improved Gridded Bathymetric Data Set and Tidal Model for the Maldives Archipelago / S. Rasheed, S. C. Warder, Y. Plancherel, M. D. Piggott // *Earth and Space Science*. — 2021. — Vol. 8. — Is. 5. — Pp. e2020EA001207. DOI: 10.1029/2020EA001207.

14. *Li Z.* Geospatial Big Data Handling with High Performance Computing: Current Approaches and Future Directions / Z. Li // *High Performance Computing for Geospatial Applications*. — Springer, Cham, 2020. — Pp. 53–76. DOI: 10.1007/978-3-030-47998-5_4.

15. *Ююкин И. В.* Оптимизация моделирования навигационной изоповерхности методами базисных финитных сплайнов / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2019. — Т. 11. — № 2. — С. 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.

16. *Dewi R. S.* The application of satellite derived bathymetry for coastline mapping / R. S. Dewi, I. Sofian, Suprajaka // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. — IOP Publishing, 2022. — Vol. 950. — Pp. 012088. DOI: 10.1088/1755-1315/950/1/012088.

17. *Dewi R. S.* Integrating Multisource of Bathymetry Data for Updating Basepoint and Baseline Positions of Maritime Boundary / R. S. Dewi, T. R. N. Rachma, I. Sofian, N. Oktaviani, A. N. Safi'i, Suprajaka, A. Rima-yanti, E. Artanto // *Geographia Technica*. — 2022. — Vol. 17. — Is. 1. — Pp. 18–32. DOI: 10.21163/GT_2022.171.02.

18. *Зубченко Э. С.* Навигационная поверхность — новая форма цифровой модели для представления данных съемки рельефа дна в интересах повышения безопасности мореплавания / Э. С. Зубченко // *Навига-ция и гидрография*. — 2008. — № 27. — С. 77–93.

19. *Libina N. V.* Methods of Processing and Analyzing Digital Elevation Models of Bottom / N. V. Libina // *Oceanology*. — 2022. — Vol. 62. — Is. 2. — Pp. 278–285. DOI: 10.1134/S00001437022020126.

20. *Costan A.* Grid Data Handling / A. Costan // *Computational and Data Grids: Principles, Applications and Design*. — Hershey: Information Science Reference, 2012. — Pp. 112–139. DOI: 10.4018/978-1-61350-113-9.ch005.

21. *Hell B.* Gridding heterogeneous bathymetric data sets with stocked continuous curvature splines in ten-sion / B. Hell, M. Jakobsson // *Marine Geophysical Research*. — 2011. — Vol. 32. — Is. 4. — Pp. 493–501. DOI: 10.1007/s11001-011-9141-1.

22. *Wlodarczyk-Sielicka M.* Interpolating Bathymetric Big Data for an Inland Mobile Navigation System / M. Wlodarczyk-Sielicka, N. Wawrzyaniak // *Information Technology and Control*. — 2018. — Vol. 47. — № 2. — Pp. 338–348. DOI: 10.5755/j01.itc.47.2.19561.

23. Ююкин И. В. Применение метода сплайн-функций при компьютерной визуализации подводного рельефа / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 1. — С. 64–79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.
24. Sourì A. H. Dealing with spatial heterogeneity in pointwise-to-gridded-data comparisons / A. H. Sourì, K. Chance, K. Sun, X. Liu, M. S. Johnson // Atmospheric Measurement Techniques. — 2022. — Vol. 15. — Is. 1. — Pp. 41–59. DOI: 10.5194/amt-15-41-2022.
25. Shimada K. Creation of a Gridded Dataset for the Southern Ocean with a Topographic Constraint Scheme / K. Shimada, S. Aoki, K. I. Ohshima // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. — 2017. — Vol. 34. — Is. 3. — Pp. 511–532. DOI: 10.1175/JTECH-D-16-0075.1.
26. Contarinis S. The Value of Marine Spatial Open Data Infrastructures — Potentials of IHO S-100 Standard to Become the Universal Maritime Data Model / S. Contarinis, A. Pallikaris, B. Nakos // Journal of Marine Science and Engineering. — 2020. — Vol. 8. — Is. 8. — Pp. 564. DOI: 10.3390/jmse8080564.
27. Ююкин И. В. Синтез кубическими сплайнами искажённой изолинии в аспекте использования дифференциального режима спутниковой навигации / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 3. — С. 341–358. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-341-358.
28. Smith W. H. F. Gridding with Continuous Curvature Splines in Tension / W.H.F. Smith, P. Wessel // Geophysics. — 1990. — Vol. 55. — Is. 3. — Pp. 293–305. DOI: 10.1190/1.1442837.
29. Bi D.-A. K. Accuracy and convergence of the curvature and normal vector discretizations for 3D static and dynamic front-tracking interfaces / D.-A.K. Bi, M. Tavares, E. Chenier, S. Vincent // Journal of Computational Physics. — 2022. — Vol. 461. — Pp. 111197. DOI: 10.1016/j.jcp.2022.111197.
30. Ююкин И. В. Поиск ошибок в базе навигационных данных методом визуализации сплайновой изоповерхности / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 3. — С. 481–491. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-3-481-491.
31. Segeth K. Some splines produced by smooth interpolation / K. Segeth // Applied Mathematics and Computation. — 2018. — Vol. 319. — Pp. 387–394. DOI: 10.1016/j.amc.2017.04.022.
32. Davydov O. A tension approach to controlling the shape of cubic spline surfaces on FVS triangulations / O. Davydov, C. Manni // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2010. — Vol. 233. — Is. 7. — Pp. 1674–1684. DOI: 10.1016/j.cam.2009.02.099.
33. Ююкин И. В. Интерполяция навигационной функции сплайном лагранжева типа / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 1. — С. 57–70. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-57-70.
34. Guilbert E. B-Spline Curve Smoothing under Position Constraints for Line Generalization / E. Guilbert, H. Lin // Proceedings of the 14th annual ACM International Symposium on Advances in Geographic Information Systems (GIS'06). — ACM, 2006. — Pp. 3–10. DOI: 10.1145/1183471.1183474.
35. Weatherall P. A new digital bathymetric model of the world's ocean / P. Weatherall, K. M. Marks, M. Jakobsson, T. Schmitt, S. Tani, J. E. Arndt, M. Rovere, D. Chayes, V. Ferrini, R. Wigley // Earth and Space Science. — 2015. — Vol. 2. — Is. 8. — Pp. 331–345. DOI: 10.1029/2015EA000107.
36. Ююкин И. В. Сплайновое синтезирование картографированного эталона информативности поля в задаче корреляционно-экстремальной навигации / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 1. — С. 25–39. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-1-25-39.
37. Li X. Smooth and collision-free trajectory generation in cluttered environments using cubic B-spline form / X. Li, X. Gao, Z. Wei, L. Hao // Mechanism and Machine Theory. — 2022. — Vol. 169. — Pp. 104606. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104606.
38. Ammad M. Cubic B-spline curve interpolation with arbitrary derivatives on its data points / M. Ammad, A. Ramli // 2019 23rd International Conference in Information Visualization — Part II. — IEEE, 2019. — Pp. 156–159. DOI: 10.1109/IV-2.2019.00038.
39. Ююкин И. В. Сплайн-интерполяция навигационных изолиний / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 6. — С. 1026–1036. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-1026-1036.
40. Balta C. Dynamic Centripetal Parametrization Method for B-spline Curve Interpolation / C. Balta, S. Ozturk, M. Kuncan, I. Kandilli // IEEE Access. — 2019. — Vol. 8. — Pp. 589–598. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2961412.

41. *Barrera D.* On nonpolynomial monotonicity-preserving C^1 spline interpolation / D. Barrera, S. Eddarani, A. Lamnii, M. Oraiche // *Computational and Mathematical Methods*. — 2021. — Vol. 3. — Is. 4. — Pp. e1160. DOI: 10.1002/cmm4.1160.
42. *Wang Y.* Adaptive B-Snake model using shape and appearance information for object segmentation / Y. Wang, Z. Hou, X. Yang, K. Lim // *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*. — 2011. — Vol. 27. — Is. 5. — Pp. 633–649. DOI: 10.1002/cnm.1410.
43. Ююкин И. В. Перспективная магнитная навигация с использованием метода сплайн-функций для оптимального формирования эталона картографирования / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2022. — Т. 14. — № 4. — С. 519–534. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-4-519-534.
44. *Dung V. T.* A direct method to solve optimal knots of B-spline curves: An application for non-uniform B-splines curves fitting / V. T. Dung, T. Tjahjowidodo // *PLoS one*. — 2017. — Vol. 12. — Is. 2. — Pp. e0173857. DOI: 10.1371/journal.pone.0173857.
45. *Campbell B. K.* An arbitrarily high-order three-dimensional Cartesian-grid method for reconstructing interfaces from volume fraction fields / B. K. Campbell // *Journal of Computational Physics*. — 2021. — Vol. 426. — Pp. 109727. DOI: 10.1016/j.jcp.2020.109727.
46. *Calder B. R.* Parallel Variable-Resolution Bathymetric Estimation with Static Load Balancing / B. R. Calder // *Computers & Geosciences*. — 2019. — Vol. 123. — Pp. 73–82. DOI: 10.1016/j.cageo.2018.11.011.
47. Ююкин И. В. Модификация метода наименьших квадратов для сплайн-аппроксимации навигационной изоповерхности / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2019. — Т. 11. — № 4. — С. 631–639. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-4-631-639.
48. Ююкин И. В. Корреляционно-экстремальная навигация по геофизическим полям на основе использования сплайновой технологии / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2021. — Т. 13. — № 4. — С. 505–517. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517.
49. *Xu C.* Snakes, shapes, and gradient vector flow / C. Xu, J. L. Prince // *IEEE Transactions on Image Processing*. — 1998. — Vol. 7. — Is. 3. — Pp. 359–369. DOI: 10.1109/83.681186.
50. *Xu C.* Gradient Vector Flow: A New External Force for Snakes / C. Xu, J. L. Prince // *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. — IEEE, 1977. — Pp. 66–71. DOI: 10.1109/CVPR.1977.609299.
51. *Chucherd S.* Phase Portrait Analysis for Multiresolution Generalized Gradient Vector Flow / S. Chucherd, A. Rodtook, S. S. Makhanov // *IEICE Transactions on Information and Systems*. — 2010. — Vol. 93. — Is. 10. — Pp. 2822–2835. DOI: 10.1587/transinf.E93.D.2822.
52. *Xu C.* Gradient Vector Flow / C. Xu, J. L. Prince // *Computer Vision*. — Springer, Cham, 2021. — Pp. 540–546. DOI: 10.1007/978-3-030-63416-2_712.
53. *Han X.* A topology preserving level set method for geometric deformable models / X. Han, C. Xu, J. L. Prince // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. — 2003. — Vol. 25. — Is. 6. — Pp. 755–768. DOI: 10.1109/TPAMI.2003.1201824.
54. *Yuyukin I. V.* Configuring the fan of spline gradients when approximating the navigational isoline with a linear piecewise functional / I. V. Yuyukin // *Journal of Physics: Conference Series*. — IOP Publishing, 2021. — Vol. 2032. — № 1. — Pp. 012054. DOI: 10.1088/1742-6596/2032/1/012054.
55. Ююкин И. В. Оптимальная сплайн-траектория информативного маршрута судна в корреляционно-экстремальной навигации / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2022. — Т. 14. — № 2. — С. 230–247. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-2-230-247.

REFERENCES

1. Skopelti, Andriani, Lysandros Tsoulos, and Shachak Pe'eri. "Depth Contours and Coastline Generalization for Harbour and Approach Nautical Charts." *ISPRS International Journal of Geo-Information* 10.4 (2021): 197. DOI: 10.3390/ijgi10040197.
2. Eren, Firat, Jaehoon Jung, Christopher E. Parrish, Nicholas Sarkozi-Forfinski, and Brian R. Calder. "Total Vertical Uncertainty (TVU) Modeling for Topo-Bathymetric LIDAR Systems." *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* 85.8 (2019): 585–596. DOI: 10.14358/PERS.85.8.585.

3. Skopelti, Andriani, Lysandros Tsoulos, Leda Stamou, and Shachak Pe'eri. "Nautical Charts Generalization: A Pragmatic Approach." *Abstracts of the International Cartographic Association* 3 (2021): 267. DOI: 10.5194/ica-abs-3-267-2021.
4. Dyer, Noel, Christos Kastrisios, and Leila De Florian. "Label-based generalization of bathymetry data for hydrographic sounding selection." *Cartography and Geographic Information Science* 49.4 (2022): 338–353. DOI: 10.1080/15230406.2021.2014974.
5. Skopelti, Andriani, Leda Stamou, Lysandros Tsoulos, and Shachak Pe'eri. "Generalization of Soundings across Scales: From DTM to Harbour and Approach Nautical Charts." *ISPRS International Journal of Geo-Information* 9.11 (2020): 693. DOI: 10.3390/ijgi9110693.
6. Glang, Gerd, Shepard Smith, and Dawn Forsythe. "NOAA Harnesses Digital Technology to Improve Navigational Intelligence." *Marine Technology Society Journal* 49.2 (2015): 159–166. DOI: 10.4031/MTSJ.49.2.4.
7. Bannari, Abderrazak, and Ghadeer Kadhem. "MBES-CARIS Data Validation for Bathymetric Mapping of Shallow Water in the Kingdom of Bahrain on the Arabian Gulf." *Remote Sensing* 9.4 (2017): 385. DOI: 10.3390/rs9040385.
8. Guilbert, Eric, and Hui Lin. "B-spline curve smoothing for isobathymetric line generalization." *Geographic Information Sciences* 11.2 (2005): 78–86. DOI: 10.1080/10824000509480603.
9. Miao, Dandan, and Brian Calder. "Gradual generalization of nautical chart contours with a cubic B-spline snake model." *OCEANS-San Diego*. IEEE, 2013. DOI: 10.23919/OCEANS.2013.6741201.
10. Guilbert, Eric, and Eric Saux. "Cartographic generalization of lines based on B-spline snake model." *International Journal of Geographical Information Science* 22.8 (2008): 847–870. DOI: 10.1080/13658810701689846.
11. Smith, Shepard M., Lee Alexander, and Andrew A. Armstrong. "The navigation surface: A new database approach to creating multiple products from high-density surveys." *The International Hydrographic Review* 3.2 (2002): 12–26.
12. Calder, Brian R., and Larry A. Mayer. "Automatic processing of high-rate, high-density multibeam echosounder data." *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* 4.6 (2003): 1048. DOI: 10.1029/2002GC000486.
13. Rasheed, Shuaib, Simon C. Warder, Yves Plancherel, and Matthew D. Piggott. "An Improved Gridded Bathymetric Data Set and Tidal Model for the Maldives Archipelago." *Earth and Space Science* 8.5 (2021): e2020EA001207. DOI: 10.1029/2020EA001207.
14. Li, Zhenlong. "Geospatial Big Data Handling with High Performance Computing: Current Approaches and Future Directions." *High Performance Computing for Geospatial Applications*. Springer, Cham, 2020. 53–76. DOI: 10.1007/978-3-030-47998-5_4.
15. Yuyukin, Igor V. "Optimization of navigational isosurface simulation by the methods of basic finite splines." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.2 (2019): 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.
16. Dewi, Ratna, Ibnu Sofian, and Suprajaka. "The application of satellite derived bathymetry for coastline mapping." *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. Vol. 950. IOP Publishing, 2022. DOI: 10.1088/1755-1315/950/1/012088.
17. Dewi, Ratna Sari, Tia Rizka Nazula Rachma, Ibnu Sofian, Nadya Oktaviani, Ayu Nur Safi'i, Suprajaka, Astrit Rimayanti, and Eko Artanto. "Integrating Multisource of Bathymetry Data for Updating Basepoint and Baseline Positions of Maritime Boundary." *Geographia Technica* 17.1 (2022): 18–32. DOI: 10.21163/GT_2022.171.02.
18. Zubchenko, E.S. "Navigatsionnaya poverkhnost' — novaya forma tsifrovoy modeli dlya predstavleniya dannykh s'emki rel'efa dna v interesakh povysheniya bezopasnosti moreplavaniya." *Navigatsiya i gidrografiya* 27 (2008): 77–93.
19. Libina, Natalia V. "Methods of Processing and Analyzing Digital Elevation Models of Bottom." *Oceanology* 62.2 (2022): 278–285. DOI: 10.1134/S00001437022020126.
20. Costan, Alexandru. "Grid Data Handling." *Computational and Data Grids: Principles, Applications and Design*. Hershey: Information Science Reference, 2012. 112–139. DOI: 10.4018/978-1-61350-113-9.ch005.
21. Hell, Benjamin, and Martin Jakobsson. "Gridding heterogeneous bathymetric data sets with stocked continuous curvature splines in tension." *Marine Geophysical Research* 32.4 (2011): 493–501. DOI: 10.1007/s11001-011-9141-1.
22. Włodarczyk-Sielicka, Marta, and Natalia Wawrzyaniak. "Interpolating Bathymetric Big Data for an Inland Mobile Navigation System." *Information Technology and Control* 47.2 (2018): 338–348. DOI: 10.5755/j01.itc.47.2.19561.

23. Yuyukin, Igor V. “Application of the spline-functions method in computer visualization of underwater relief.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.1 (2021): 64–79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.

24. Souri, Amir H., Kelly Chance, Kong Sun, Xiong Liu, and Matthew S. Johnson. “Dealing with spatial heterogeneity in pointwise-to-gridded- data comparisons.” *Atmospheric Measurement Techniques* 15.1 (2022): 41–59. DOI: 10.5194/amt-15-41-2022.

25. Shimada, Keishi, Shigeru Aoki, and Kay I. Ohshima. “Creation of a Gridded Dataset for the Southern Ocean with a Topographic Constraint Scheme.” *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 34.3 (2017): 511–532. DOI: 10.1175/JTECH-D-16-0075.1.

26. Contarinis, Stelios, Athanasios Pallikaris, and Byron Nakos. “The Value of Marine Spatial Open Data Infrastructures — Potentials of IHO S-100 Standard to Become the Universal Maritime Data Model.” *Journal of Marine Science and Engineering* 8.8 (2020): 564. DOI: 10.3390/jmse8080564.

27. Yuyukin, Igor V. “Cubic spline synthesis of a distorted isoline in the aspect of using differential mode of satellite navigation.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.3 (2021): 341–358. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-341-358.

28. Smith, Walter H. F., and Paul Wessel. “Gridding with Continuous Curvature Splines in Tension.” *Geophysics* 55.3 (1990): 293–305. DOI: 10.1190/1.1442837.

29. Bi, Desir-Andre Koffi, Mathilde Tavares, Eric Chenier, and Stephane Vincent. “Accuracy and convergence of the curvature and normal vector discretizations for 3D static and dynamic front-tracking interfaces.” *Journal of Computational Physics* 461 (2022): 111197. DOI: 10.1016/j.jcp.2022.111197.

30. Yuyukin, Igor V. “Search for errors in the base of navigation data by the method of spline isosurface visualization.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.3 (2020): 481–491. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-3-481-491.

31. Segeth, Karel. “Some splines produced by smooth interpolation.” *Applied Mathematics and Computational* 319 (2018): 387–394. DOI: 10.1016/j.amc.2017.04.022.

32. Davydov, Oleg, and Carla Manni. “A tension approach to controlling the shape of cubic spline surfaces on FVS triangulations.” *Journal of Computational and Applied Mathematics* 233.7 (2010): 1674–1684. DOI: 10.1016/j.cam.2009.02.099.

33. Yuyukin, Igor V. “Interpolation of navigational function by lagrange type spline.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.1 (2020): 57–70. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-57-70.

34. Guilbert, Eric, and Hui Lin. “B-Spline Curve Smoothing under Position Constraints for Line Generalization.” *Proceedings of the 14th annual ACM International Symposium on Advances in Geographic Information Systems (GIS'06)*. ACM, 2006. 3–10. DOI: 10.1145/1183471.1183474.

35. Weatherall, Pauline, Karen M. Marks, Martin Jakobsson, Thierry Schmitt, Shin Tani, Jan Erik Arndt, Marzia Rovere, Dale Chayes, Vicki Ferrini, and Rochelle Wigley. “A new digital bathymetric model of the world’s ocean.” *Earth and Space Science* 2.8 (2015): 331–345. DOI: 10.1002/2015EA000107.

36. Yuyukin, Igor V. “Spline synthesis of the charted reference of the field informativity in mission correlation-extreme navigation.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.1 (2022): 25–39. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-1-25-39.

37. Li, Xingchen, Xifeng Gao, Zhang Wei, and Lina Hao. “Smooth and collision-free trajectory generation in cluttered environments using cubic B-spline form.” *Mechanism and Machine Theory* 169 (2022): 104606. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104606.

38. Ammad, Muhammad, and Ahmad Ramli. “Cubic B-spline curve interpolation with arbitrary derivatives on its data points.” *2019 23rd International Conference in Information Visualization — Part II*. IEEE, 2019. 156–159. DOI: 10.1109/IV-2.2019.00038.

39. Yuyukin, Igor V. “Spline interpolation of navigational isolines.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.6 (2019): 1026–1036. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-1026-1036.

40. Balta, Cengiz, Sitki Ozturk, Melih Kuncan, and Ismet Kandilli. “Dynamic Centripetal Parametrization Method for B-spline Curve Interpolation.” *IEEE Access* 8 (2019): 589–598. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2961412.

41. Barrera, Domingo, Salah Eddargani, Abdellah Lamni, and Mohammed Oraiche. “On nonpolynomial monotonicity-preserving C^1 spline interpolation.” *Computational and Mathematical Methods* 3.4 (2021): e1160. DOI: 10.1002/cmm4.1160.

42. Wang, Yue, ZuJun Hou, Xulei Yang, and KartLeong Lim. “Adaptive B-Snake model using shape and appearance information for object segmentation.” *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering* 27.5 (2011): 633–649. DOI: 10.1002/cnm.1410.

43. Yuyukin, Igor V. “Perspective magnetic navigation with using the method of spline functions for optimal formation of the map-aided standard.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.4 (2022): 519–534. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-4-519-534.

44. Dung, Van Than, and Tegoeh Tjahjowidodo. “A direct method to solve optimal knots of B-spline curves: An application for non-uniform B-splines curves fitting.” *PLoS one* 12.3 (2017): e0173857. DOI: 10.1371/journal.pone.0173857.

45. Campbell, Bryce K. “An arbitrarily high-order three-dimensional Cartesian-grid method for reconstructing interfaces from volume fraction fields.” *Journal of Computational Physics* 426 (2021): 109727. DOI: 10.1016/j.jcp.2020.109727.

46. Calder, Brian R. “Parallel Variable-Resolution Bathymetric Estimation with Static Load Balancing.” *Computers & Geosciences* 123 (2019): 73–82. DOI: 10.1016/j.cageo.2018.11.011.

47. Yuyukin, Igor V. “Modification of the least squares method for spline approximation of navigational isosurface.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.4 (2019): 631–639. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-4-631-639.

48. Yuyukin, Igor V. “Correlation-extreme navigation through geophysical fields based on the use of spline technology.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.4 (2021): 505–517. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517.

49. Xu, Chenyang, and Jerry L. Prince. “Snakes, shapes, and gradient vector flow.” *IEEE Transactions on Image Processing* 7.3 (1998): 359–369. DOI: 10.1109/83.681186.

50. Xu, Chenyang, and Jerry L. Prince. “Gradient Vector Flow: A New External Force for Snakes.” *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE, 1977. 66–71. DOI: 10.1109/CVPR.1977.609299.

51. Chucherd, Sirikan, Annupan Rodtook, and Stanislav S. Makhanov. “Phase Portrait Analysis for Multiresolution Generalized Gradient Vector Flow.” *IEICE Transactions on Information and Systems* 93.10 (2010): 2822–2835. DOI: 10.1587/transinf.E93.D.2822.

52. Xu, Chenyang, and Jerry L. Prince. “Gradient Vector Flow.” *Computer Vision*. Springer, Cham, 2021. 540–546. DOI: 10.1007/978-3-030-63416-2_712.

53. Han, Xiao, Chenyang Xu and Jerry L. Prince. “A topology preserving level set method for geometric deformable models.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25.6 (2003): 755–768. DOI: 10.1109/TPAMI.2003.1201824.

54. Yuyukin, I.V. “Configuring the fan of spline gradients when approximating the navigational isoline with a linear piecewise functional.” *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 2032. No. 1. IOP Publishing, 2021. DOI: 10.1088/1742-6596/2032/1/012054.

55. Yuyukin, Igor V. “Optimal spline trajectory of the ship informative route in the map-aided navigation.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.2 (2022): 230–247. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-2-230-247.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Ююкин Игорь Викторович —
кандидат технических наук, доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени
адмирала С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: enigma_777@mail.ru,
kaf_nav@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Yuyukin, Igor V. —
PhD, associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: enigma_777@mail.ru,
kaf_nav@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 4 июля 2022 г.
Received: July 4, 2022.