

# ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ

DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-3-463-471

## OPTIMAL PULSE WIDTH MODULATION IN THE ELECTRIC DRIVE CONTROL SYSTEM

**I. V. Belousov, V. F. Samoseiko, A. V. Saushev**

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,  
St. Petersburg, Russian Federation

*The process of pulse width modulation (PWM) in the converter – electric motor system is considered. It is noted that the main task of pulse-width modulation of the voltage generated by the electron-key converter in the converter – electric motor system is to reduce current pulsations during the modulation period. It is proved that the dynamic process of changing the current in an electric machine on the PWM period can be approximated by an R, L-filter. It is established that the most important task of PWM is to minimize the current modulation error in the electric motor. The analysis of possible criteria for assessing the quality of the modulation process in electric drive control systems is carried out. It is shown that as an optimality criterion for assessing the quality of modulation in a converter – electric motor system, it is advisable to use an integral quadratic criterion of relative error, called local current dispersion, as well as the average value of local current dispersion over the period of the modulating function, called integral current dispersion. The process of single-phase modulation on a single-phase load is considered. Analytical estimates of the load current dispersion for this process are obtained. A condition, under which the current dispersion takes a minimum value, is recorded. The efficiency of pulse-width modulation optimization by the criterion of current dispersion is investigated. The average dispersion of currents in the load with a centrally symmetric arrangement of pulses on the modulation interval is taken as the base value of the dispersion. An expression that allows us to evaluate the efficiency of optimizing the current dispersion, taking into account the increment of the center of the modulation interval, is obtained. The dependence illustrating the efficiency of optimization by the criterion of pulse displacement relative to the center of the PWM interval on the relative frequency of modulation at different amplitudes of the modulating voltage is constructed. An expression is obtained for estimating the average value of the local current dispersion over the half-period of the modulating function.*

*Keywords: pulse width modulation, converter – electric motor system, optimal modulation criterion, load current dispersion.*

### **For citation:**

Belousov, Igor' V., Veniamin F. Samoseiko, and Alexander V. Saushev. "Optimal pulse width modulation in the electric drive control system." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.3 (2022): 463–471. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-3-463-471.

**УДК:621.341.572**

## ОПТИМАЛЬНАЯ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНАЯ МОДУЛЯЦИЯ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

**И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко, А. В. Саушев**

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

*Рассмотрен процесс широтно-импульсной модуляции в системе преобразователь – электродвигатель. Отмечается, что основной задачей широтно-импульсной модуляции напряжения, формируемого электронно-ключевым преобразователем в системе преобразователь – электродвигатель, является снижение пульсаций тока на периоде модуляции. Доказано, что динамический процесс изменения тока в электрической машине на периоде широтно-импульсной модуляции можно аппроксимировать R, L-фильтром.*

Установлено, что важнейшей задачей широтно-импульсной модуляции является минимизация ошибки модуляции по току в электродвигателе. Выполнен анализ возможных критериев оценки качества процесса модуляции в системах управления электроприводом. Показано, что в качестве критерия оптимальности для оценки качества модуляции в системе преобразователь – электродвигатель целесообразно использовать интегральный квадратичный критерий относительной ошибки, названный локальной дисперсией тока, а также среднее значение локальной дисперсии тока на периоде модулирующей функции, названное интегральной дисперсией тока. Рассмотрен процесс однофазной модуляции на однофазной нагрузке. Получены аналитические оценки дисперсии тока нагрузки для данного процесса. Записано условие, при котором дисперсия тока принимает минимальное значение. Исследована эффективность оптимизации широтно-импульсной модуляции по критерию дисперсии тока. В качестве базового значения дисперсии принята средняя дисперсия токов в нагрузке при центрально-симметричном расположении импульсов на интервале модуляции. Получено выражение, позволяющее оценить эффективность оптимизации дисперсии тока с учетом приращения центра интервала модуляции. Построена зависимость, иллюстрирующая эффективность оптимизации по критерию смещения импульсов относительно центра интервала широтно-импульсной модуляции от относительной частоты модуляции при различных амплитудах модулирующего напряжения. Получено выражение для оценки среднего значения локальной дисперсии тока на полупериоде модулирующей функции.

**Ключевые слова:** широтно-импульсная модуляция, система преобразователь – электродвигатель, критерий оптимальной модуляции, дисперсия тока нагрузки.

#### Для цитирования:

Белоусов И. В. Оптимальная широтно-импульсная модуляция в системе управления электроприводом / И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко, А. В. Саушев // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 3. — С. 463–471. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-3-463-471.

### Введение (Introduction)

В настоящее время наиболее широкое применение на практике находят системы частотно-регулируемого автоматизированного электропривода переменного тока. Важнейшим звеном этой системы является преобразователь электрической энергии, работа которого основана на принципе широтно-импульсной модуляции (ШИМ). Основной задачей ШИМ напряжения, формируемого электронно-ключевым преобразователем в системе преобразователь – электродвигатель, является снижение пульсаций тока на периоде модуляции [1]–[5]. Анализ литературных источников и проведенные экспериментальные исследования показывают, что переходные процессы в электроприводах переменного тока формируют таким образом, чтобы они имели колебательный характер. Это является необходимым условием для повышения быстродействия работы электропривода. Решение дифференциальных уравнений электрического равновесия, описывающих на основе второго закона Кирхгофа падения напряжений в схеме замещения электродвигателя, после преобразования Ляпунова относительно токов в обмотках электрической машины на интервале ШИМ могут быть представлены выражением

$$i_X = B_0 + \sum_{k=1}^n \exp(\delta_k \cdot \phi) \cdot (B_k \cdot \cos(\omega_k \cdot \phi) + C_k \cdot \sin(\omega_k \cdot \phi)), \quad (1)$$

где  $\delta_k$  и  $\omega_k$  — соответственно действительная и мнимая часть корня характеристического уравнения;  $B_0$ ,  $B_k$  и  $C_k$  — постоянные интегрирования;  $\phi \in [0; 1]$  — относительное время на интервале ШИМ.

Преобразование (1) используется с целью перехода от периодически меняющихся коэффициентов в исходных уравнениях машины к их постоянным значениям.

Важным вопросом обеспечения качественных процессов модуляции является выбор критерия, оценивающего этот процесс. В настоящее время известно достаточно большое количество методов, реализующих ШИМ, для сравнения которых используются критерии качества модулированного напряжения [6], [7] и тока [8], [9]. В качестве меры качества ШИМ достаточно часто применяется коэффициент гармоник [6], [10]. Используются также среднеквадратическое отклонение модулированного напряжения от модулирующего напряжения [6], а также критерий потерь мощности в электродвигателе [11].

Необходимо отметить, что, с одной стороны, минимизация модуляционных потерь мощности достигается при минимуме коэффициента гармоник тока, с другой стороны, коэффициент гармоник тока как критерий оптимизации ШИМ эквивалентен дисперсии тока. Отсюда следует, что дисперсия тока пропорциональна модуляционным потерям мощности в обмотке электродвигателя. В статье рассматриваются вопросы оптимальной ШИМ в системе преобразователь – электродвигатель по критерию минимальной дисперсии тока в нагрузке.

### Методы и материалы (Methods and Materials)

Для получения аналитических моделей описания процессов при ШИМ докажем, что динамический процесс изменения тока (1) в электродвигателе в период ШИМ можно аппроксимировать  $R, L$ -фильтром, постоянная времени которого  $T = L/R$  намного больше периода модуляции. Поскольку период модуляции достаточно мал, динамический процесс изменения тока (1) можно представить двумя слагаемыми ряда Маклорена:

$$i_x = A_0 + C_0 \cdot \phi, \quad (2)$$

$$\text{где } A_0 = B_0 + \sum_{k=1}^n B_k; \quad C_0 = \sum_{k=1}^n (B_k \cdot \delta_k + C_k \cdot \omega_k).$$

Ток, протекающий в цепи  $R, L$  на интервале модуляции, также можно представить в виде выражения (2). Таким образом, при синтезе алгоритмов ШИМ в электроприводе будем полагать, что фильтрующие свойства электрической машины на интервале модуляции могут быть представлены  $R, L$ -цепью.

Рассмотрим более подробно особенности схемы замещения в виде параметров  $R, L$ -цепи, которой можно аппроксимировать фильтрующие свойства электродвигателей переменного тока. Введем понятие базового (номинального) значения угловой частоты напряжения электродвигателя  $\omega_6 = 2\pi/f_6$ , где  $f_6$  — базовое значение этой частоты. Постоянную времени схемы замещения в виде  $R, L$ -цепи запишем в относительных единицах:  $T^* = \omega_6 \cdot L/R$ . Такое нормированное значение постоянной времени нагрузки  $T^*$  в дальнейшем будем рассматривать как характеристику фильтрующих свойств электродвигателя. Следует отметить, что эта величина не зависит от способов и алгоритмов управления ШИМ. Таким образом, если период модуляции  $T_0$  не меняется и поддерживается системой управления на постоянном уровне, то исходя из ограничения на потери мощности в электронных ключах преобразователя, отношение

$$\varepsilon = \frac{T_0}{T} = \frac{\omega_6 \cdot T_0}{T^*},$$

также является характеристикой фильтрующих свойств электродвигателя и не зависит от способа и алгоритмов управления ШИМ.

Обычно желаемым результатом ШИМ является получение почти периодической функции напряжения. Основной ее составляющей является модулирующая периодическая функция напряжения  $g_x(\tau)$ , период которой  $T_1$  существенно превосходит период модуляции  $T_0$ . Отношение  $f^* = T_1/T_0$  далее называется *относительной частотой модуляции*.

При управлении электрической машиной период синусоидальной модулирующей функции  $T_1$  является переменной величиной. Для обеспечения постоянства намагничивания магнитопровода при управлении электрической машиной частота модулирующей функции обычно определяется выражением

$$f_1 = 1/T_1 = a \cdot f_6, \quad (3)$$

где  $a$  — коэффициент амплитуды модуляции.

С учетом соотношения (3) характеристика фильтрующих свойств электрической машины может быть представлена в следующем виде:

$$\varepsilon = \frac{T_0}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{T^* \cdot f^* \cdot a}.$$

Известно, что для обеспечения высоких фильтрующих свойств отношение  $\varepsilon = T_0/T$  не должно превышать значение, равное 0,2. Согласно классическому определению, модуляция — это процесс приближения к заданной (желаемой) непрерывной функции импульсной функции. Ошибка модуляции по току — это разность между током  $i(\tau)$ , порождаемым модулированной функцией напряжения и током  $j(\tau)$ , порождаемым модулирующей функцией напряжения:

$$\Delta i(\tau) = i(\tau) - j(\tau),$$

откуда следует, что важнейшей задачей ШИМ является минимизация ошибки модуляции по току в электродвигателе. Таким образом, для оценки качества модуляции предлагается использовать интегральный квадратичный критерий относительной ошибки, называемый *локальной дисперсией тока*:

$$D_k = \frac{1}{I_6^2} \int_k^{k+1} \Delta i(\tau)^2 \cdot d\tau = \int_k^{k+1} \Delta i^*(\tau)^2 \cdot d\tau,$$

где  $k$  — номер интервала модуляции;  $\Delta i^*(\tau) = \Delta i(\tau)/I_6$  — относительная ошибка модуляции по току в электронно-ключевой цепи;  $I_6 = U_6/(\omega_1 \cdot L)$  — базовое значение тока;  $\omega_1$  — угловая частота модулирующего напряжения;  $L$  — значение индуктивности нагрузки.

Для оценки качества модуляции будем использовать также среднее значение локальной дисперсии на периоде модулирующей функции, являющейся, по сути, интегральной дисперсией тока, которое можно представить в виде следующего выражения:

$$ED = \frac{1}{f^*} \int_0^{f^*} D(\tau) \cdot d\tau,$$

где  $D(\tau) = D_k = D_{\tau-1/2}$ ;  $k = \tau - 1/2$  — номер интервала модуляции;  $f^*$  — относительная частота модуляции (относительный период модулирующей функции напряжения).

В работах [12]–[14] установлено, что коэффициенты смещения импульсов относительно центра интервала модуляции  $\Delta\alpha_\chi$ , функция предмодуляции  $g_0$ , а также период ШИМ  $T_0$  определяют набор свободных переменных. Таким образом, задача оптимального управления системой преобразователь – электродвигатель сводится к определению свободных переменных таким образом, чтобы добиться минимума локальной дисперсии тока. Для обеспечения высокого качества модуляции частота ШИМ принимается максимально возможной, исходя из ограничений динамических потерь мощности в электронных ключах. Поэтому далее частота модуляции  $T_0$  не рассматривается как свободная переменная, влияющая на оптимизацию качества ШИМ.

Оптимизация ШИМ по критерию дисперсии тока в нагрузке по всей совокупности свободных переменных позволит снизить модуляционные потери мощности в электрической машине и уменьшить пульсации электромагнитного момента. Таким образом, в качестве основного критерия качества процесса модуляции в системе преобразователь – электродвигатель предлагается использовать локальную дисперсию тока в нагрузке. Если модулирующие функции напряжений на нагрузке являются периодическими, то для оценки качества модуляции предлагается использовать интегральную дисперсию тока, которая определяется как среднее значение локальной дисперсии тока за период модулирующей функции.

## Результаты (Results)

Получим аналитические оценки дисперсии тока нагрузки для однофазной модуляции на однофазной нагрузке. Согласно работам [13], [14] локальная дисперсия тока зависит от моделирующей функции полумоста  $\gamma_\chi$ , коэффициента смещения импульсов относительно центра интервала модуляции  $\Delta\alpha_\chi$  и приближенно может быть представлена в виде

$$D_X = D(\gamma_X, \Delta\gamma_X, \Delta\alpha_X) = \varepsilon^2 \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{D(\gamma_X, \alpha_X, \Delta\gamma_X, \varepsilon)}{\varepsilon^2} =$$

$$= \frac{\varepsilon^2}{12} \left( \gamma_X^2 (1 - \gamma_X)^2 + 12 \gamma_X^2 \cdot \Delta\alpha_X^2 - \right.$$

$$\left. - \gamma_X \cdot \Delta\alpha_X \cdot \Delta\gamma_X (3 - \gamma_X^2 - 4\Delta\alpha_X) + \Delta\gamma_X^2 / 10 \right), \quad (4)$$

где  $\Delta\alpha_X = \alpha_X - \frac{1 - \gamma_X}{2}$  — коэффициент смещения импульса относительно середины интервала ШИМ;  $\gamma_X$  — моделирующая функция потенциала полумоста (потенциал узла  $X$ );  $\Delta\gamma_X$  — приращение моделирующей функции полумоста на интервале модуляции.

Следует отметить, что при этом локальная дисперсия тока (4) совпадает с членом ряда Маклорена второго порядка.

Вид модулирующей функции полумоста  $\gamma_X$  определен необходимостью получения желаемого напряжения на нагрузке. Коэффициент смещения импульсов  $\Delta\alpha_X$  является свободной переменной, которая может быть определена так, чтобы получить минимум дисперсии тока. Таким образом, можно определить величину коэффициента смещения импульсов относительно центра интервала модуляции так, чтобы добиться минимума дисперсии тока в нагрузке при однофазной модуляции.

Если функция  $\gamma_X$  достаточно гладкая, то приращение моделирующей функции на периоде ШИМ  $\Delta\gamma_X$  также достаточно мало. Принимая  $\Delta\gamma_X = 0$ , дисперсия напряжения в нагрузке (4) примет следующий вид:

$$D(\gamma_X, \Delta\gamma_X, \Delta\alpha_X) = \frac{\varepsilon^2}{12} (\gamma_X^2 (1 - \gamma_X)^2 + 12 \gamma_X^2 \cdot \Delta\alpha_X^2). \quad (5)$$

Несложно заметить, что минимум дисперсии тока (5) достигается при  $\Delta\alpha_X = 0$ . Ситуация, когда  $\Delta\gamma_X$  близка к нулю, возникает при большой относительной частоте коммутации  $f^*$ . Алгоритм управления с центрально симметричным расположением импульсов на интервале модуляции является наиболее распространенным. Если принять  $\Delta\alpha_X = 0$ , то локальная дисперсия тока в нагрузке на периоде ШИМ определится выражением

$$D(\gamma_X, \Delta\gamma_X, 0) = \frac{\varepsilon^2}{12} \left( (\gamma_X (1 - \gamma_X))^2 + \frac{\Delta\gamma_X^2}{10} \right).$$

Если приращение моделирующей функции  $\Delta\gamma_X$  достаточно велико, то используя выражение (4), несложно показать, что минимум локальной дисперсии тока достигается при условии

$$\Delta\alpha_X = \Delta\alpha'_X = \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\gamma_X^2}{12} + \frac{\gamma_X^2}{\Delta\gamma_X^2}} - \frac{\gamma_X}{\Delta\gamma_X}. \quad (6)$$

Максимальное значение приращения моделирующей функции  $\Delta\gamma_X$  обычно имеет значение в окрестности  $\gamma_X = 1/2$ . Если функцию  $\Delta\alpha_X$  разложить в ряд Тейлора в окрестности  $\gamma_X = 1/2$  и  $\Delta\gamma_X = 0$  с точностью до двух слагаемых, то приближенное значение  $\Delta\alpha_X$ , которому соответствует минимум дисперсии тока, определится выражением

$$\Delta\alpha_X = \Delta\alpha''_X = c \frac{11}{48} \cdot \Delta\gamma_X \approx 0,23c \cdot \Delta\gamma_X, \quad (7)$$

где  $c$  — корректирующий множитель, который равен единице.

Рассмотрим процесс оптимизации ШИМ по критерию дисперсии тока. Для решения данной задачи будем смещать формируемые системой управления импульсы относительно центра интервала ШИМ. При этом рассмотрим наиболее распространенный в практике случай, когда напряжение на нагрузке изменяется по синусоидальному закону. Согласно данным работы [14] будем полагать, что модулирующая функция полумоста  $A$  определяется выражением



$$\gamma_X = \frac{1}{2} + \frac{a}{2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot \tau}{f^*}\right), \quad (8)$$

где  $a \in [0, 1]$  — коэффициент амплитуда модулирующей функции;  $f^* = T_1/T_0$  — относительная частота модуляции;  $T_1$  — период модулирующей функции;  $T_0$  — период ШИМ.

Тогда приращение модулирующей функции линейного напряжения на интервале ШИМ будет определяться выражением

$$\Delta\gamma_X = \frac{\partial\gamma_X}{\partial\tau} = \frac{a \cdot \pi}{f^*} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot \tau}{f^*}\right).$$

Локальная дисперсия (4) будет сложной функцией относительного времени  $\tau$ . Среднее значение минимальной дисперсии тока (4) на периоде модулирующей функции определится выражением

$$ED_X(a, f^*, \Delta\alpha_X) = \frac{1}{f^*} \cdot \int_0^{f^*} D(\Delta\alpha_X, \gamma_X, \Delta\gamma_X) \cdot d\tau,$$

где  $\Delta\alpha_X$  — коэффициент смещения импульсов относительно центра интервала модуляции.

Наиболее распространенный алгоритм формирования ШИМ использует центрально симметричное расположение импульсов на интервале модуляции, что соответствует условию  $\Delta\alpha_X = 0$ . Среднюю дисперсию токов в нагрузке при центрально-симметричном расположении импульсов на интервале модуляции будем использовать в качестве базового значения:

$$ED_X(a, f^*, 0) = \frac{\varepsilon^2}{512} \left( a^4 + \frac{8}{3}(1-a^2) + \frac{32a^2 \cdot \pi^2}{15 \cdot f^{*2}} \right) \approx$$

$$1,95 \cdot 10^{-3} \cdot \varepsilon^2 \left( a^4 + 2,67(1-a^2) + 2,13 \frac{a^2 \cdot \pi^2}{f^{*2}} \right).$$

Эффективность оптимизации дисперсии тока с учетом приращения моделирующей функции можно оценить в виде коэффициента, определяемого отношением средних дисперсий токов в нагрузке:

$$Z = \frac{ED_X(a, f^*, \Delta\alpha'_X)}{ED_X(a, f^*, 0)},$$

где  $\Delta\alpha'_X$  — коэффициент смещения импульсов относительно центра интервала модуляции, определенного по формуле (6);  $f^*$  — относительная частота модуляции напряжения.

Отношение  $Z$  показывает в относительных единицах, как влияет на дисперсию тока учет приращения моделирующей функции  $\Delta g_X$  на периоде ШИМ. На рисунке приведен график, подтверждающий эффективность оптимизации по критерию средней дисперсии тока  $Z$  путем смещения импульсов относительно центра интервала ШИМ в функции относительной частоты модуляции  $f^*$  (приращения моделирующей функции в диапазоне ШИМ) при различных амплитудах модулирующего напряжения.

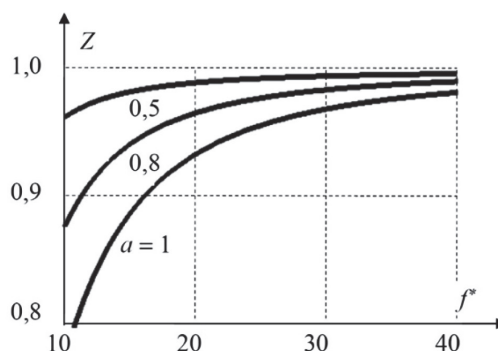


График степени снижения средней дисперсии тока в зависимости от относительной частоты модуляции при различных амплитудах модулирующего напряжения

Если коэффициент смещения импульса относительно центра на интервале ШИМ рассчитывается по приближенной формуле (7), то отношение интегральных дисперсий примет следующий вид:

$$Z' = \frac{ED_X(a, f^*, \Delta\alpha'')}{ED_X(a, f^*, \Delta\alpha')}.$$

Это отношение имеет минимум при  $c \approx 1 - 0,6a$ . При  $a = 1$ ;  $c = 0,6$ ;  $f^* = 10$ ;  $Z' = 1,05$ , при увеличении частоты модуляции величина  $Z'$  уменьшается. Таким образом, использование формулы (7) для учета приращения моделирующей функции на периоде ШИМ ведет к незначительному увеличению дисперсии тока в нагрузке.

Можно показать, что при использовании алгоритма модуляции с коэффициентом смещения  $\Delta\alpha'_x$ , определенным формулой (6), среднее значение локальной дисперсии тока на полупериоде модулирующей функции (8) определяется выражением

$$ED_X(a, f^*, \Delta\alpha'_x) \approx 1,95 \cdot 10^{-3} \cdot \varepsilon^2 \cdot \left( a^4 + 2,67(1 - a^2) - \frac{6a}{f^{*2}} \right).$$

Анализ показал, что относительная погрешность вычислений по данной формуле при  $f^* > 10$  не превышает 0,5 %.

### Выводы (Summary)

На основе проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. В настоящее время широкое применение находит частотно-регулируемый электропривод, для повышения качества работы которого необходимо проведение исследований с целью оптимизации процесса ШИМ.
2. Для оценки качества модуляции в системе преобразователь – электродвигатель предложено использовать интегральный квадратичный критерий относительной ошибки в виде локальной дисперсии тока, а также интегральную дисперсию тока в виде среднего значения локальной дисперсии тока на периоде модулирующей функции.
3. Оптимизация процесса ШИМ в системе преобразователь – электродвигатель по предложенным критериям путем смещения формируемых системой управления импульсов относительно центра интервала ШИМ обеспечивает устойчивое уменьшение дисперсии токов. При этом эффективность оптимизации снижается при увеличении частоты модуляции.
4. Анализ показал, что при относительной частоте модуляции  $f^* > 40$  оптимизация процесса ШИМ путем смещения импульсов относительно центра интервала модуляции с целью уменьшения дисперсии токов в нагрузке не позволяет добиться положительного эффекта.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов И. В. Сравнительный анализ методов широтно-импульсной модуляции / И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко, Л. М. Бровцинова // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2018. — Т. 10. — № 2. — С. 420–429. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-2-420-429.
2. Белоусов И. В. Мера качества широтно-импульсной модуляции / И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко, А. В. Саушев // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». — 2018. — Т. 1. — С. 310–312.
3. Hava A. M. A Generalized Scalar PWM Approach with Easy Implementation Features for Three-Phase, Three-Wire Voltage-Source Inverters/ A. M. Hava, N. O. Çetin// IEEE Transactions on Power Electronics. — 2010. — Vol.26. — Is. 5. — Pp. 1385–1395. DOI: 10.1109/TPEL.2010.2081689.
4. Kwasinski A. Time Domain Comparison of Pulse-Width Modulation Schemes / A. Kwasinski, P. T. Krein, P. L. Chapman // IEEE Power electronics letters. — 2003. — Vol. 1. — Is. 3. — Pp. 64–68. DOI: 10.1109/LPEL.2003.822370.
5. Mao X. Optimal variable switching frequency scheme for reducing switchingloss in single-phase inverters based on time-domain ripple analysis / X. Mao, R. Ayyanar, H. K. Krishnamurthy // IEEE Transactions on Power Electronics. — 2009. — Vol. 24. — Is. 4. — Pp. 991–1001. DOI: 10.1109/TPEL.2008.2009635.

6. Булатов О. Г. Автономные тиристорные инверторы с улучшенной формой выходного напряжения / О. Г. Булатов, В. И. Олещук. — Кишинев: Штиинца, 1980. — 113 с.
7. Смоляков С. В. Оптимальное регулирование выходного напряжения преобразователей частоты при широтно-импульсной модуляции / С. В. Смоляков, В. О. Костенко // Проблемы преобразовательной техники. — Киев: ИЭД АН УССР, 1983. — Ч. 2. — С. 15–18.
8. Hava A. M. A High Performance Generalized Discontinuous PWM Algorithm/ A. M. Hava, R. J. Kerkman, T. A. Lipo// IEEE Transactions on Industry applications. — 1998. — Vol. 34. — Is. 5. — Pp. 1059–1071. DOI: 10.1109/28.720446.
9. Орлов Ю. И. Поисковый алгоритм оптимизации выходного напряжения инвертора / Ю. И. Орлов, Ю. Н. Петренко // Техническая электродинамика. — 1986. — № 4. — С. 50–57.
10. Tan G. An optimized SVPWM strategy for five-level active NPC (5L-ANPC) converter / G. Tan, Q. Deng, Z. Liu // IEEE Transactions on power electronics. — 2013. — Vol. 29. — Is. 1. — Pp. 386–395. DOI: 10.1109/TPEL.2013.2248172.
11. Писарев А. Л. Управление тиристорными преобразователями / А. Л. Писарев, Л. П. Деткин. — М.: Энергия, 1975. — 264 с.
12. Samoseiko V. F. Optimized Single-Phase Pulse-Width Modulation / V. F. Samoseiko, I. V. Belousov, A. V. Saushev // 2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon). — IEEE, 2018. — Pp. 1–4. DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2018.8501699.
13. Belousov I. V. Optimal Pulse-Width Modulation with Three Bridges on Criterion of Power Losses at Load / I. V. Belousov, V. F. Samoseiko, A. V. Saushev // 2019 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). — IEEE, 2019. — Pp. 1–4. DOI: 10.1109/ICIEAM.2019.8743011.
14. Belousov I. V. Optimal Double-Halfbridge Pulse Width Modulation by Current-Dispersion Criterion / I. V. Belousov, V. F. Samoseiko, A. V. Saushev // 2019 26th International Workshop on Electric Drives: Improvement in Efficiency of Electric Drives (IWED). — IEEE, 2019. — Pp. 1–6. DOI: 10.1109/IWED.2019.8664344.

## REFERENCES

1. Belousov, Igor V., Veniamin F. Samosejko, and Ludmila M. Brovtsinova. “Comparative analysis of the pulse width modulation methods.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 10.2 (2018): 420–429. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-2-420-429.
2. Belousov, I.V., V. F. Samoseiko, and A. V. Saushev. “Mera kachestva shirotno-impul'snoi modulyatsii.” *Trudy mezhdunarodnogo simpoziuma «Nadezhnost' i kachestvo»* 1 (2018): 310–312.
3. Hava, Ahmet M., and N. Onur Cetin. “A generalized scalar PWM approach with easy implementation features for three-phase, three-wire voltage-source inverters.” *IEEE Transactions on Power Electronics* 26.5 (2010): 1385–1395. DOI: 10.1109/TPEL.2010.2081689.
4. Kwasinski, Alexis, Philip T. Krein, and Patrick L. Chapman. “Time domain comparison of pulse-width modulation schemes.” *IEEE Power Electronics Letters* 1.3 (2003): 64–68. DOI: 10.1109/LPEL.2003.822370.
5. Mao, Xiaolin, Rajapandian Ayyanar, and Harish K. Krishnamurthy. “Optimal variable switching frequency scheme for reducing switching loss in single-phase inverters based on time-domain ripple analysis.” *IEEE Transactions on Power Electronics* 24.4 (2009): 991–1001. DOI: 10.1109/TPEL.2008.2009635.
6. Bulatov, O.G., and V. I. Oleshchuk. *Avtonomnye tiristornye inventory s uluchshennoi formoi vykhodnogo napryazheniya*. Kishinev: Shtiintsa, 1980.
7. Smolyakov, S.V., and V. O. Kostenko. “Optimal'noe regulirovanie vykhodnogo napryazheniya preobrazovatelei chastoty pri shirotno-impul'snoi modulyatsii.” *Problemy preobrazovatel'noi tekhniki*. Ch. 2. Kiev: IED AN USSR, 1983. 15–18.
8. Hava, Ahmet M., Russel J. Kerkman, and Thomas A. Lipo. “A high-performance generalized discontinuous PWM algorithm.” *IEEE Transactions on Industry applications* 34.5 (1998): 1059–1071. DOI: 10.1109/28.720446.
9. Orlov, Yu.I., and Yu. N. Petrenko. “Poiskovyi algoritm optimizatsii vykhodnogo napryazheniya invertora.” *Tekhnicheskaya elektrodinamika* 4 (1986): 50–57.
10. Tan, Guojun, Qingwei Deng, and Zhan Liu. “An optimized SVPWM strategy for five-level active NPC (5L-ANPC) converter.” *IEEE Transactions on power electronics* 29.1 (2013): 386–395. DOI: 10.1109/TPEL.2013.2248172.
11. Pisarev, A. L., and L. P. Detkin. *Upravlenie tiristornymi preobrazovatelyami*. M.: Energiya, 1975.



12. Samoseiko, Veniamin F., Igor V. Belousov, and Aleksandr V. Saushev. "Optimized Single-Phase Pulse-Width Modulation." *2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon)*. IEEE, 2018. DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2018.8501699.

13. Belousov, Igor V., Veniamin F. Samoseiko, and Alexander V. Saushev. "Optimal Pulse-Width Modulation with Three Bridges on Criterion of Power Losses at Load." *2019 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*. IEEE, 2019. DOI: 10.1109/ICIEAM.2019.8743011.

14. Belousov, Igor V., Veniamin F. Samoseiko, and Aleksandr V. Saushev. "Optimal Double-Halfbridge Pulse Width Modulation by Current-Dispersion Criterion." *2019 26th International Workshop on Electric Drives: Improvement in Efficiency of Electric Drives (IWED)*. IEEE, 2019. DOI: 10.1109/IWED.2019.8664344.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

##### **Беловусов Игорь Владимирович —**

доцент

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала

С. О. Макарова»

198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,

ул. Двинская, 5/7

e-mail: [igor5.spb@yandex.ru](mailto:igor5.spb@yandex.ru),

[kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru)

##### **Самосейко Вениамин Францевич —**

доктор технических наук, профессор

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала

С. О. Макарова»

198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,

ул. Двинская, 5/7

e-mail: [samoseyko@mail.ru](mailto:samoseyko@mail.ru),

[kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru)

##### **Саушев Александр Васильевич —**

доктор технических наук, профессор

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала

С. О. Макарова»

198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,

ул. Двинская, 5/7

e-mail: [saushev@bk.ru](mailto:saushev@bk.ru), [SaushevAV@gumrf.ru](mailto:SaushevAV@gumrf.ru)

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

##### **Belousov, Igor' V. —**

associate professor

Admiral Makarov State University of Maritime

and Inland Shipping

5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,

Russian Federation

e-mail: [igor5.spb@yandex.ru](mailto:igor5.spb@yandex.ru),

[kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru)

##### **Samoseiko, Veniamin F. —**

Dr. of Technical Sciences, professor

Admiral Makarov State University of Maritime and

Inland Shipping

5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,

Russian Federation

e-mail: [samoseyko@mail.ru](mailto:samoseyko@mail.ru),

[kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru)

##### **Saushev, Alexander V. —**

Dr. of Technical Sciences, professor

Admiral Makarov State University of Maritime

and Inland Shipping

5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg 198035,

Russian Federation

e-mail: [saushev@bk.ru](mailto:saushev@bk.ru), [SaushevAV@gumrf.ru](mailto:SaushevAV@gumrf.ru)

Статья поступила в редакцию 10 мая 2022 г.

Received: May 10, 2022.