

## COMPARATIVE ANALYSIS OF THE PULSE WIDTH MODULATION METHODS

**I. V. Belousov, V. F. Samosejko, L. M. Brovtsinova**

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,  
St. Petersburg, Russian Federation

*Methods of sinusoidal and space vector pulse-width modulation are considered. The method of space vector pulse-width modulation is described in a form that allows comparing it with the method of sinusoidal pulse-width modulation. The formalization of the description of the sinusoidal pulse-width modulation method is presented and its shortcomings are shown. It is shown that the modified method of sinusoidal pulse-width modulation eliminates the shortcomings of the sinusoidal pulse-width modulation method by introducing a pre-modulation function. The obtained expression of the pre-modulation function excludes the emergence of the voltage overmodulation on a three-phase load, when the amplitude coefficient of the modulating function of the voltage varies from zero to unity. When describing the methods of pulse-width modulation, expressions are obtained for the commutation functions of half-bridges of a three-phase bridge, which have a simple form and allow a simple software implementation of it.*

*It is shown that the method of space vector pulse-width modulation, which is considered the best in the literature, is essentially identical to the modified method of sinusoidal pulse-width modulation. The difficulties of the process of comparing the methods of space vector and sinusoidal pulse-width modulation are explained by the use of various mathematical apparatus of their description, an attempt to overcome them has been undertaken in this paper.*

*Diversity of pre-modulation functions defines the set of possible methods for implementation pulse-width modulation. The pre-modulation function is a free variable that allows optimization of methods in pulse-width modulation. The parameters, characterizing the position of the pulses in the pulse-width modulation interval, are also free variables. The presence of free variables allows us to formulate and to solve the problem of optimal pulse-width modulation, which ultimately will reduce energy losses in propulsion motors and their vibration.*

*Keywords: pulse width modulation, sinusoidal PWM, space vector PWM, overmodulation, premodulation function; modulation quality, inverter.*

**For citation:**

Belousov, Igor V., Veniamin F. Samosejko, and Ludmila M. Brovtsinova. "Comparative analysis of the pulse width modulation methods." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admiral S. O. Makarova* 10.2 (2018): 420–429. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-2-420-429.

УДК:621.341.572

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ

**И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко, Л. М. Бровцинова**

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

*Рассмотрены методы классической и векторной широтно-импульсной модуляции. Метод векторной широтно-импульсной модуляции изложен в виде, позволяющем сравнивать его с методом классической широтно-импульсной модуляции. Представлена формализация описания метода классической широтно-импульсной модуляции и показаны его недостатки. Показано, что модифицированный метод классической широтно-импульсной модуляции устраняет недостатки классического метода путем введения функции предмодуляции. Полученное выражение функции предмодуляции исключает появление режима перемодуляции напряжения на трехфазной нагрузке при изменении коэффициента амплитуды модулирующей функции напряжения в диапазоне от нуля до единицы. При описании методов широтно-импульсной модуляции получены выражения для коммутационных функций полумостов трехфазного электронно-ключевого моста, которые имеют достаточно простой вид и позволяют выполнять достаточно простую его программную реализацию.*

Показано, что метод векторной широтно-импульсной модуляции, считающийся в литературе наилучшим, является, по сути, тождественным модифицированному методу классической широтно-импульсной модуляции. Трудности процесса сравнения методов векторной и классической широтно-импульсной модуляции объясняются применением различного математического аппарата их описания, попытка преодоления которых предпринята в данной работе.

Многообразие функций предмодуляции определяет множество возможных методов реализации широтно-импульсной модуляции. Функция предмодуляции является свободной переменной, позволяющей выполнять оптимизацию методов при широтно-импульсной модуляции. Параметры, характеризующие положение импульсов на интервале широтно-импульсной модуляции, также являются свободными переменными. Наличие свободных переменных позволяет сформулировать и решить задачу оптимальной широтно-импульсной модуляции, что, в конечном итоге, позволит уменьшить потери энергии в гребных электродвигателях и их вибрацию.

Ключевые слова: широтно-импульсная модуляция, классический метод, векторный метод, перемодуляция, функция предмодуляции, качество модуляции.

**Для цитирования:**

Белоусов И. В. Сравнительный анализ методов широтно-импульсной модуляции / И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко, Л. М. Бровчинова // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2018. — Т. 10. — № 2. — С. 420–429. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-2-420-429.

### Введение (Introduction)

Управление потоками электрической энергии с развитием силовой электроники посредством широтно-импульсной модуляции (ШИМ) нашло широкое применение в различных областях техники и, в частности, используется для управления гребными электродвигателями. Качество ШИМ существенно зависит от частоты следования импульсов. Однако увеличение частоты модуляции ведет к возрастанию динамических потерь в электронных ключах. Большие частоты модуляции применяются в электрических преобразователях меньшей мощности. Мощности преобразователей электрической энергии, реализуемых на полностью управляемых электронных ключах, неуклонно растут. Так, мощность единичных преобразователей частоты, используемых в системах электродвижения судов, в настоящее время достигает 5 МВт и более. Повышение качества модуляции напряжения на нагрузке ведет к снижению потерь мощности и уменьшению виброшумовых характеристик электроприводов, поэтому повышение качества модуляции является актуальной задачей.

Проблеме качества ШИМ с момента начала ее использования в силовой преобразовательной технике уделялось большое внимание. Наибольшее распространение получили два метода: метод классической ШИМ и метод векторной ШИМ. Метод классической ШИМ основан на сравнении желаемой функции напряжения (модулирующей функции) с периодической пилообразной функцией [1]. Классический метод был усовершенствован путем введения *функции предмодуляции*. Усовершенствованный метод классической ШИМ позволил поднять коэффициент использования напряжения источника питания [2]. Другим подходом к формированию модулированного напряжения является метод векторной ШИМ [3]. Существуют различные модификации этих методов [4] – [6]. Метод векторный ШИМ нашел широкое применение в силовой преобразовательной технике [4], [7] – [9].

Сравнению методов векторной и классической ШИМ посвящено большое количество работ [10] – [14], основанных на компьютерном моделировании. Ввиду импульсного характера функций, моделирование требует существенных затрат машинного времени. Для их моделирования предложены специальные спектральные критерии сравнения [14]. В литературе преобладает мнение о том, что метод векторной ШИМ лучше модифицированного классического метода, использующего функцию предмодуляции [8], [11] – [13]. Получить окончательный вывод о том, какой метод лучше, путем компьютерного моделирования невозможно. В работе [6] отмечается, что алгоритм переключения, который обычно называют *векторной ШИМ*, может быть получен при применении систем управления, основанных на иных принципах [15] – [17], причем пока нет доказательства, что векторный принцип построения микропроцессорной системы управления является наилуч-

шим. В данной статье показано, что векторной ШИМ (SVPWM) полностью идентичен методу классической ШИМ с определенной функцией предмодуляции. Многообразие возможных методов ШИМ полностью исчерпывается различными видами функций предмодуляции.

### Методы и материалы (Methods and Materials)

Наибольшее практическое применение находит трехфазный электронно-ключевой мост, состоящий из трех верхних  $VH_A, VH_B, VH_C$  и трех нижних  $VL_A, VL_B, VL_C$  ключей. Общий потенциал нижних ключей и источника питания принимается равным нулю. Полагается, что включен либо верхний, либо нижний ключ полумоста. Общий потенциал верхних ключей и источника питания принимается равным напряжению источника питания  $U_d$ . Трехфазная нагрузка представляет собой  $LR$ -фильтр низкой частоты.

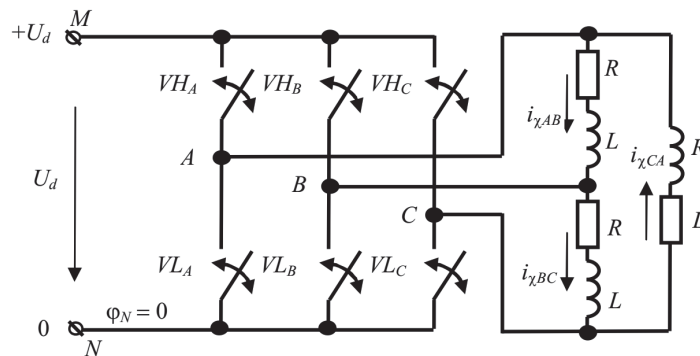


Рис. 1. Мостовая схема трехфазной модуляции

Под ШИМ в данной работе понимается процесс аппроксимации импульсами напряжения желаемого гладкого напряжения, необходимого для управления электродвигателями. Импульсная функция периодическая булева функция, принимающая значения «0» или «1».

*Модулированная функция* — импульсная функция, получаемая в процессе модуляции. *Модулирующая функция* — гладкая непрерывная функция, к которой должна быть приближена импульсная функция в процессе модуляции. Под *модулированной функцией* напряжения понимается отношение модулированного напряжения к напряжению источника питания  $U_d$ . Под *модулирующей функцией* напряжения понимается отношение модулирующего напряжения к напряжению источника питания  $U_d$ .

*Коммутационная функция* — это импульсная функция, единица которой соответствует включенному состоянию ключа, ноль — выключенному. Под потенциалом полумоста  $X = A, B, C$  понимается потенциал его средней точки. Отношение потенциалов мостов к напряжению источника питания — это модулированная функция напряжения. Модулирующие фазные функции напряжения на нагрузке задаются вектором  $\mathbf{g}_S = [g_A, g_B, g_C]^T$ . Модулирующие функции потенциалов полумостов задаются вектором  $\gamma_S = [\gamma_A, \gamma_B, \gamma_C]^T$ . Вводится понятие *нулевой потенциальной функции*:  $\gamma_0 = (\gamma_A + \gamma_B + \gamma_C)/3$ . Произведение  $\gamma_0 U_d$  — потенциал нулевой точки нагрузки, соединенной в звезду. Модулирующие фазные функции напряжения связаны с модулирующими функциями потенциалов полумостов очевидным соотношением:  $\mathbf{g}_S = \gamma_S - \gamma_0 \cdot \mathbf{1}$ , где  $\mathbf{1}$  — единичный вектор.

**Метод векторной ШИМ.** Алгоритм векторной ШИМ предложен для управления трехфазным электронно-ключевым мостом, состоящим из полумостов  $A, B, C$  [3]. Для того чтобы показать, что метод векторной ШИМ идентичен методу классической ШИМ с функцией предмодуляции, необходимо видоизменить описание метода векторной ШИМ [3]. Состояния ключей полумостов будем обозначать булевым вектором  $\mathbf{S} = [\chi_A, \chi_B, \chi_C]$ , где  $\chi_A, \chi_B, \chi_C$  — булевы переменные, принимающие значения «0» или «1». Переменные  $\chi_A, \chi_B, \chi_C = 1$ , если включен верхний ключ полумоста  $A, B, C$ . Переменные  $\chi_A, \chi_B, \chi_C = 0$ , если включен нижний ключ полумоста  $A, B, C$ . Так,  $S_1 = [1, 0, 0]$  означа-

ет, что включен верхний ключ полумоста  $A$  и включены нижние ключи полумостов  $B, C$ . В трехфазном мосте можно выделить восемь состояний:

$$\mathbf{S}_1 = [1,0,0]; \mathbf{S}_2 = [1,1,0]; \mathbf{S}_3 = [0,1,0]; \mathbf{S}_4 = [0,1,1]; \mathbf{S}_5 = [0,0,1]; \mathbf{S}_6 = [1,0,1]; \\ \mathbf{S}_7 = [1,1,1]; \mathbf{S}_8 = [0,0,0].$$

Векторы  $\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_6$  называются *базовыми*, а  $\mathbf{S}_7$  и  $\mathbf{S}_8$  — *нулевыми*. Нулевые векторы обеспечивают нулевое значение напряжения на трехфазной нагрузке.

Модулированное напряжение на нагрузке формируется за счет переходов из состояния в состояние. Состояния нумеруются  $k = 1, \dots, 8$ . Наиболее распространенная последовательность переходов на интервале модуляции

$$\rightarrow \mathbf{S}_8 \rightarrow \mathbf{S}_k \rightarrow \mathbf{S}_{k+1} \rightarrow \mathbf{S}_7 \rightarrow \mathbf{S}_{k+1} \rightarrow \mathbf{S}_k \rightarrow \mathbf{S}_8 \rightarrow$$

или

$$\rightarrow \mathbf{S}_7 \rightarrow \mathbf{S}_k \rightarrow \mathbf{S}_{k+1} \rightarrow \mathbf{S}_8 \rightarrow \mathbf{S}_{k+1} \rightarrow \mathbf{S}_k \rightarrow \mathbf{S}_7 \rightarrow,$$

где  $k = 1, 2, \dots, 6$  — номера базовых состояний.

Нулевые состояния  $\mathbf{S}_7$  и  $\mathbf{S}_8$  соответствуют номерам  $k = 7$  и  $k = 8$ . Заметим, что в течение периода модуляции происходит по одной коммутации каждого полумоста. Будем обозначать относительное время пребывания электронно-ключевого моста в состояниях  $\mathbf{S}_k, \mathbf{S}_{k+1}, \mathbf{S}_0 = \mathbf{S}_7$  или  $\mathbf{S}_8$ , соответственно,  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ . За базовое значение времени принят период модуляции.

Распределение времени пребывания электронно-ключевой цепи в состояниях  $\mathbf{S}_k, \mathbf{S}_{k+1}, \mathbf{S}_0$  на интервале ШИМ может быть различным. Однако наиболее часто распределение импульсов на интервале ШИМ центрально симметричное. Распределение времени пребывания электронно-ключевой цепи в состояниях  $\mathbf{S}_k, \mathbf{S}_{k+1}, \mathbf{S}_0$  при центрально симметричном расположении импульсов приведено в табл. 1.

Таблица 1

**Распределение времени пребывания электронно-ключевой цепи в состояниях  $\mathbf{S}_k, \mathbf{S}_{k+1}, \mathbf{S}_0$**

$\mathbf{S}_8$	$\mathbf{S}_k$	$\mathbf{S}_{k+1}$	$\mathbf{S}_7$	$\mathbf{S}_{k+1}$	$\mathbf{S}_k$	$\mathbf{S}_8$
$\tau_3/4$	$\tau_1/2$	$\tau_2/2$	$\tau_3/2$	$\tau_2/2$	$\tau_1/2$	$\tau_3/4$

Для определения значений  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  выполним преобразование вектора состояния  $\mathbf{S}_k$  в новый вектор на комплексной плоскости:

$$\mathbf{V}_k = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{S}_k^T, \quad (1)$$

где  $\mathbf{e} = [1, \exp(-j \cdot \rho), \exp(j \cdot \rho)]; j = \sqrt{-1}; \rho = 2\pi/3; k = 1, \dots, 8$ .

Базовые векторы на комплексной плоскости

$$\mathbf{V}_k = \exp(j \cdot (\varphi_k)), \quad (2)$$

где  $k = 1, 2, \dots, 6; \varphi_k = (k - 1) \cdot \rho/2$  — аргумент базового вектора  $\mathbf{V}_k$ .

Относительным фазным напряжениям на нагрузке  $\mathbf{g}_s$  ставится в соответствие вектор на комплексной плоскости:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{e} \cdot \mathbf{g}_s^T = V_s \cdot \exp(j \cdot \varphi_s), \quad (3)$$

где  $\varphi_s$  — аргумент вектора  $\mathbf{V}_s$ .

Номер состояния  $k$  вычисляется из уравнения

$$1 = 1(\varphi_s - \varphi_k) \cdot 1(\varphi_k - \varphi_s),$$

где  $1(x)$  — единичная функция.

Иллюстрация положений базовых векторов состояний трехфазного моста и вектора фазных напряжений на комплексной плоскости приведена на рис. 2.

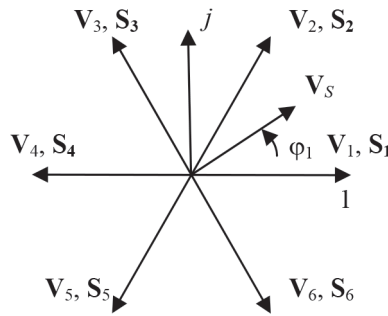


Рис. 2. Векторы базовых состояний трехфазного моста

Относительное время пребывания электронно-ключевого моста в состояниях  $S_k, S_{k+1}$  находится из уравнения

$$V_S = \tau_1 \cdot V_k + \tau_2 \cdot V_{k+1} \quad (4)$$

Длительность пребывания электронно-ключевого моста в нулевых состояниях  $S_0$  вычисляется по формуле  $\tau_3 = 1 - \tau_1 - \tau_2$ .

Каждому из сочетаний базовых векторов состояний  $S_k, S_{k+1}$  соответствует совокупность неравенств модулирующих функций напряжений:  $g_A > g_B > g_C; g_B > g_A > g_C; g_B > g_C > g_A; g_C > g_B > g_A; g_C > g_A > g_B; g_A > g_C > g_B$ . Соответствие данных неравенств и сочетаний векторов состояний  $S_k, S_{k+1}$ , а также результаты решения уравнения (4) для различных номеров состояний моста  $k$  сведены в табл. 2. Учитывая распределение времени пребывания электронно-ключевой цепи в состояниях  $S_k, S_{k+1}, S_0$ , можно составить таблицу, которая будет определять коэффициенты заполнения интервала ШИМ полумостов для каждого из состояний.

Коэффициенты заполнения интервала ШИМ полумостов являются модулирующими функциями потенциалов полумостов  $\gamma_A, \gamma_B, \gamma_C$ . Соответствие модулирующих функций потенциалов полумостов и относительной длительности пребывания электронно-ключевого моста  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  в состояниях с номерами  $k$  приведены в табл. 2.

Таблица 2

**Относительные длительности  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  и модулирующие функции потенциалов полумостов**

Состояние	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\gamma_A$	$\gamma_B$	$\gamma_C$	$\gamma_0$	
$S_1, S_2$	$g_A > g_B > g_C$	$g_{AB}$	$g_{BC}$	$1 + g_{CA}$	$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 / 2$	$\tau_2 + \tau_3 / 2$	$\tau_3 / 2$	$(1 + g_B) / 2$
$S_2, S_3$	$g_B > g_A > g_C$	$-g_{CA}$	$-g_{AB}$	$1 - g_{BC}$	$\tau_1 + \tau_3 / 2$	$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 / 2$	$\tau_3 / 2$	$(1 - g_A) / 2$
$S_3, S_4$	$g_B > g_C > g_A$	$g_{BC}$	$g_{CA}$	$1 + g_{AB}$	$\tau_3 / 2$	$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 / 2$	$\tau_2 + \tau_3 / 2$	$(1 + g_C) / 2$
$S_4, S_5$	$g_C > g_B > g_A$	$-g_{AB}$	$-g_{BC}$	$1 - g_{BC}$	$\tau_3 / 2$	$\tau_1 + \tau_3 / 2$	$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 / 2$	$(1 - g_B) / 2$
$S_5, S_6$	$g_C > g_A > g_B$	$g_{CA}$	$g_{AB}$	$1 + g_{BC}$	$\tau_2 + \tau_3 / 2$	$\tau_3 / 2$	$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 / 2$	$(1 + g_A) / 2$
$S_6, S_1$	$g_A > g_C > g_B$	$-g_{BC}$	$-g_{CA}$	$1 - g_{AB}$	$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 / 2$	$\tau_3 / 2$	$\tau_1 + \tau_3 / 2$	$(1 - g_C) / 2$

Табл. 1 и 2 определяют модулирующие функции и состояния полумостов на каждом временном интервале модуляции. Таким образом, модулирующим функциям потенциалов полумостов в каждый момент времени поставлены в соответствие их дискретные состояния  $S_k, S_{k+1}, S_0$ .

**Метод классической ШИМ.** Метод классической ШИМ основан на сравнении модулирующей функции с периодической пилообразной функцией. Коммутирующие функции  $\chi_X$  полумостов  $X = A, B, C$ , согласно классическому методу модуляции, запишутся в следующем виде:

$$\chi_X = 1(\gamma_X - \varphi(\tau)), \quad (5)$$

где  $\tau$  — относительное время;  $\gamma_X$  — модулирующие функции полумостов  $X = A, B, C$ .

Так как векторная ШИМ использует центрально-симметричное положение импульсов на интервале ШИМ, для модуляции классическим методом целесообразно использовать симметричную однополярную пилообразную функцию, которую можно записать в следующем виде:

$$\varphi(\tau) = \text{abs}(2 \cdot (\tau - \text{floor}(\tau)) - 1), \quad (6)$$

где  $\text{abs}(x)$  — модуль числа  $x$ ;  $\text{floor}(\tau)$  — целая часть числа  $\tau$ .

Модулирующие функции полумостов определяются выражением

$$\gamma_X = \frac{1}{2} + g_X - \psi_0, \quad (7)$$

где  $\psi_0$  — функция предмодуляции.

Если принять, что функция предмодуляции  $\psi_0 = 0$  и нулевая потенциальная функция моста  $\gamma_0 = 1/2$ , то модулирующие функции полумостов

$$\gamma_X = \frac{1}{2} + g_X. \quad (8)$$

Значению функции предмодуляции  $\psi_0 = 0$  соответствует метод классический ШИМ.

**Результаты анализа метода классической ШИМ.** Поскольку наиболее востребованными являются алгоритмы с синусоидальными модулирующими функциями напряжений, то примем

$$g_X = \frac{a}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{2\pi\tau}{f^*} - (X-1)\frac{2\pi}{3}\right), \quad (9)$$

где  $X = 1, 2, 3$ ;  $f^*$  — относительная частота модуляции;  $a$  — коэффициент амплитуды напряжения;  $f^*$  — большая величина, обычно принимающая значения  $10 - 200$ .

Если в выражение (8) подставить вместо  $g_X$  амплитуду функции (9) и положить  $\gamma_X = 1$ , то из полученного равенства можно найти максимальный коэффициент амплитуды  $a = \sqrt{3}/2 = 0,866$ , при котором отсутствует перемодуляция. Из неравенства  $a < 0,866$  следует, что центрально-симметричная синусоидальная ШИМ не полностью использует величину модулируемого напряжения моста  $U_d$ . При  $a > 0,866$  возникает режим перемодуляции, который приводит к возникновению низкочастотных гармоник и существенному ухудшению качества напряжения. Таким образом, в методе классической синусоидальной ШИМ напряжение источника питания используется не полностью.

Модифицированный метод классической ШИМ предполагает  $\psi_0 \neq 0$ . Множество функций предмодуляции  $\psi_0$  определяет множество методов ШИМ. Можно подобрать такую функцию предмодуляции  $\psi_0$ , которая устранил недостаток классического метода ШИМ, сделав его идентичным методу векторной ШИМ. Введем ограничения на модулирующие функции полумостов:

$$0 \leq \gamma_X \leq 1. \quad (10)$$

Выполнение данных неравенств позволяет избежать перемодуляции. Упорядочим модулирующие функции полумостов на интервале ШИМ:

$$0 \leq \gamma_{X(A)} \leq \gamma_{X(B)} \leq \gamma_{X(C)} \leq 1,$$

где  $X(A), X(B), X(C)$  — новые имена полумостов  $X = A, B, C$ .

Учитывая, что модулирующие функции ключей полумостов  $X = A, B, C$  определены выражением (7), модулирующие функции напряжений должны удовлетворять неравенствам:

$$-1/2 + \psi_0 \leq g_{X(A)} \leq g_{X(B)} \leq g_{X(C)} \leq 1/2 + \psi_0,$$

откуда следует, что

$$\psi_{\min} = -1/2 + g_{X(C)} \leq \psi_0 \leq 1/2 + g_{X(A)} = \psi_{\max}.$$

Функцию предмодуляции определим как среднее значение между  $\psi_{\min}$  и  $\psi_{\max}$ :

$$\Psi_0 = \frac{\Psi_{\max} + \Psi_{\min}}{2} = \frac{g_{X(A)} + g_{X(C)}}{2} = \frac{\min\{g_A, g_B, g_C\} + \max\{g_A, g_B, g_C\}}{2}. \quad (11)$$

**Результаты анализа модифицированного метода классической ШИМ.** Минимальное значение модулирующих функций полумостов

$$\gamma_{X(A)} = \frac{1}{2} + g_{X(A)} - \Psi_0 = \frac{1 + g_{X(A)} - g_{X(C)}}{2}. \quad (12)$$

Заметим, что  $g_{X(A)} - g_{X(C)}$  является модулирующей функцией полумостов и удовлетворяет неравенству  $g_{X(A)} - g_{X(C)} \geq -1$ . Тогда минимальное значение модулирующих функций полумостов (12) при использовании функции предмодуляции, определенной формулой (11), удовлетворяет неравенству  $\gamma_{X(A)} \geq 0$ . Это неравенство совпадает с одним из исходных неравенств (10), удовлетворение которых исключает возникновение режима перемодуляции.

Максимальное значение модулирующих функций полумостов

$$\gamma_{X(C)} = \frac{1}{2} + g_{X(C)} - \Psi_0 = \frac{1 + g_{X(C)} - g_{X(A)}}{2}. \quad (13)$$

Заметим, что  $g_{X(C)} - g_{X(A)}$  является модулирующей функцией полумостов и удовлетворяет неравенству  $g_{X(C)} - g_{X(A)} \leq 1$ . Тогда максимальное значение модулирующих функций полумостов (13) при функции предмодуляции, определенной формулой (11), удовлетворяет неравенству  $\gamma_{X(C)} \leq 1$ . Это неравенство совпадает с одним из исходных неравенств (10). Таким образом, функция предмодуляции (11) исключает возникновение режима перемодуляции.

Учитывая приведенные ранее выкладки, коммутационные функции ключей можно записать в следующем виде:

$$\chi_X = 1(g_X + \gamma_0 - \varphi(\tau)), \quad (14)$$

где  $\gamma_0 = \frac{1 - \max_{X=A, B, C}\{g_X\} - \min_{X=A, B, C}\{g_X\}}{2}$  — нулевая потенциальная функция полумостов.

Графики модулирующих функций полумостов и нулевой потенциальной функции приведены на рис. 3.

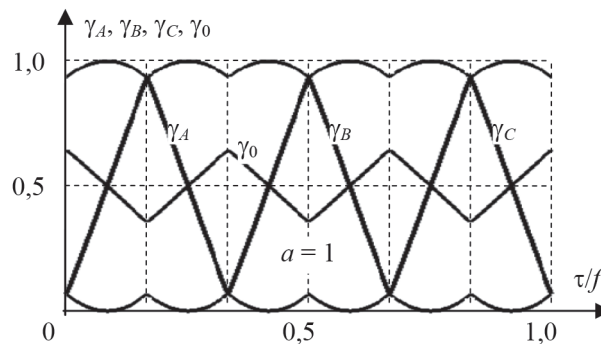


Рис. 3. Модулирующие функции полумостов и нулевой потенциальной функции

**Обсуждение методов ШИМ.** Метод классической ШИМ полностью использует напряжение источника питания. Стремление увеличить коэффициент амплитуды напряжений выше его граничного значения  $a = 0,866$  ведет к появлению в составе модулированного напряжения гармоник низкой частоты и, как следствие, к существенному искажению формы порождаемого их тока.

Использование функции предмодуляции  $\psi_0$  позволяет устранить основной его недостаток — неполное использование напряжения источника питания. Можно высказать гипотезу о том, что использование полученной нулевой потенциальной функции в формуле (14) ведет не только

к повышению граничного значения коэффициента амплитуды до единицы, но и к улучшению гармонического состава токов в нагрузке. Исследование гармонического состава токов является предметом дальнейших исследований.

Метод векторной ШИМ по отношению к методу классической ШИМ имеет существенно более сложное формальное описание. Используя табл. 2 и полученное выражение (14), можно заметить, что данная функция является обобщенной записью функций графы  $\gamma_0$  табл. 2. Таким образом, метод векторной ШИМ, по сути, идентичен методу классической ШИМ. Если будет определен другой порядок модуляции в векторной ШИМ, то соответствующим подбором функции предмодуляции можно добиться их идентичности.

### Заключение (Conclusion)

Исследование векторного и классического методов ШИМ показало, что оба метода дают один и тот же результат, несмотря на то, что излагаются в разных формальных терминах. Добиться идентичности методов векторной и классической ШИМ позволяет использование функции предмодуляции специального вида. Усовершенствованный метод классической ШИМ формализуется существенно проще векторного метода, что облегчает его программную реализацию. Подбирая вид пилообразной модулирующей функции и функции предмодуляции, можно реализовать всевозможное многообразие методов ШИМ. Такая трактовка методов ШИМ открывает возможности для аналитической оптимизации ШИМ по критерию качества тока в нагрузке. Применение преобразователей частоты с оптимальной ШИМ позволит уменьшить потери энергии в гребных электродвигателях и их вибрацию.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Holtz J.* Pulsewidth modulation for electronic power conversion / J. Holtz // Proceedings of the IEEE. — 1994. — Vol. 82. — Is. 8. — Pp. 1194–1214. DOI: 10.1109/5.301684.
2. *Holmes D. G.* Pulse width modulation for power converters: Principles and Practice / D. G. Holmes, T. A. Lipo. — John Wiley & Sons, 2003. — 734 p.
3. *Trzynadlowski A. M.* Space vector PWM technique with minimum switching losses and a variable pulse rate / A. M. Trzynadlowski, R. L. Kirlin, S. F. Legowski // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 1997. — Vol. 44. — Is. 2. — Pp. 173–181. DOI: 10.1109/41.564155.
4. *Шрейнер Р. Т.* Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р. Т. Шрейнер. — Екатеринбург: УРО РАН, 2000. — 654 с.
5. *Демкин В. И.* Быстрый метод пространственно-векторной широтно-импульсной модуляции / В. И. Демкин, А. А. Бодрова, В. И. Логвин, Б. И. Звягинцев // Молодой ученый. — 2015. — № 22 (102). — С. 137–141.
6. *Чаплыгин Е. Е.* Широтно-импульсная модуляция с пассивной фазой в трехфазных инверторах на напряжения / Е. Е. Чаплыгин, С. В. Хухтиков // Электричество. — 2011. — № 5. — С. 53–61.
7. *Виноградов А. Б.* Векторное управление электроприводами переменного тока / А. Б. Виноградов. — Иваново: ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина», 2008. — 298 с.
8. *Калачев Ю. Н.* Векторное регулирование (заметки практика) / Ю. Н. Калачев. — М.: ЭФО, 2013. — 63 с.
9. *Юдинцев А. Г.* Система управления трёхфазным автономным инвертором с векторной широтно-импульсной модуляцией / А. Г. Юдинцев, В. М. Рулевский // Фундаментальные исследования. — 2015. — № 5-1. — С. 168–173.
10. *Чаплыгин Е. Е.* Спектральное моделирование преобразователей с широтно-импульсной модуляцией: учебное пособие / Е. Е. Чаплыгин. — М.: МЭИ, 2009. — 56 с.
11. *Титяев Д. К.* Сравнительный анализ векторной и традиционной широтно-импульсной модуляции / Д. К. Титяев, Д. Н. Мирошник // Автоматизация технологических объектов та процесів. Пошук молодих. Збірник наукових праць IV Міжнародної науково-технічної конференції аспірантів та студентів в м. Донецьку 11–14 травня 2004 р. — Донецьк: ДонНТУ, 2004. — С. 301–306.



12. Виноградов А. Б. Сравнительный анализ энергетических показателей алгоритмов управления высоковольтным многоуровневым преобразователем / А. Б. Виноградов, А. Н. Сибирцев, А. А. Коротков, Д. А. Монон // Тр. VII Междунар. (XVIII Всерос.) конф. по автоматизированному электроприводе (АЭП-2012). — Иваново: ИГЭУ, 2012. — С. 109–113.

13. Andriyanov A. I. A comparative characteristic of different kinds of pulse-width modulation with respect of the topologies of existence of periodic operating conditions / A. I. Andriyanov, G. Ya. Mikhal'chenko // Электричество. — 2004. — № 12. — С. 46–54.

14. Обухов С. Г. Широтно-импульсная модуляция в трехфазных инверторах напряжения / С. Г. Обухов, Е. Е. Чаплыгин, Д. Е. Кондратьев // Электричество. — 2008. — № 7. — С. 23а–31.

15. Зиновьев Г. С. Основы силовой электроники: учеб. пособие / С. Г. Зиновьев. — М.: Юрайт, 2012. — 667с.

16. Чаплыгин Е. Е. Способ управления автономным инвертором напряжения с векторной ШИМ / Е. Е. Чаплыгин, С. В. Хухтиков // Практическая силовая электроника. — 2010. — № 39. — С. 40–43.

17. Чубуков К. А. Исследование и разработка вариантов широтно-импульсной модуляции в трехфазных автономных инверторах с двигательной нагрузкой: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.09.12 / К. А. Чубуков. — Чебоксары, 2010. — 23 с.

## REFERENCES

1. Holtz, Joachim. "Pulsewidth modulation for electronic power conversion." *Proceedings of the IEEE* 82.8 (1994): 1194-1214. DOI: 10.1109/5.301684.

2. Holmes, D. Grahame, and Thomas A. Lipo. *Pulse width modulation for power converters: principles and practice*. John Wiley & Sons, 2003.

3. Trzynadlowski, Andrzej M., R. Lynn Kirlin, and Stanislaw F. Legowski. "Space vector PWM technique with minimum switching losses and a variable pulse rate [for VSI]." *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 44.2 (1997): 173–181. DOI: 10.1109/41.564155.

4. Shreiner, R.T. *Matematicheskoe modelirovanie elektroprivodov peremennogo toka s poluprovodnikovymi preobrazovatelyami chastoty*. Ekaterinburg: URO RAN, 2000.

5. Demkin, V.I., A.A. Bodrova, V.I. Logvin, and B.I. Zvyagintsev. "Bystryi metod prostranstvenno-vektornoj shirotno-impul'snoi modulyatsii." *Molodoi uchenyi* 22(102) (2015): 137–141.

6. Chaplygin, E.E., and S.V. Khukhtikov. "Shirotno-impul'snaya modulyatsiya s passivnoi fazoi v trekhfaznykh invertorakh napryazheniya." *Elektrichestvo* 5 (2011): 53–61.

7. Vinogradov, A.B. *Vektornoe upravlenie elektroprivodami peremennogo toka*. Ivanovo: GOUVPO «Ivanovskii gosudarstvennyi energeticheskii universitet imeni V.I. Lenina», 2008.

8. Kalachev, Yu.N. *Vektornoe regulirovanie (zametki praktika)*. M.: EFO, 2013.

9. Yudinsev, A.G., and V.M. Rulevskiy. "The vector pulse width modulation control system for three-phase voltage source inverter." *Fundamental research* 5-1 (2015): 168–173.

10. Chaplygin, E.E. *Spektral'noe modelirovanie preobrazovatelei s shirotno-impul'snoi modulyatsiei. Uchebnoe posobie*. M.: MEI, 2009.

11. Tityaev, D.K., and D.N. Miroshnik. "Sravnitel'nyi analiz vektornoj i traditsionnoj shirotno-impul'snoi modulyatsii." *Avtomatizatsiya tekhnologichnikh ob'ektiv ta protsesiv. Poshuk molodikh. Zbirnik naukovikh prats' IV Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii aspirantiv ta studentiv v m. Donets'ku 11–14 travnya 2004 r.* Donets'k: DonNTU, 2004: 301–306.

12. Vinogradov, A.B., A. N. Sibirtsev, A. A. Kоротков, and D. A. Монон. "Sravnitel'nyi analiz energeticheskikh pokazatelei algoritmov upravleniya vysokovol'tnym mnogourovnevnyim preobrazovatelem." *Trudy VII Mezhdunar. (XVIII Vseros.) konf. po avtomatizirovannomu elektroprivodu (AEP-2012)*. Ivanovo: IGEU, 2012: 109–113.

13. Andriyanov, A.I., and G.Ya. Mikhal'chenko. "A comparative characteristic of different kinds of pulse-width modulation with respect of the topologies of existence of periodic operating conditions." *Electrical Technology Russia* 12 (2004): 46–54.

14. Obukhov, S.G., E.E. Chaplygin, and D.E. Kondrat'ev. "Shirotno-impul'snaya modulyatsiya v trekhfaznykh invertorakh napryazheniya." *Elektrichestvo* 7 (2008): 23а–31.

15. Zinov'ev, G.S. *Osnovy silovoi elektroniki: Uchebnoe posobie*. M.: Yurait, 2012.

16. Chaplygin, Evgeniy, and Sergei Khukhtikov. "Control Method For Self-Commutated Voltage Inverter With Vector PWM." *Practical Power Electronics* 39 (2010): 40–43.

17. Chubukov, K.A. Issledovanie i razrabotka variantov shirotno-impul'snoi modulyatsii v trekhfaznykh avtonomnykh invertorakh s dvigatel'noi nagruzkoi. Abstract of PhD diss. Cheboksary, 2010.

**ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ**

**Белоусов Игорь Владимирович** —  
доцент  
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала  
С. О. Макарова»  
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,  
ул. Двинская, 5/7  
e-mail: [kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru), [ibel@bk.ru](mailto:ibel@bk.ru)  
**Самосейко Вениамин Францевич** —  
доктор технических наук, профессор  
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала  
С. О. Макарова»  
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,  
ул. Двинская, 5/7  
e-mail: [kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru),  
[samoseyko@mail.ru](mailto:samoseyko@mail.ru)  
**Бровцинова Людмила Михайловна** —  
доцент  
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала  
С. О. Макарова»  
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,  
ул. Двинская, 5/7  
e-mail: [kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru)

**INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

**Belousov, Igor V.** —  
Associate professor  
Admiral Makarov State University of Maritime  
and Inland Shipping  
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,  
Russian Federation  
e-mail: [kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru), [ibel@bk.ru](mailto:ibel@bk.ru)  
**Samosejko, Veniamin F.** —  
Dr. of Technical Sciences, professor  
Admiral Makarov State University of Maritime  
and Inland Shipping  
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,  
Russian Federation  
e-mail: [kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru),  
[samoseyko@mail.ru](mailto:samoseyko@mail.ru)  
**Brovtsinova, Ludmila M.** —  
Associate professor  
Admiral Makarov State University of Maritime  
and Inland Shipping  
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,  
Russian Federation  
e-mail: [kaf\\_electroprivod@gumrf.ru](mailto:kaf_electroprivod@gumrf.ru)

*Статья поступила в редакцию 14 марта 2018 г.  
Received: March 14, 2018.*