

DESTRUCTION OF A SOLITARY WAVE ON SUBMERGED OBSTACLE

M. V. Kitaev¹, V. M. Dorozhko²

¹ — Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation

² — V. I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russian Federation

The article is devoted to numerical modeling of destruction of a solitary wave by underwater obstacles of two types: single obstacles and obstacles in the form of a periodic sequence of single obstacles. Based on the approximation of 3rd order solutions of the Korteweg-de Vries equation a solitary wave generation was made in the computational domain. The time sequence of water surface elevation profiles, which illustrates the process of destruction and restoration of a solitary wave at a considerable distance from the underwater obstacle, was computed. It was found, the result of the remote consequences of the destruction of a solitary wave by an underwater obstacle is its restoration. The decrease of a solitary wave height is due to a partial reflection from the underwater obstacle and the formation of a trail of small waves moving behind the restored solitary wave. It is shown, together with the destruction of the profile of a solitary wave, the structure of the isolines of the velocity of the liquid acquires a chaotic form, which is characterized by a violation of symmetry and uniform distribution of the velocity isolines. The reason for the restoration of a solitary wave was found in motion of a solitary wave in a thin liquid layer above an underwater obstacle. The front part of this layer moves at a high speed and gradually creates an elevation of the free surface in the form of a solitary wave. The restoration of the initial symmetry and uniform distribution of isolines of fluid velocity is a criterion for the restoration of a solitary wave. Value of the destruction of a solitary wave on single and periodic underwater obstacles was estimated using the indicator of the energy dissipation of a solitary wave and the decrease in its height. The parameters (height and length) of single underwater obstacles and periodic sequences of single obstacles that provide the maximum decrease in the height of a solitary wave were calculated. Restoration of a solitary wave after complete destruction by an underwater obstacle is example of the unique property of solution to retain their previous shape.

Keywords: solitary wave, computational fluid dynamics, underwater obstacle, destruction of a solitary wave, restoration of a solitary wave.

For citation:

Kitaev, Maksim V., and Veniamin M. Dorozhko. "Destruction of a solitary wave on submerged obstacle." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 9.3 (2017): 468–480. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-3-468-480.

УДК 004.942

РАЗРУШЕНИЕ УЕДИНЕННОЙ ВОЛНЫ ПОДВОДНЫМ ПРЕПЯТСТВИЕМ

М. В. Китаев¹, В. М. Дорошко²

¹ — Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток, Российская Федерация

² — Тихоокеанский океанологический институт им. В. И. Ильичева ДВО РАН, г. Владивосток, Российская Федерация

В статье представлены результаты численного моделирования процесса разрушения уединенной волны подводными препятствиями двух типов: одиночными препятствиями и препятствиями в виде периодической последовательности одиночных препятствий. На основе аппроксимации 3-го порядка решения уравнения Кортевега–де Фриза выполнена генерация уединенной волны в расчетной области. Вычислена временная последовательность профилей возвышений поверхности воды, иллюстрирующих процесс разрушения и восстановления уединенной волны на удалении от подводного препятствия. Установлено, что результатом отдаленных последствий разрушения уединенной волны подводным препятствием является её восстановление, при этом уменьшение высоты обусловлено рассеянием энергии в связи с частичным отра-

жением уединенной волны от подводного препятствия и формированием шлейфа малых волн, движущихся за восстановившейся уединенной волной. Показано, что вместе с разрушением профиля уединенной волны структура изолиний скорости жидкости приобретает хаотичный вид, характеризующийся нарушением симметрии и равномерного распределения изолиний скорости. Установлена причина восстановления уединенной волны, состоящая в том, что вследствие движения уединенной волны в тонком слое жидкости над подводным препятствием формируется приповерхностный слой жидкости, передняя часть которого движется с высокой скоростью, постепенно образуя возвышение свободной поверхности в форме уединенной волны. Критерием восстановления уединенной волны является восстановление исходной симметрии и равномерного распределения изолиний скорости жидкости. Оценена степень разрушительного действия на уединенную волну одиночных и периодических подводных препятствий с помощью показателей рассеяния энергии уединенной волны и снижения её высоты. Вычислены параметры (высота и длина) одиночных подводных препятствий и периодических последовательностей, сформированных из одиночных препятствий, обеспечивающих максимальное снижение высоты уединенной волны, соответственно, до 43 % и 21 % от её начального значения. Отмечается, что восстановление уединенной волны после полного разрушения подводным препятствием является примером уникальных свойств солитонов сохранять свою прежнюю форму.

Ключевые слова: уединенная волна, вычислительная гидродинамика, подводное препятствие, разрушение уединенной волны, восстановление уединенной волны.

Для цитирования:

Китаев М. В. Разрушение уединенной волны подводным препятствием / М. В. Китаев, В. М. Дорожко // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2017. — Т. 9. — № 3. — С. 468–480. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-3-468-480.

Введение

Аномально высокие (до 30 м) морские волны могут нанести судам и морским инженерным сооружениям непоправимый ущерб [1]. Иногда их называют «волнами-убийцами» (Freak-waves), которые возникают в морях и океанах в местах с глубиной, превышающей половину длины такой волны, т. е. на глубоком море. Считалось, что они относятся к чрезвычайно редким явлениям природы, однако космические наблюдения свидетельствуют о высокой частоте их возникновения. Так, только за период 2006 – 2010 гг. было зарегистрировано 78 случаев возникновения аномальных волн [2].

Исследования последнего времени [3], [4] показали, что к аномальным волнам можно отнести также и *уединенные волны* (Solitary Waves), которые представляют собой возвышение свободной поверхности воды, движущееся с постоянной скоростью без изменения формы. В отличие от «волн-убийц», уединенные волны возникают на море с глубиной, много меньшей её длины, т. е. на мелком море. «Волны-убийцы» возникают и обрушиваются в течение короткого отрезка времени — одного периода волны [5], уединенные волны могут двигаться без изменения формы в течение длительного периода времени [6], величина которого ограничивается либо естественной диссипацией волны, либо подводными препятствиями, приводящими к её разрушению. Впервые такую волну наблюдал в 1834 г. шотландский ученый Джон Скотт Рассел [6], который впоследствии назвал её *уединенной волной*. Некоторые ученые, например, Эйри, указывали на невозможность движения волны конечной амплитуды на мелком море без изменения формы, Буссинеск и Рэлей разрешили эту проблему путем учета как нелинейных, так и дисперсионных процессов.

Конечность амплитуды создает условия для возникновения нелинейных процессов, выражающихся в искажении формы волны в виде увеличения крутизны её фронта. Дисперсионные процессы выражаются в преобладании скорости волн длинноволновой части спектра уединенной волны, этот фактор снижает крутизну фронта. При достижении баланса между этими процессами уединенная волна распространяется без изменения формы. Для математического обоснования существования уединенной волны потребовалось продолжительное время. Только в 1895 г. Кортевег и де Фриз получили уравнение, решение которого представляет

бегущую уединенную волну при допущении малости параметров нелинейности и дисперсии и тем самым завершили дискуссии по поводу реальности уединенных волн. В 1965 г. Забуски и Крускал установили, что асимптотическим решением уравнения Кортевега–де Фриза является уединенная волна, которая существует во многих областях физики. Принимая во внимание, что при столкновении уединенные волны не изменяют своей формы, Забуски и Крускал назвали их *солитонами*. Это открытие актуализировало на долгие годы исследования в самых различных областях науки.

Как и «волны-убийцы», уединенные волны могут представлять серьезную опасность для морских судов [7]. В некоторых работах [8] цунами (большая волна в гавани) рассматривается как уединенная волна, представляющая собой в открытом море небольшое возвышение высотой до одного метра и длиной в несколько десятков километров, которое при подходе к шельфовому уклону вырастает до высот «волны-убийцы» и обрушившись на берег, может нанести ущерб береговым сооружениям. В связи с этим особую актуальность приобретают исследования, связанные с изучением способов защиты от уединенных волн путем их разрушения подводными препятствиями. В настоящее время известно значительное число работ, связанных с различными аспектами взаимодействия уединенной волны с подводными препятствиями, в которых рассматриваются вопросы разрушения уединенной волны. Так, например, в работе [9] численными методами изучается взаимодействие уединенной волны с одиночным препятствием, расположенным на дне бассейна. Установлено, что с увеличением высоты и длины препятствия в направлении движения уединенной волны усиливается как её разрушение, так и отражение от препятствия. При этом уединенная волна распадается на несколько волн различной амплитуды. В работах [10], [11] предлагается выполнить разрушение уединенной волны с помощью периодической последовательности препятствий или путем распределения в прибрежной зоне специальных железобетонных конструкций с целью уменьшения выбега волны на береговой уклон [12]. Можно выделить работу [13], в которой представлены результаты численного моделирования разрушения уединенной волны двумя одиночными препятствиями, установленными последовательно один за другим в направлении движения волны. Исследование, в частности, было направлено на изучение разрушающих свойств препятствий в зависимости от расстояния между ними. Максимальный эффект разрушения получен для варианта, когда расстояние между препятствиями составило одну длину уединенной волны.

Тем не менее результатов рассмотренных работ недостаточно для формирования представлений о характеристиках подводных препятствий, необходимых для максимального разрушения уединенных волн. До сих пор остается неизвестной систематизированная оценка зависимости разрушительных свойств подводных препятствий (одиночных и периодических) от их размеров. Кроме того, использованные в некоторых работах ламинарные модели турбулентности могут привести к ошибкам при вычислении поля скоростей в зоне разрушения уединенной волны, где имеют место высокие скорости сдвига между смежными параллельными слоями жидкости, генерирующими значительную энергию турбулентности. В рассмотренных ранее работах вычисления выполнены на коротких интервалах времени в малоразмерных (в сравнении с длиной уединенной волны) расчетных областях. Из источника [6] известно, например, что в связи с тем, что уединенные волны обладают уникальным свойством сохранять свою идентичность, можно предположить наличие неизвестных отдаленных последствий, изменяющих представления о разрушительных свойствах подводных препятствий, полученных для малоразмерных расчетных областей.

В данной статье ставится задача выполнить численное моделирование *методом вычислительной гидродинамики* (с применением RNG k -epsilon модели турбулентности) процесса разрушения полноразмерных уединенных волн подводными препятствиями двух видов: одиночным прямоугольным препятствием и периодической последовательностью одиночных препятствий

с целью определить геометрические характеристики подводных препятствий, обеспечивающих максимальные рассеяние энергии и снижение высоты уединенной волны.

Особенностью задачи является соблюдение ограничений на соотношения глубины моря, высоты и длины уединенной волны, которые накладывает на указанные величины уравнение Кортевега–де Фриза [6], а именно: параметр нелинейности $\varepsilon = A/H$ должен быть меньше единицы (условие конечности амплитуды волны), а дисперсии $\gamma = H^2/\lambda^2$ — много меньше единицы, где A и λ — соответственно высота и длина уединенной волны; H — глубина моря.

Для реализации поставленной задачи использовалась численная модель, позволяющая формировать полноразмерный численный бассейн, на дне которого в заданном месте устанавливается подводное одиночное препятствие или периодическая последовательность одиночных препятствий. В процессе вычислений должны регистрироваться следующие параметры уединенной волны: абсцисса и высота максимума, полная энергия, а также геометрическая структура изолиний поля скорости жидкости. Кроме того, в процессе вычислений предусматривается визуализация расчетной области для иллюстрации процессов движения и разрушения уединенной волны. Размеры расчетной области должны позволить проследить отдаленные последствия процесса разрушения уединенной волны.

Методы и материалы

В соответствии с тенденцией использования численных методов [14] для моделирования уединенных волн применим для решения поставленной задачи метод вычислительной гидродинамики (CFD — Computational Fluid Dynamics). CFD-метод использует уравнения неразрывности несжимаемой жидкости и сохранения импульса (RANS-уравнения — Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations) [15], имеющие вид:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u'_i u'_j}) + \rho g,$$

где ρ — плотность жидкости; $i, j = 1, 2, 3$ — индексы переменных в абсолютной системе координат $ox_1x_2x_3$; u_1, u_2, u_3 — осредненные в масштабе флуктуаций жидкости значения абсолютной скорости; t — время; p — гидродинамическое давление; μ — динамическая вязкость жидкости; δ_{ij} — символ Кронекера; u'_1, u'_2, u'_3 — флуктуации абсолютной скорости жидкости; g — ускорение свободного падения; предпоследний член во втором уравнении данной системы — напряжение Рейнольдса.

Численное моделирование выполнено в расчетной области (рис. 1), представляющей собой виртуальный бассейн, на дне которого установлено одиночное препятствие прямоугольной формы (см. рис. 1, а) или периодическая последовательность одиночных препятствий (см. рис. 1, б) общей длиной λ . На поверхности воды перед препятствиями в начальный момент времени создавалась уединенная волна w . Разбиение расчетной области квадратными сеточными элементами на схеме не показано. С течением времени уединенная волна двигалась от начального положения до удаленной точки r . В определенные моменты времени движения уединенной волны вычислялись её высота, полная энергия и структура скорости жидкости.

Рассмотрим основные моменты [16] решения системы уравнений (1). Для обеспечения решения расчетная область разбивалась одинаковыми прямоугольными сеточными элементами, что позволило сформировать с использованием метода конечного объема разностный аналог системы уравнений RANSE, которая решалась методом Гаусса–Зейделя. Применение алгоритма PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) обеспечило связь между полями скорости и давления и выполнение уравнения неразрывности. Метод Гаусса–Зейделя применен для аппроксимации градиентов переменных.

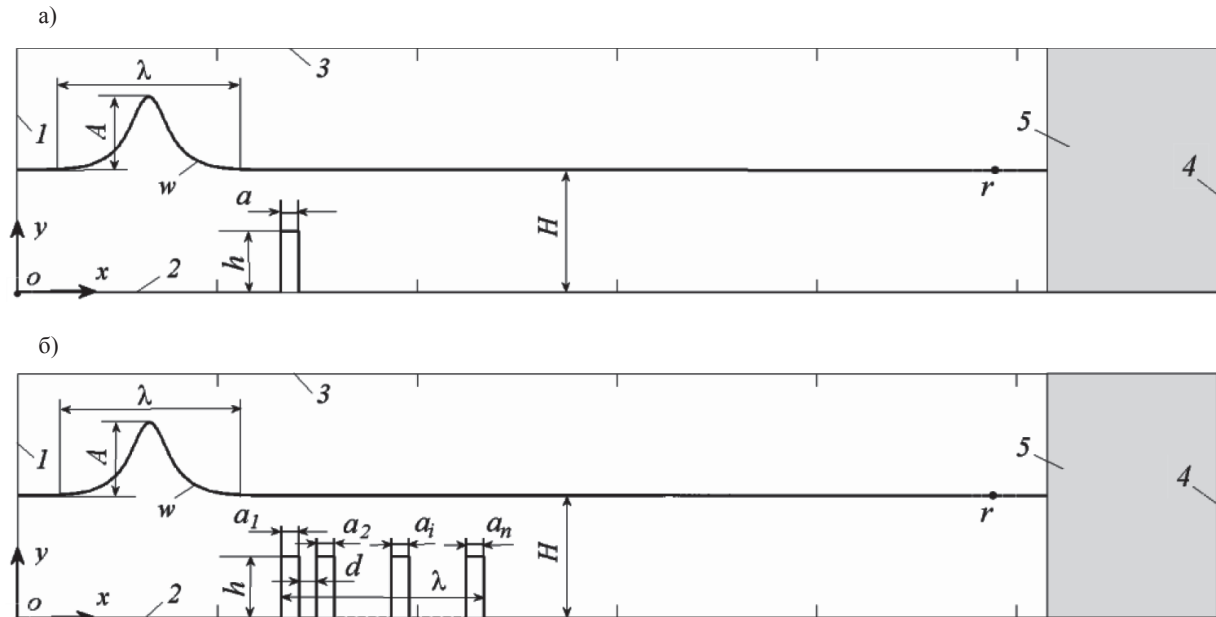


Рис. 1. Схема расчетной области численной модели:

- a — с одиночным подводным препятствием прямоугольной формы;
- b — с периодической последовательностью одиночных препятствий;
- 1 — входная граница; 2 — нижняя граница (дно); 3 — верхняя граница;
- 4 — выходная граница; 5 — область повышенного затухания волн;
- oxy — система координат расчетной области; w — начальный профиль уединенной волны;
- r — конечная точка регистрации полной энергии и высоты восстановившейся уединенной волны;
- A и λ — соответственно высота и длина уединенной волны; H — глубина воды;
- a и h — соответственно длина и высота одиночного препятствия;
- $a_1, a_2, \dots, a_p, \dots, a_n$ — длины одиночных препятствий одинаковой высоты h , формирующих периодическую последовательность общей длиной λ , состоящей из n одиночных препятствий; d — интервал между смежными одиночными препятствиями

Схемы второго порядка точности применены для дискретизации полей давления и скорости. Напряжение Рейнольдса, учитывающее дополнительные потери и перераспределение энергии в турбулентном потоке, вычислялось с использованием модели турбулентности RNG $k - \epsilon$, где k — кинетическая энергия турбулентности, ϵ — удельная скорость её диссипации. Устойчивость вычислений обеспечивалась путем выполнения критерия Куранта–Фридрихса–Леви, согласно которому для 2D-задачи должно выполняться условие

$$\frac{u_x \Delta t}{l_x} + \frac{u_y \Delta t}{l_y} < CFL, \quad (2)$$

где l_x и l_y — размеры сеточного элемента соответственно в горизонтальном и вертикальном направлениях; CFL — константа. Во временной области выбран переменный шаг Δt дискретизации решения, поддерживающий при изменении скоростей жидкости u_x и u_y заданное значение величины CFL .

Для решения системы уравнений (1) требуется задание граничных и начальных условий. Граничное условие на нижней границе 2 расчетной области (см. рис. 1) соответствует нулевому значению нормальной компоненте скорости жидкости. На верхней открытой границе 3 выдерживалось атмосферное давление воздуха. На выходной границе 4 расчетной области поддерживалось постоянное давление, равное давлению воды в прилегающей области. Для исключения отражения волн от выходной границы 4 в зоне 5 создана область с повышенным затуханием волн. На каждом временном шаге решения определялось положение границы раздела *воздух – вода* (профиль w) методом объема жидкости (VOF — Volume of Fluid method), согласно которому в каждом сеточном

элементе, граничащем со свободной поверхностью, вычислялась доля жидкости, на основании которой геометрическим методом строилась свободная поверхность. Граничные условия на входной границе l расчетной области задавались в виде вектора скорости (\mathbf{V}) втекающей жидкости, полученного из решения уравнения Кортевега–де Фриза [17], [18] в виде разложения в степенной ряд третьего порядка относительно малого параметра нелинейности $\varepsilon = A/H$ (A — высота волны, H — глубина моря). В соответствии с указанным решением выражения для профиля w и компонент скорости u_x и u_y вектора скорости (\mathbf{V}) уединенной волны имеют вид:

$$\frac{w}{H} = 1 + \varepsilon s^2 - \frac{3}{4}(\varepsilon s q)^2 + \varepsilon^3 \left(\frac{5}{8} s^2 q^2 - \frac{101}{58} s^4 q^2 \right), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{u_x}{C_0} = & \varepsilon s^2 - \varepsilon^2 \left[-\frac{1}{4} s^2 + s^4 + \left(\frac{y}{H} \right)^2 \left(\frac{3}{2} s^2 - \frac{9}{4} s^4 \right) \right] - \\ & - \varepsilon^3 \left[\frac{19}{40} s^2 + \frac{1}{5} s^4 - \frac{6}{5} s^6 + \left(\frac{y}{H} \right)^2 \left(-\frac{3}{2} s^2 - \frac{15}{4} s^4 + \frac{15}{2} s^6 \right) \right] + \\ & + \varepsilon^3 \left[\left(\frac{y}{H} \right)^4 \left(-\frac{3}{8} s^2 + \frac{45}{16} s^4 - \frac{45}{16} s^6 \right) \right]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{u_y}{q y C_0 / H \sqrt{3\varepsilon}} = & -\varepsilon s^2 + \varepsilon^2 \left[\frac{3}{8} s^2 + 2s^4 + \left(\frac{y}{H} \right)^2 \left(\frac{1}{2} s^2 - \frac{3}{2} s^4 \right) \right] + \\ & + \varepsilon^3 \left[\frac{49}{640} s^2 - \frac{17}{29} s^4 - \frac{18}{5} s^6 + \left(\frac{y}{H} \right)^2 \left(-\frac{13}{6} s^2 - \frac{25}{16} s^4 + \frac{15}{2} s^6 \right) \right] + \\ & + \varepsilon^3 \left[\left(\frac{y}{H} \right)^4 \left(-\frac{3}{40} s^2 + \frac{9}{8} s^4 - \frac{27}{16} s^6 \right) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $\varepsilon = \frac{A}{H}$; $s = \operatorname{sech}(\gamma X/H)$; $q = \tanh(\gamma X/H)$; $\gamma = \sqrt{3\varepsilon/4} \left(1 - \frac{5}{8}\varepsilon + \frac{71}{128}\varepsilon^2 \right)$; $X = x - Ct$, x — абсцисса,

y — ордината в системе oxy ; $C = C_0 \sqrt{1 + \varepsilon - \frac{1}{20}\varepsilon^2 - \frac{3}{70}\varepsilon^3}$; $C_0 = \sqrt{gH}$; t — время.

Граничные условия на поверхности жидкости w (см. рис. 1) представляют собой совокупность вычисленных скоростей и давления в каждой сеточной ячейке на границе раздела сред *вода – воздух*. Профиль w уединенной волны (3) и u_x , u_y — компоненты скорости (4), (5) использовались для формирования начальных условий системы уравнений (1) путем задания в момент времени $t = 0$ значений указанных скоростей в сеточных ячейках, расположенных ниже профиля w . В остальной части расчетной области для исключения образования вихрей создавался горизонтальный поток воздуха с постоянной скоростью u_{air} . Указанные начальные условия применялись для получения результатов в конце первого временного шага вычислений. Далее эти результаты использовались в качестве начальных условий на втором шаге вычислений. Аналогичная процедура повторялась на протяжении всего процесса решения задачи.

Нарушение баланса нелинейных и дисперсионных процессов происходит при условии $\varepsilon > 0,688$ [19] и выражается в разрушении уединенной волны. Так как в соответствии с поставленной задачей уединенная волна до прихода в зону расположения препятствия не должна разрушаться, примем значение нелинейного параметра равным 0,6. В этом случае причиной разрушения уединенной волны будет являться увеличение параметра нелинейности свыше значений 0,688 за счет уменьшения глубины воды при проходе уединенной волны над препятствием.

Уединенная волна представляет собой предельное состояние одного периода кноидальной волны [6], когда её период, а соответственно и длина стремятся к бесконечности. Так, в публи-

кации [6, с. 1442] отмечается следующее: «Более точно можно говорить, что уединенная волна имеет длину волны λ не в смысле обычного пространственного периода, но в смысле расстояния, на протяжении которого поднятие водной поверхности составляет, например, свыше 3 % от своего максимального значения». В данной статье для повышения точности вычисления энергии уединенной волны указанная величина принята равной 0,3 %. Отметим, что величины кинетической энергии жидкости в уединенной волне, расположенной ниже и выше поверхности невозмущенной воды, соизмеримы. Таким образом, в качестве пространства интегрирования энергии уединенной волны следует рассматривать весь объем воды длиной λ и высотой от дна и до поверхности раздела *вода – воздух*.

Степень разрушающего действия различных препятствий на уединенную волну оценивалась с помощью двух величин: $\xi = (E_s - E_r) / E_s$ — показатель рассеяния препятствием энергии уединенной волны и $\zeta = A_r / A_s$ — показатель снижения её высоты, где E_s , A_s и E_r , A_r — соответственно полная энергия и высота уединенной волны в начальный момент времени ($t = 0$) и в конце вычислений в точке r (см. рис. 1).

Результаты

Численное моделирование проводилось в расчетной 2D-области длиной 7λ , высотой $4H$ и глубиной воды H , пространство которой разбито одинаковыми квадратными сеточными элементами со стороной 0,5 м. Плотность воды в расчетной области принята равной средней плотности поверхностных вод Мирового океана $1024,74 \text{ кг/м}^3$. В расчетной области (см. рис. 1, а) устанавливалось одиночное подводное препятствие прямоугольной формы, размеры которого выбирались из массивов значений длин $a = \lambda [0,04, 0,12, 0,2, 0,4, 0,8]$ и высот $h = H [0,5, 0,75, 0,9]$. Сочетание элементов указанных массивов определило пятнадцать вариантов численных моделей с одиночными препятствиями.

Препятствие в виде периодической последовательности общей длиной λ (см. рис. 1, б) формировалось из одиночных препятствий длиной a_i ($a_i = a, i = 1, \dots, n; d = a$) и высотой h , размеры которых выбирались из массивов значений $a = \lambda [0,04, 0,12, 0,2]$ и $h = H [0,5, 0,75, 0,9]$. Сочетание элементов указанных массивов определило девять вариантов численных моделей с препятствиями в виде периодической последовательности n одинаковых одиночных препятствий. Массив уединенных волн представлен двумя волнами с параметрами $A = 12 \text{ м}, H = 20 \text{ м}, \lambda = 250 \text{ м}$ и $A = 24 \text{ м}, H = 40 \text{ м}, \lambda = 500 \text{ м}$, которые удвоили число указанных выше вариантов численных моделей, в рамках каждой из которых выполнена оценка степени разрушения уединенной волны подводным препятствием. Для обеспечения устойчивости вычислений значение константы CFL критерия Куранта–Фридрихса–Леви поддерживалось равным 0,25 за счет переменного шага вычислений. В воздушной части расчетной области задавался ламинарный поток со скоростью $u_{\text{air}} = 2 \text{ м/с}$.

На рис. 2 представлен типичный пример временной последовательности диаграмм, иллюстрирующих процесс разрушения подводным препятствием и восстановления уединенной волны. В момент времени t_1 зафиксировано начальное положение уединенной волны. На диаграммах, соответствующих моментам времени t_2 и t_3 , отмечается увеличение крутизны фронта волны, что свидетельствует о возрастании параметра нелинейности, который в эти моменты составляет $\varepsilon^* = \frac{A}{H} \frac{1}{1 - h/H}$. Первый множитель определяет параметр нелинейности уединенной волны на акватории без подводных препятствий, второй — отображает корректирующее влияние подводного препятствия.

Следует подчеркнуть, что параметр ε^* характеризует нелинейный процесс лишь в течение короткого отрезка времени $[t_2, t_3]$, при этом процесс разрушения уединенной волны подводным препятствием развивался в течение отрезка времени $[t_2, t_3]$.

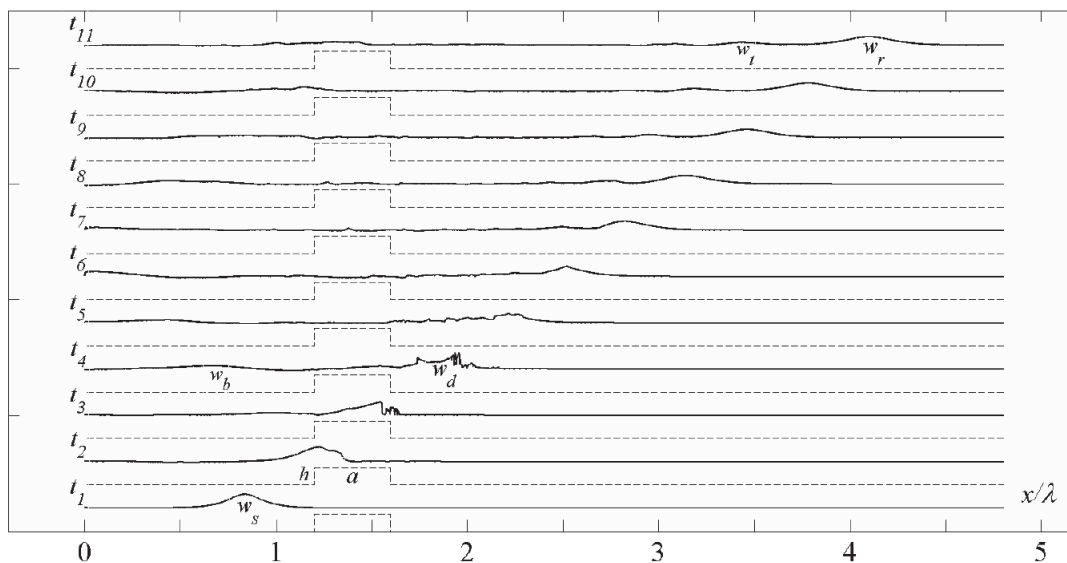


Рис. 2. Типичный пример временной последовательности диаграмм, иллюстрирующих процесс разрушения и восстановления уединенной волны:
 t_1, \dots, t_{11} — моменты времени регистрации диаграмм;
 h и a — соответственно высота и длина подводного препятствия;
 w_s — начальный профиль; w_b — профиль отраженной волны;
 w_d и w_r — соответственно профили разрушенной и восстановившейся волны;
 w_i — одна из волн, образовавшихся в шлейфе восстановившейся уединенной волны

Необходимо отметить существенное различие профилей волн w_s и w_d в моменты времени t_1 и t_4 как по форме, так и по высоте. Начиная с момента времени t_6 поверхность воды стала приобретать очертания одиночного возвышения, которое к моменту t_{11} приобрело типичную форму профиля w_r уединенной волны. Данный результат можно рассматривать как отдаленное следствие разрушения уединенной волны w_s подводным препятствием, выражающееся в восстановлении уединенной волны w_r меньшей высоты.

На рис. 3 показаны фрагменты диаграмм для моментов времени t_1 , t_4 и t_{11} (см. рис. 2), которые иллюстрируют структуру скорости жидкости, представленную на каждой диаграмме десятью изолиниями (в начальный момент, в моменты разрушения и восстановления уединенной волны соответственно). Структура изолиний скорости уединенной волны с начальным профилем w_s имеет типичный вид (см. рис. 3, а), соответствующий выражениям (4), (5) и характеризуется геометрической симметрией относительно условной вертикальной оси, проходящей через наивысшую точку профиля. При этом изолинии промежуточных значений скорости жидкости равномерно распределены между изолиниями, соответственно, максимального и минимального (v_{\max}^s и v_{\min}^s) значений скорости. Здесь и далее $v_{\min}^j = 0, 1v_{\max}^j, j = [s, d, r]$ (v_{\max}^j и v_{\min}^j — изолинии соответственно максимального и минимального значений скорости жидкости, верхние индексы $j = [s, d, r]$ которых относят к соответствующим профилям уединенной волны). К моменту времени t_4 (см. рис. 2) произошло полное разрушение уединенной волны (профиль w_d), структура изолиний скорости жидкости приобрела хаотичный вид (см. рис. 3, б), характеризующийся нарушением геометрической симметрии распределения изолиний скорости между изолиниями максимального и минимального (v_{\max}^d и v_{\min}^d) значений.

Следует отметить, что вследствие движения уединенной волны в тонком слое жидкости над подводным препятствием и произошедшего после этого её разрушения сформировался приповерхностный слой жидкости. В этом слое, который характеризуется как хаотичностью, так и высокой скоростью жидкости (см. рис. 3, б), сосредоточена вся энергия волны w_s (за исключением энергии отраженной волны w_b (см. рис. 2)), максимальное значение v_{\max}^d которой отмечается в передней части профиля w_d разрушенной уединенной волны.

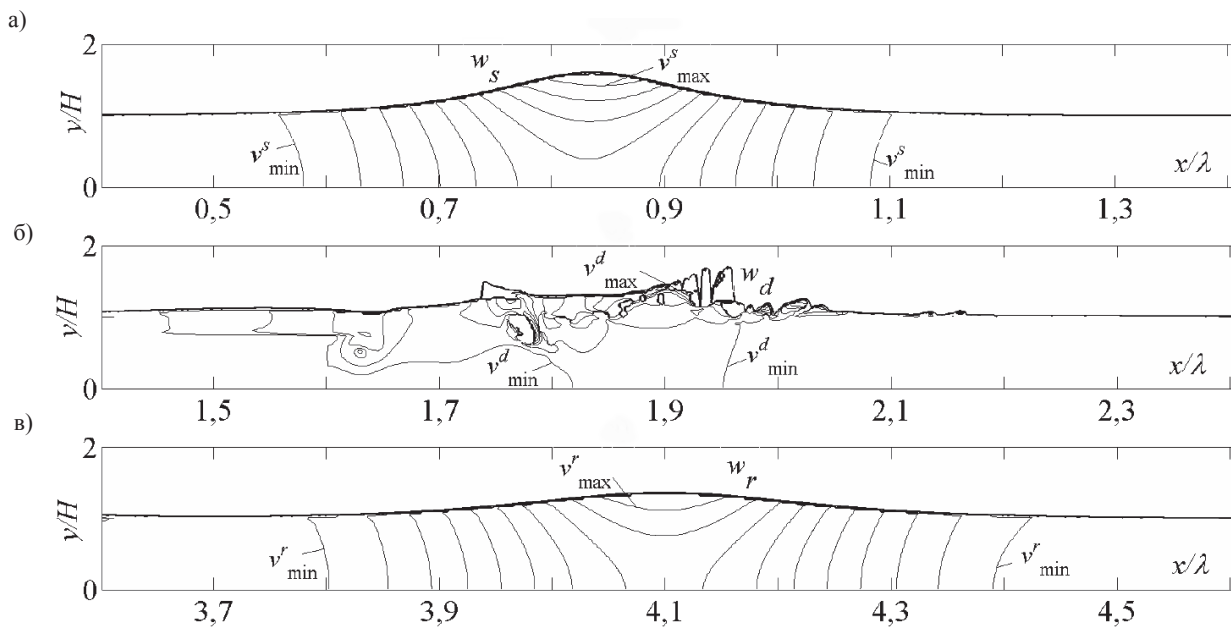


Рис. 3. Диаграммы профилей уединенной волны и структуры изолиний скорости жидкости — w_s , w_d и w_r и, соответственно, профили: начальной (а), разрушенной (б) и восстановившейся (в) уединенной волны

Движение указанной части профиля со скоростью v_{\max}^d обусловило постепенное формирование к моменту времени t_{11} возвышения свободной поверхности жидкости в форме профиля w_r (см. рис. 3, в), позади которого движутся волны w_l малой высоты (см. рис. 2). Сформировавшееся возвышение свободной поверхности w_r является восстановившейся уединенной волной, качественные характеристики которой соответствуют уединенной волне с начальным профилем w_s (см. рис. 3, а): изолинии промежуточных значений скорости жидкости (см. рис. 3, в) имеют геометрически симметричную структуру и равномерно распределены между изолиниями максимального и минимального (v_{\max}^r и v_{\min}^r) значений скорости. Таким образом, результатом отдаленных последствий разрушения уединенной волны подводным препятствием является её восстановление, а уменьшенная высота обусловлена рассеянием энергии в связи с частичным отражением уединенной волны от подводного препятствия и формированием шлейфа малых волн, движущихся вслед за восстановившейся уединенной волной.

Поскольку ранее было принято решение оценивать степень разрушающего действия на уединенную волну различных подводных препятствий с помощью двух показателей: $\xi = (E_s - E_r)/E_s$ — рассеяние препятствием энергии уединенной волны и $\zeta = A_r/A_s$ — снижение её высоты, где E_s , A_s и E_r , A_r — соответственно полная энергия и высота уединенной волны в начальный момент времени ($t = 0$) и в конце вычислений в точке r (см. рис. 2), были выполнены следующие расчеты.

Кинетическая энергия уединенной волны вычислена по формуле

$$E_k = \sum_{i=1}^K \frac{m_i u_i^2}{2},$$

где i — номер сеточной ячейки; $m_i = \rho b l^2$ и u_i — соответственно масса и скорость воды в ячейке; l — размер стороны квадратной ячейки; b — условная толщина сеточной ячейки, равная одному метру; K — число сеточных ячеек в пространстве уединенной волны длиной λ и высотой от дна до поверхности раздела вода-воздух.

Потенциальная энергия уединенной волны вычислена в соответствии с выражением

$$E_p = \sum_{i=1}^P gm_i (y_i - H),$$

где P — число сеточных ячеек в возвышении свободной поверхности уединенной волны; y_i — ординаты центров сеточных элементов, исчисляемых от уровня воды (H) в расчетной области до поверхности раздела *вода – воздух*.

Полные энергии E_s и E_r уединенной волны получены путем сложения кинетической и потенциальной энергий уединенных волн для профилей w_s и w_r соответственно.

Наилучшие показатели рассеяния энергии $\xi_3(\alpha_5) = 0,77$ и снижения высоты $\zeta_3(\alpha_5) = 0,43$ уединенной волны (рис. 4, а) получены для численной модели с одиночными подводными препятствиями высотой $h = 0,9H$ и длиной $a = 0,8\lambda$. Наихудшие показатели рассеяния энергии $\xi_1(\alpha_1) = 0,19$ и снижения высоты $\zeta_1(\alpha_1) = 0,98$ соответствуют $h = 0,5H$ и $a = 0,04\lambda$. Следует отметить, что увеличение длины $a_4 = 0,4\lambda$ вдвое (до значения $a_5 = 0,8\lambda$) улучшило рассмотренные показатели только на 11 %. Следовательно, высота $h = 0,9H$ и длина $a = 0,4\lambda$ являются предпочтительными для разрушения уединенной волны одиночным препятствием.

Из рис. 4, б следует, что наилучшие показатели рассеяния энергии $\xi_3(\alpha_2) = 0,93$ и снижения высоты $\zeta_3(\alpha_2) = 0,21$ уединенной волны получены для периодической последовательности длиной λ , сформированной из одиночных препятствий, высота и длина каждого из которых составляет $h = 0,9H$ и $a = 0,12\lambda$ соответственно. Наихудшие показатели рассеяния энергии $\xi_1(\alpha_1) = 0,61$ и снижения высоты $\zeta_1(\alpha_1) = 0,58$ получены для $h = 0,5H$ и $a = 0,04\lambda$. Дальнейшее увеличение длины $a_2 = 0,12\lambda$ одиночного подводного препятствия до значения $a_3 = 0,2\lambda$ ухудшает рассмотренные показатели. Следовательно, высота $h = 0,9H$ и длина $a = 0,12\lambda$ одиночного препятствия, используемого для построения препятствия в виде периодической последовательности длиной λ , является наилучшей для разрушения уединенной волны.

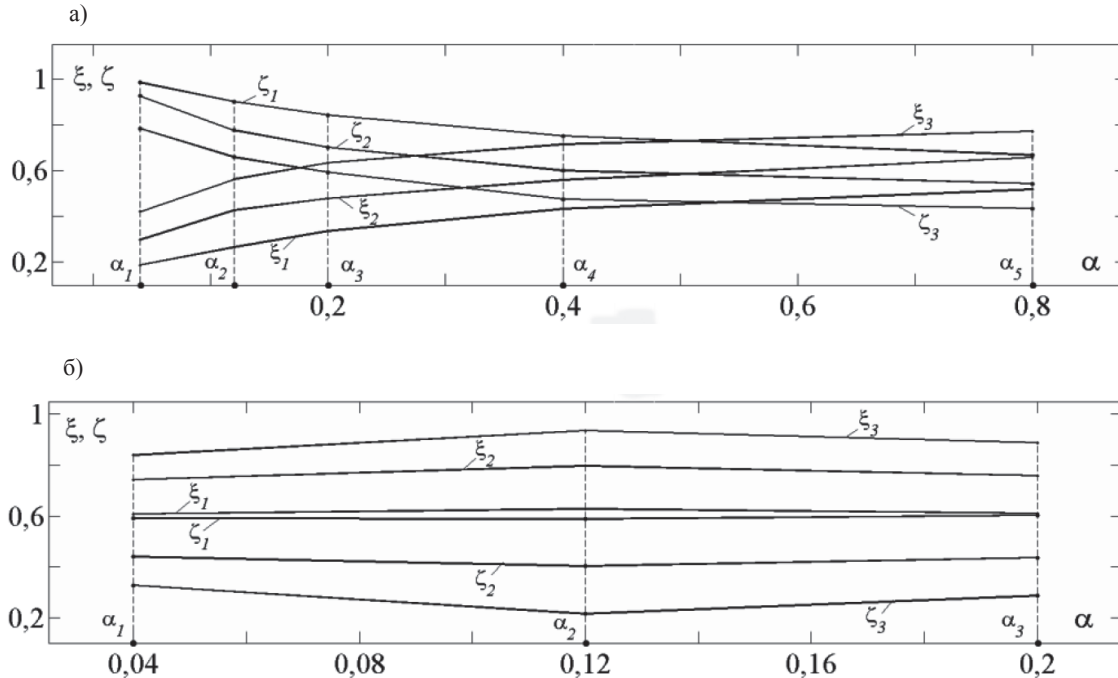


Рис. 4. Диаграммы показателей разрушения уединенной волны: а — одиночными препятствиями; б — периодическими последовательностями длиной λ , сформированными из одиночных препятствий.

На рис 4 показатели ξ — рассеяния препятствием энергии и ζ — снижения высоты уединенной волны, $\xi_1, \zeta_1; \xi_2, \zeta_2; \xi_3, \zeta_3$ вычислены в расчетных областях с высотами подводных препятствий $h_1 = 0,5H; h_2 = 0,75H; h_3 = 0,9H$ соответственно; $\alpha = a/\lambda$ — относительная длина подводных препятствий, значения которой $\alpha_1, \dots, \alpha_5$ составили массив [0,04, 0,12, 0,2, 0,4, 0,8].

Обсуждение

Полученные результаты позволяют сформировать систематизированное представление о разрушительных возможностях одиночных и периодических препятствий. Крускал и Забуски назвали уединенную волну солитоном [6], принимая во внимание, что распространяясь, солитон не изменяет формы и при «столкновении» с другим солитоном «проходит» через него, сохраняя свою прежнюю форму. В работе [7] показано, что уединенная волна, «сталкиваясь» с контуром (твердым телом), также не изменяет своей формы, т. е. ведет себя как солитон. Восстановление в данном случае уединенной волны после полного разрушения подводным препятствием можно рассматривать как расширение представлений об уникальном свойстве солитона сохранять свою прежнюю форму. Защитные сооружения в виде периодической последовательности одиночных препятствий являются наиболее эффективным средством разрушения уединенных волн. Полученные результаты в равной степени относятся к двум выбранным уединенным волнам с параметрами $A = 12$ м, $H = 20$ м, $\lambda = 250$ м и $A = 24$ м, $H = 40$ м, $\lambda = 500$ м в силу их геометрического подобия.

Заключение

1. Выполнено численное моделирование процесса разрушения уединенной волны одиночными подводными препятствиями различной длины и высоты, а также периодическими последовательностями, сформированными из указанных одиночных препятствий.

2. Вычислена временная последовательность профилей поверхности воды, отображающая процесс разрушения и восстановления уединенной волны на удалении свыше 3λ от подводного препятствия.

3. Установлено, что критерием восстановления уединенной волны после её разрушения подводным препятствием, является восстановление исходной структуры изолиний скорости жидкости.

4. Для создания защитных сооружений можно рекомендовать как одиночные подводные препятствия (высотой $0,9 H$ и длиной $a = 0,4\lambda$), так и периодические последовательности длиной λ , сформированные из одиночных препятствий (высотой $h = 0,9 H$ и длиной $a = 0,12\lambda$), которые обеспечивают максимальное снижение высоты уединенной волны, соответственно, до 43 % и 21 % от её начального значения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пелиновский Е. Н. «Фрики» — морские волны-убийцы / Е. Н. Пелиновский, А. В. Слюняев // Природа. — 2007. — № 3. — С. 14–23.
2. Nikolkina I. Rogue waves in 2006 – 2010 / I. Nikolkina, I. Didenkulova // Natural hazards and Earth system sciences. — 2011. — Vol. 11. — Pp. 2913–2924. DOI: 10.5194/nhess-11-2913-2011.
3. Шелковников Н. К. Солитонная версия формирования волн-убийц в океане / Н. К. Шелковников // Морской гидрофизический журнал. — 2012. — № 5. — С. 34–41.
4. Didenkulova I. Freak waves of different types in the coastal zone of the Baltic Sea / I. Didenkulova, C. Anderson // Natural Hazards and Earth System Sciences. — 2010. — Vol. 10. — Is. 9. — Pp. 2021–2029. DOI: 10.5194/nhess-10-2021-2010.
5. Дорожко В. М. Оценка параметрической области опрокидывания контура морского судна на «волне-убийце» / В. М. Дорожко // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2016. — № 2 (36). — С. 16–26. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-2-16-26.
6. Зейтунян Р. Х. Нелинейные длинные волны на поверхности воды и солитоны / Р. Х. Зейтунян // Успехи физических наук. — 1995. — Т. 165. — № 12. — С. 1403–1456. DOI: 10.3367/UFNr.0165.199512f.1403.
7. Китаев М. В. Оценка устойчивости контура морского судна к опрокидыванию уединенной волной / М. В. Китаев, В. М. Дорожко // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2017. — Т. 9. — № 1. — С. 61–73. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-1-61-73.

8. Dao M. H. Modeling of tsunami-like wave run-up, breaking and impact on a vertical wall by SPH method / M. H. Dao, H. Xu, E. S. Chan, and P. Tkalich // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. — 2013. — Vol. 13. — Pp. 3457–3467. DOI: 10.5194/nhess-13-3457-2013.

9. Афанасьев К. Е. Численное моделирование движения уединенной волны над подводным препятствием / К. Е. Афанасьев, Е. Н. Березин // *Вычислительные технологии*. — 2005. — Т. 10. — № 2. — С. 15–26.

10. Сергеев В. И. О способе разрушения цунами / В. И. Сергеев, Е. А. Сергеева // *Радиоэлектронная техника*. — 2015. — № 2 (8). — С. 277–286.

11. Esteban M. Stability of rubble mound breakwater against solitary waves / M. Esteban, I. Morikubo, T. Shibayama, R. Aranguiz-Muñoz, T. Mikami, T. D. Nguyen, K. Ohira, A. Ohtani // *Coastal Engineering Proceedings*. — 2012. — No. 33. — Pp. 9. DOI: 10.9753/icce.v33.structures.9.

12. Tsai C.-P. Simulation of the effect of breakwater on the propagation of solitary waves / C.-P. Tsai, Y.-C. Chen, C.-J. Chen, C. Lin // *Journal of Marine Science and Technology*. — 2016. — Vol. 24. — No. 4. — Pp. 780–789. DOI: 10.6119/JMST-016-0311-2.

13. Mansouri A. Interaction of Submerged Breakwater by a Solitary Wave Using WC-SPH Method / A. Mansouri, B. Aminnejad // *Modelling and Simulation in Engineering*. — 2014. — Vol. 2014. — No. 17. DOI: 10.1155/2014/524824.

14. Huang C.-J. Viscous flow fields induced by a breaking solitary wave over a shelf / C.-J. Huang, Y.-T. Lin, C.-Y. Lin // *Journal of Marine Science and Technology*. — 2015. — Vol. 23. — No. 6. — Pp. 855–863. DOI: 10.6119/JMST-015-0610-2.

15. Cao H. RANS-VOF solver for solitary wave run-up on a circular cylinder / H. Cao, D. Wan // *China Ocean Engineering*. — 2015. — Vol. 29. — Is. 2. — Pp. 183–196. DOI: 10.1007/s13344-015-0014-2.

16. Ferziger J. H. *Computational Methods for Fluid Dynamics* / J. H. Ferziger. — Berlin: Springer, 2002. — 431 p.

17. Farhadi A. Investigating the Third Order Solitary Wave Generation Accuracy using Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics / A. Farhadi // *International Journal of Engineering* — 2016. — Vol. 29. — No. 3. — Pp. 426–435. DOI: 10.5829/idosi.ije.2016.29.03c.17.

18. Grimshaw R. The solitary wave in water of variable depth. Part 2 / R. Grimshaw // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1971. — Vol. 46. — № 03. — Pp. 611–622. DOI: 10.1017/S0022112071000739.

19. Brun M. K. Convective wave breaking in the KdV equation / M. K. Brun, H. Kalisch // *Analysis and Mathematical Physics*. — 2017. — Pp. 1–19. DOI: 10.1007/s13324-017-0163-y.

REFERENCES

1. Pelinovsky, E. N., and A.V. Slunyaev. “«Freak Waves», or Sea Killer Waves.” *Nature* 3 (2007): 14–23.
2. Nikolkina, I., and I. Didenkulova. “Rogue waves in 2006–2010.” *Natural hazards and Earth system sciences* 11 (2011): 2913–2924. DOI: 10.5194/nhess-11-2913-2011.
3. Shelkovnikov, N. K. “Solitonnyaya versiya formirovaniya voln-ubiits v okeane.” *Marine Hydrophysical Journal* 5 (2012): 34–41.
4. Didenkulova, I., and C. Anderson. “Freak waves of different types in the coastal zone of the Baltic Sea.” *Natural Hazards and Earth System Sciences* 10.9 (2010): 2021–2029. DOI: 10.5194/nhess-10-2021-2010
5. Dorozhko, V. M. “Estimation of parametric range of capsizing of seagoing vessel contour in “rogue wave”.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 2(36) (2016): 16–26. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-2-16-26.
6. Zeytounian, R. Kh. “Nonlinear long waves on water and solitons.” *Physics-Uspokhi* 165.12 (1995): 1403–1456. DOI: 10.3367/UFNr.0165.199512f.1403.
7. Kitaev, Maksim V., and Veniamin M. Dorozhko. “Evaluation of stability of sea vessel contour to capsizing due to solitary wave.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 9.1 (2017): 61–73. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-1-61-73.
8. Dao, M. H., H. Xu, E. S. Chan, and P. Tkalich. “Modeling of tsunami-like wave run-up, breaking and impact on a vertical wall by SPH method.” *Natural Hazards and Earth System Sciences* 13 (2013): 3457–3467. DOI:10.5194/nhess-13-3457-2013.
9. Afanasiev, K. E., and E. N. Berezin. “Numerical modeling of solitary wave motion over underwater obstacle.” *Computational Technologies* 10.2 (2005): 15–26.

10. Sergeev, V. I., and E. A. Sergeeva. "O sposobe razrusheniya cunami." *Radioelektronnaya tekhnika* 2(8) (2015): 277–286.
11. Esteban, Miguel, Izumi Morikubo, Tomoya Shibayama, Rafael Aranguiz-Muñoz, Takahito Mikami, Thao Danh Nguyen, Koichiro Ohira, and Akira Ohtani. "Stability of rubble mound breakwater against solitary waves." *Coastal Engineering Proceedings* 33 (2012): 9. DOI: 10.9753/icce.v33.structures.9.
12. Tsai, Ching-Piao, Ying-Chi Chen, Chun-Jen Chen, and Chang Lin. "Simulation of the effect of breakwater on the propagation of solitary waves." *Journal of Marine Science and Technology* 24.4 (2016): 780–789. DOI: 10.6119/JMST-016-0311-2.
13. Mansouri, Afshin, and Babak Aminnejad. "Interaction of Submerged Breakwater by a Solitary Wave Using WC-SPH Method." *Modelling and Simulation in Engineering* 2014.17 (2014). DOI: 10.1155/2014/524824.
14. Huang, Ching-Jer, Yen-Tsen Lin, and Chun-Yuan Lin. "Viscous flow fields induced by a breaking solitary wave over a shelf." *Journal of Marine Science and Technology* 23.6 (2015): 855–863. DOI: 10.6119/JMST-015-0610-2.
15. Cao, Hong-jian, and De-cheng Wan. "RANS-VOF solver for solitary wave run-up on a circular cylinder." *China Ocean Engineering* 29.2 (2015): 183–196.
16. Ferziger, J. H. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer, 2002.
17. Farhadi, A. "Investigating the Third Order Solitary Wave Generation Accuracy using Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics." *International Journal of Engineering* 29.3 (2016): 426–435. DOI: 10.5829/idosi.ije.2016.29.03c.17.
18. Grimshaw, R. "The solitary wave in water of variable depth. Part 2." *Journal of Fluid Mechanics* 46.03 (1971): 611–622. DOI: 10.1017/S0022112071000739.
19. Brun, Mats K, and Henrik Kalisch. "Convective wave breaking in the KdV equation" *Analysis and Mathematical Physics* (2017): 1–19. DOI: 10.1007/s13324-017-0163-y.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Китаев Максим Владимирович —
кандидат технических наук, доцент
Дальневосточный федеральный университет
690950, Российская Федерация, г. Владивосток,
ул. Суханова, 8
e-mail: maxkit@mail.ru

Дорожко Вениамин Мефодьевич —
кандидат физико-математических наук
Тихоокеанский океанологический институт
им. В. И. Ильичева ДВО РАН,
690041, Российская Федерация, г. Владивосток,
ул. Балтийская, 43
e-mail: veniamin_dorozhko@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Kitaev, Maksim V. —
PhD, associate professor
Far Eastern Federal University
8 Suhanova Str., Vladivostok 690950,
Russian Federation
e-mail: maxkit@mail.ru

Dorozhko, Veniamin M. —
PhD
V.I.Ilichev Pacific Oceanological Institute, Far Eastern
Branch of the Russian Academy of Sciences
43 Baltijskaya Str., Vladivostok, 690041,
Russian Federation
e-mail: veniamin_dorozhko@mail.ru

Статья поступила в редакцию 12 мая 2017 г.
Received: May 12, 2017.