

2. Kuznetsov, A. L., and E. J. Kozlova. "The comparative study of different assessment techniques for the stack size at the container terminal's technologic design stage." *Jekspluatacija morskogo transporta* 4 (2008): 9–14.
3. Kuznetsov, A. L. "Sea and dry ports in the new world cargo distribution system." *Jekspluatacija morskogo transporta* 1 (2009): 9–12.
4. Stepanov, A. L., A. L. Kuznecov, and O. I. Titberija. "Proektirovanie morskikh terminalov." *Terminal* 4–5(34–35) (2002): 26–31.
5. Panova, Ju. N. Obosnovanie etapnosti razvitiia tylovykh konteinernykh terminalov: Abstract of Ph.D. (Tech.) dissertation. SPb.: PGUPS, 2012.
6. Korol, R. G. "Printsipy vybora mestoraspolozheniia tylovykh terminalov «sukhikh portov»." *Innovatsionnye tekhnologii v avtomatike, informatike i telekommunikatsiakh: sb. trudov Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem*. Khabarovsk: Izd-vo DVGUPS, 2013: 252–257.
7. Zhilyaev, D. E., and A. V. Esenov. "The analysis of effectiveness of the technology «dry port» (on the example of «Big port «Saint-Petersburg»)." *River transport (XXIst century)* 2 (73) (2015): 41–43.
8. Malihin, M. O., and A. V. Kirichenko. "Justification of the original data in the simulation of containers' carriage from sea terminal to dry port with the use of technology «block-train»." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admiral S.O. Makarova* 4(32) (2015): 22–30.
9. Tarakanov, N. L. "Formation of terminal-distribution complexes in the system of collaboration with the integrated logistics platforms of sea-ports." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admiral S. O. Makarova* 2(21) (2013): 108–112.
10. Gruzooborot morskikh portov Rossii za ianvar-mart 2015 g. Web. 15 Aug. 2015 <<http://www.morport.com/rus/publications/document1661.shtml>>.
11. Shcherbakova-Sliusarenko, V. N. "Kontseptsiia sukhikh portov v mire i v Rossiiskoi Federatsii." *Sistemnyi analiz i logistika na transporte: Materialy 2-oi Mezhdunarodnoi nauch.-prakt. konf.* SPb.: Izd-vo GUMRF im. adm. S.O. Makarova, 2014:76–89.
12. Roso, Violeta. "Evaluation of the dry port concept from an environmental perspective: A note." *Transportation Research Part D: Transport and Environment* 12.7 (2007): 523–527. DOI:10.1016/j.trd.2007.07.001
13. Roso, V. "Emergence and significance of dry ports: the case of the Port of Göteborg." *World Review of Intermodal Transportation Research* 2.4(2009): 296–310.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Жиляев Дмитрий Евгеньевич —  
аспирант.  
Научный руководитель:  
Васильев Юрий Иванович —  
кандидат технических наук, профессор.  
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени  
адмирала С. О. Макарова»  
[Dmitzhil@mail.ru](mailto:Dmitzhil@mail.ru)

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Zhiliaev Dmitrii Evgnievich —  
Postgraduate.  
Supervisor:  
Vasiliev Yuri Ivanovich —  
PhD, associate professor.  
Admiral Makarov State University  
of Maritime and Inland Shipping  
[Dmitzhil@mail.ru](mailto:Dmitzhil@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 25 августа 2015 г.

УДК 656.027

Д. А. Головцов

## ЗАДАЧА МАРШРУТИЗАЦИИ СУДОВ С РАЗЛИЧНОЙ ГРУЗОПОДЪЕМНОСТЬЮ МОРСКОГО ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСА АРКТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ РОССИИ

В статье рассматривается одна из наиболее важных задач транспортной логистики — задача маршрутизации транспортных средств. В частности, предлагается метод решения одной из наиболее актуальных для практического применения подзадач проблемы маршрутизации, а именно, задачи маршрутизации судов разной грузоподъемности. Для нахождения решения задачи предлагается использовать

двухфазный алгоритм: на первом этапе выполняется группировка вершин для каждого будущего маршрута (кластеризация), на втором этапе — решение задачи коммивояжёра для каждой полученной группы. В первой фазе вычислений применяется так называемый алгоритм GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*). Математическая модель задачи маршрутизации судов разной грузоподъёмности разделяется на две подзадачи, первая из которых представляет собой обобщённую задачу о назначениях. Группировка вершин и решение обобщённой задачи о назначениях происходит в рамках реализации метаэвристики GRASP.

*Ключевые слова:* маршрутизация транспортных средств, маршрутизация судов разной грузоподъёмности, двухфазный алгоритм, задача коммивояжёра, GRASP.

---

### Условия постановки задачи

Одной из ключевых проблем, возникающих в области транспортной логистики, является построение эффективных, с точки зрения стоимости маршрутов объезда транспортным средством, пунктов получения груза. В понятие стоимости в данном случае включаются любые затраты, возникающие в процессе объезда потребителей транспортным средством, которые могут определяться через длину маршрута, время в пути и количество потребляемого топлива. Продолжающееся комплексное развитие российской Арктики предполагает функционирование многочисленных пунктов завоза. Потребность в оптимальном планировании снабженческих перевозок определяет растущая актуальность задачи маршрутизации (известна как задача маршрутизации транспортных средств (ЗМТС) [1], [2] и является обобщением задачи коммивояжёра [3].

Математическая модель данной задачи может быть описана в так называемой MTZ (*Miller — Tucker — Zemlin*) формулировке, авторы которой Миллер, Такер и Землин вначале предложили данную модель для ЗК в работе [4], а затем в работах [1], [5] эта модель была адаптирована для асимметричной ЗМТС.

Существуют разновидности ЗМТС, получаемые с помощью введения дополнительных ограничений. Например, задача маршрутизации транспорта с ограничением по времени предполагает, что груз потребителю должен быть доставлен в определенный промежуток времени, ЗМТС с разделённой доставкой допускает посещение вершин не одним, а несколькими транспортными средствами, ЗМТС с несколькими исходными пунктами (депо) предполагает, что каждый маршрут должен начинаться и заканчиваться в одном из них и т. д. В то же время, во всех указанных случаях основной объект задачи — транспортные средства — имеют фиксированную (одинаковую) грузоподъёмность, что для достаточно большого круга практических задач не соответствует действительности.

Кроме того, учитывая многообразие и разнотипность судов, использующихся в районах российской Арктики и Крайнего Севера для снабжения населённых пунктов различными товарами первой необходимости, а также для обеспечения опорных баз Северного морского пути и углеводородных месторождений на шельфе и побережье материалами для строительства и эксплуатации этих объектов, необходимо принимать во внимание различную грузоподъёмность судов.

### Алгоритмизация задачи для судов различной грузоподъёмности

Соответствующая задача может быть сформулирована как модель целочисленного линейного программирования. Однако ни один из известных методов не даёт надежных результатов при её решении задачи. Поиск решений ЗМТС ведётся в направлении разработки различных эвристических методов. Одним из самых ранних и известных алгоритмов для решения ЗМТС является алгоритм Кларка — Райта (*Clarkeand — Wright*) [6].

В последнее время усилия направлены в основном на разработку так называемых *метаэвристик*. Особенность метаэвристических алгоритмов состоит в том, что они не дают точного описания порядка действий для решения задачи и каждый конкретный случай должен быть дополнительно конкретизирован путём подбора значений управляющих параметров. Одним из луч-

ших по качеству найденного решения алгоритмов решения ЗМТС, основанных на поиске с запретами, считается алгоритм Османа [7]. Хорошо зарекомендовали себя по таким показателям, как точность, скорость выполнения и простота реализации, так называемые *двухфазные алгоритмы*. Эти алгоритмы, выполняющие сначала кластеризацию узлов, а затем решающие ЗК для каждого кластера, рассмотрены в работах [1], [8], [9], а алгоритмы, работающие в обратном порядке, — в работах [10], [11].

Основная сложность в реализации двухфазных алгоритмов связана с тем, что в их работе постоянно учитываются две величины: стоимость маршрута и суммарная потребность в грузе вершин-клиентов, включенных в маршрут. Стремление к наилучшему распределению загрузки судов может негативно сказываться на стоимости маршрута и наоборот. Другая сложность заключается в том, что потребность в грузе у грузополучателей может быть достаточно неравномерной и приводить к риску того, что добавление вершин на основе оценки стоимости решения в самый последний момент нарушит ограничение грузоподъемности. Для решения данных проблем наиболее адекватной представляется адаптация под поставленные задачи алгоритма, предложенного в работе [8].

Руководствуясь изложенным подходом, трёхиндексную модель ЗМТС с разной грузоподъемностью судов можно представить в следующем виде [12]:

$$F = \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V'; \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{0k} = K; \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V'} x_{ijk} = \sum_{j \in V'} x_{jik} = y_{ik}, \quad \forall i \in V', k = 1, \dots, K; \quad (4)$$

$$u_{ik} - u_{jk} + Q_k x_{ijk} \leq Q_k - q_j, \quad \forall i, j \in V', k = 1, \dots, K, \quad i \neq j; \quad (5)$$

$$q_i \leq u_{ik} \leq Q_k, \quad \forall i \in V', k = 1, \dots, K; \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, k = 1, \dots, K; \quad (7)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, k = 1, \dots, K, \quad (8)$$

где  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$  — множество всех вершин;  $v_0$  — вершина-депо, в которой построенные маршруты должны начинаться и заканчиваться;  $V' = V \setminus \{v_0\}$  — множество из  $n$  целевых вершин для посещения;  $c_{ij}$  — стоимость переезда между вершинами  $v_i$  и  $v_j$ ;  $K$  — количество судов;  $Q_k$  — грузоподъемность  $k$ -го судна;  $q_i$  — величина потребности узла ( $q_0 = 0$ );  $u_{ik}$  — переменная, представляющая собой загрузку транспортного средства после посещения узла  $i$ ,

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{если судно } k \ (k = 1, \dots, K) \text{ следует из пункта } i \text{ в пункт } j; \\ 0 & \text{— в противном случае;} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{если груз для пункта } i \text{ доставляется судном } k; \\ 0 & \text{— в противном случае;} \end{cases}$$

Ограничения (2) — (4) задают следующие условия: каждый порт доставки груза обслуживается только одним судном; используется ровно  $K$  судов; судно, заходящее в порт, должно его покинуть. Условие (5) задаёт ограничение по грузоподъемности различных судов, условие (6) — загрузку  $k$ -го судна после захода в порт  $i$ .

Заменив в трёхиндексной модели ЗМТС ограничения (5) и (6) на отдельные ограничения по грузоподъёмности и ограничения по запрещению подциклов [13], получим:

$$F = \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \rightarrow \min; \quad (9)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V'; \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{0k} = K; \quad (11)$$

$$\sum_{i \in V'} q_i y_{ik} \leq Q_k, \quad k = 1, \dots, K; \quad (12)$$

$$\sum_{j \in V'} x_{ijk} = \sum_{j \in V'} x_{jik} = y_{ik}, \quad \forall i \in V, k = 1, \dots, K; \quad (13)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V', \quad 2 \leq |S|, \quad k = 1, \dots, K; \quad (14)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, k = 1, \dots, K; \quad (15)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, k = 1, \dots, K, \quad (16)$$

где  $S$  — некоторое подмножество множества  $V'$ .

Разделим данную модель на две подзадачи. Первая подзадача:

$$Z = \sum_{k=1}^K f(y_k) \rightarrow \min; \quad (17)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V'; \quad (18)$$

$$\sum_{i \in V'} q_i y_{ik} \leq Q_k, \quad k = 1, \dots, K; \quad (19)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{0k} = K; \quad (20)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, k = 1, \dots, K, \quad (21)$$

где  $f(y_k)$  — целевая функция, минимизирующая суммарную стоимость обхода каждым судном соответствующих портов.

Целевая функция может быть определена решением второй подзадачи:

$$f(y_k) = \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \rightarrow \min; \quad (22)$$

$$\sum_{j \in V'} x_{ijk} = \sum_{j \in V'} x_{jik} = y_{ik}, \quad \forall i \in V, k = 1, \dots, K; \quad (23)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V', \quad 2 \leq |S|, \quad k = 1, \dots, K; \quad (24)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, k = 1, \dots, K. \quad (25)$$

Модель (17) – (21) представляет собой обобщённую задачу о назначениях (ОЗН), в которой, исходя из выбранного стоимостного критерия, за каждым судном закрепляются определённые порты. Затем для каждого судна и закреплённых за ним портов решается задача коммивояжёра.

Для решения ОЗН функцию  $f(y_k)$  можно найти, применив следующий алгоритм. На начальном этапе за каждым судном  $1, \dots, K$  закрепим соответствующий порт  $i_1, \dots, i_k$ . Определим параметр  $d_{ik}$  как стоимость включения порта  $i$  в маршрут судна  $k$  из депо в порт  $i_k$  и обратно:

$$d_{ik} = \min [c_{0i} + c_{ii_k} + c_{i_k 0}, c_{0i_k} + c_{i_k i} + c_{i0}] - [c_{0i_k} + c_{i_k 0}], \quad (26)$$

где  $c_{ij}$  — Евклидово расстояние между пунктами  $i$  и  $j$ .

Тогда функция  $f(y_k)$  может быть записана в виде

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in V \setminus V_0} d_{ik} y_{ik}, \quad (27)$$

где  $V_0$  — множество портов, закреплённых за судами на начальном этапе.

Таким образом, решение ЗМТС с различной грузоподъёмностью транспортных средств состоит из трёх этапов:

- 1-й этап — за каждым судном закрепляется начальный порт для доставки груза;
- 2-й этап — решается ОЗН по закреплению остальных портов за судами с учётом критерия  $d_{ik}$ ;
- 3-й этап — решается ЗК для каждого судна.

Критическим моментом, оказывающим влияние на конечный результат, является организация первого этапа вычислений. В работе [7] предлагается разделять область вокруг депо на конусы. Общее количество груза, потребляемого в каждом конусе, должно быть равно грузоподъёмности транспортного средства. Затем по определённым правилам на биссектрисе каждого конуса находится узел, который будет являться начальным.

Применимость данного способа решения задач, где транспортные средства имеют разную грузоподъёмность, представляется проблематичным. Более предпочтительным вариантом поиска решения на первом этапе является применение *многостартовой метаэвристики GRASP* [14], [15], выполняющейся в итерационном режиме и состоящей из двух фаз: фазы нахождения допустимого решения и фазы локального поиска. В фазе локального поиска исследуются окрестности допустимого решения с целью нахождения локального минимума. Лучшее из найденных допустимых решений и будет являться решением задачи.

В рассматриваемой задаче оценить множество всех возможных портов кандидатов для первого этапа решения целесообразно по одному из наиболее важных показателей — *фактической транспортной работе*:

$$P_i = d_{0i} q_i, \quad (28)$$

где  $d_{0i}$  — расстояние от депо до  $i$ -го порта;  $q_i$  — потребность в грузе  $i$ -го порта.

Наиболее предпочтительными для начального выбора являются порты с большей транспортной работой. Затем из полученного множества, на основании выражения

$$P \in [P_{\min} + \alpha(P_{\max} - P_{\min}), P_{\max}] \quad (29)$$

составляется список RLC (*Restricted Candidate List*), где  $\alpha$  — пороговый коэффициент, который принадлежит интервалу от нуля до единицы  $\alpha \in [0, 1]$ . В случае, если  $\alpha = 0$ , то это соответствует чистому жадному алгоритму, при  $\alpha = 1$  алгоритм будет работать случайным образом. Из множества RLC случайным образом выбираются  $K$  кандидатов (по количеству транспортных средств). Для данного начального набора портов решается ОЗН, и полученное значение целевой функции сравнивается с минимальным значением целевой функции, полученным ранее для другого начального набора портов. Меньшее значение сохраняется для сравнения с результатом, получаемым на следующей итерации, а также выполняется поиск локального минимума. После завершения определённого количества итераций найденное решение ОЗН, соответствующее минимальному значению целевой функции, используется для решения  $K$  задач коммивояжёра.

Программа вычислений была реализована в среде программирования MATLAB. Также, для увеличения скорости вычислений ограничение целочисленности, накладываемое на искомую переменную  $y_{ik}$ , заменено ограничением  $0 \leq y_{ik} \leq 1$ . В процессе вычислений, проведённых для 10, 16, 20 пунктов доставки груза и трех транспортных средств (данные о расстояниях, требуемом количестве груза в пунктах назначения, грузоподъёмности транспортных средств, вычисленные случайным образом), были получены следующие результаты: во всех случаях разработанным эвристическим способом были найдены оптимальные маршруты (оптимальные маршруты предварительно вычислялись методом полного перебора), максимальное количество итераций принималось равным 1000, лучшее значение коэффициента  $\alpha = 0,1$ .

### Выводы

1. Эвристический алгоритм для ЗМТС, как и любые другие эвристические алгоритмы, можно оценить по четырём критериям: точность вычислений, скорость вычислений, простота реализации алгоритма и универсальность алгоритма, т.е. применимость алгоритма для решения других разновидностей ЗМТС и необходимость предварительной настройки параметров для каждого нового набора данных (для метаэвристик) [16].

2. Поскольку целью данной работы являлось решение ЗМТС для различных типов судов, предложенный алгоритм почти без изменений адаптируется для ЗМТС с одинаковой грузоподъёмностью. Применимость его для решения других разновидностей ЗМТС представляется проблематичной. Настраиваемым параметром для метаэвристики GRASP является пороговый коэффициент, для которого на этапе вычислительного эксперимента при случайном наборе данных было определено наилучшее значение, не требующее изменения для других наборов данных. Таким образом, данный алгоритм применим без модификаций только для конкретных разновидностей ЗМТС.

3. В связи с тем, что предложенный алгоритм является синтезом двух алгоритмов: простого кластерного алгоритма и метаэвристики GRASP, относительно несложных в реализации, заключительный алгоритм также является достаточно простым в реализации. Дополнительную незначительную сложность создаёт обобщённая задача о назначениях, однако её математическая модель намного проще начальной модели ЗМТС за счёт уменьшения количества ограничений и переменных, а также замены бинарной переменной  $y_{ik}$  непрерывным ограничением.

4. Вычисления были реализованы в среде программирования MATLAB (R2010b) с использованием специальных функций для решения задач математического программирования. Однако данная задача может быть решена с помощью более распространённого программного продукта «Microsoft Excel» и его надстройки «Поиск решения», параметры которого будут задаваться с помощью функций в макросе, созданном на VBA (Visual Basic for Applications). Существуют также специальные платные оптимизационные пакеты, например, CPLEX, Solver Platform SDK, представляющие высокоуровневый API (Application Programming Interface) для таких языков программирования, как C++, C#, F#, Visual Basic, VB.NET и Java.

5. Используемый в данной работе двухфазный алгоритм Фишера — Джекумара [8] даёт среднее отклонение вычисленных значений от лучших известных результатов в 3,29 %, что достаточно много [16]. Предложенная методика позволяет найти оптимальное решение, однако с меньшим количеством узлов для обхода.

6. Сравнительный анализ скорости вычислений затруднителен ввиду разнородности аппаратной и программной частей компьютеров, а также различий их исходных данных. Таким образом, предложенная методика может быть использована на тактическом уровне планирования доставки грузов для выбора маршрутов судов на конечном этапе доставки.

7. Следует отметить, что основная доля временных затрат в процессе решения задачи приходится на решение ОЗН. Поэтому при достаточно большом количестве итераций необходимо предусмотреть механизм, позволяющий сократить время, затраченное на вычисление каждой из ОЗН. Таким механизмом, на наш взгляд, является замена нахождения оптимального решения для каждой ОЗН нахождение только нижней границы значения целевой функции исходной задачи [17]. Таким образом,

на каждой итерации сравниваются не оптимальные решения ОЗН, а нижние границы. После этого для начального набора узлов с минимальной нижней границей находится оптимальное решение ОЗН. В качестве нижней оценки ОЗН могут быть применены всевозможные линейные релаксации.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Christofides N.* The vehicle routing problem / N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth // *Combinatorial Optimization*. — 1979. — Pp. 315–338.
2. *Maffioli F.* The vehicle routing problem: A book review / F. Maffioli // *Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies*. — 2003. — Vol. 1. — № 2. — Pp. 149–153.
3. *Lawler E. L.* The traveling salesman problem: a guided tour of combinatorial optimization / E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. R. Kan, D. B. Shmoys. — New York: Wiley, 1985. — 476 p.
4. *Miller C. E.* Integer programming formulation of traveling salesman problems / C. E. Miller, A. W. Tucker, R. A. Zemlin // *Journal of the ACM (JACM)*. — 1960. — Vol. 7. — № 4. — Pp. 326–329.
5. *Desrochers M.* Improvements and extensions to the Miller-Tucker-Zemlin subtour elimination constraints / M. Desrochers, G. Laporte // *Operations Research Letters*. — 1991. — Vol. 10. — № 1. — Pp. 27–36.
6. *Clarke G.* Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points / G. Clarke, J.W. Wright // *Operations Research*. — 1964. — Vol. 12. — № 4. — Pp. 568–581.
7. *Osman I. H.* Metastrategy Simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem / I. H. Osman // *Annals of Operations Research*. — 1993. — Vol. 41. — № 4. — Pp. 421–451.
8. *Fisher M.* A generalized assignment heuristic for vehicle routing / M. Fisher, R. Jaikumar // *Networks*. — 1981. — Vol. 11. — № 2. — Pp. 109–124.
9. *Gillett B. E.* A heuristic algorithm for the vehicle-dispatch problem / B. E. Gillett, L. R. Miller // *Operations Research*. — 1974. — Vol. 22. — № 2. — Pp. 340–349.
10. *Beasley J. E.* Route-first-cluster-second methods for vehicle routing / J. E. Beasley // *Omega*. — 1983. — Vol. 11. — № 4. — Pp. 403–408.
11. *Haimovich M.* Bounds and Heuristics for Capacitated Routing Problems / M. Haimovich, A. H. G. Rinnooy Kan // *Mathematics of Operations Research*. — 1985. — Vol. 10. — № 4. — Pp. 527–542.
12. *Toth P.* The Vehicle Routing Problem / P. Toth, D. Vigo // *SIAM monographs on discrete mathematics*. — 2002. — Vol. 9. — Pp. 129–154.
13. *Dantzig G.* Solution of a large-scale traveling-salesman problem / G. Dantzig, R. Fulkerson, S. Johnson // *Journal of the operations research society of America*. — 1954. — Vol. 2. — № 4. — Pp. 393–410.
14. *Feo T. A.* A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem / T. A. Feo, M. G. C. Resende // *Operations Research Letters*. — 1989. — Vol. 8. — № 2. — Pp. 67–71.
15. *Feo T. A.* Greedy randomized adaptive search procedures / T. A. Feo, M. G. C. Resende // *Journal of Global Optimization*. — 1995. — Vol. 6. — № 2. — Pp. 109–133.
16. *Cordeau J. F.* A Guide to Vehicle Routing Heuristics / J. F. Cordeau, M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin, F. Semet // *Journal of the Operational Research Society*. — 2002. — Vol. 53. — № 5. — Pp. 512–522.
17. *Glaab H.* A new variant of a vehicle routing problem: lower and upper bounds / H. Glaab // *European Journal of Operational Research*. — 2002. — Vol. 139. — № 3. — Pp. 557–577.

### VESSELS ROUTING PROBLEM WITH HETEROGENEOUS FLEET IN MARINE TRANSPORTATION COMPLEX ARCTIC ZONE OF RUSSIA

*This article discusses one of the most important tasks of transport logistics-vehicle routing problem. In this paper, we propose a method for solving the actual practical application - vessels routing problem with heterogeneous fleet. To find the solution of the problem is proposed to use a two-phase algorithm. At the first stage group of vertices for each future route (clustering), the second phase - the solution of traveling salesman for each group received. In the first phase calculation algorithm is used GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure). A mathematical model of the vessels routing problem with heterogeneous fleet is divided into two subtasks, the first of which is a generalized assignment problem. The grouping of vertices and the solution of the generalized assignment problem occurs in the framework of the metaheuristics GRASP.*

*Keywords: vehicle routing problem, vessels routing problem with heterogeneous fleet, two-phase algorithm, GRASP.*

## REFERENCES

1. Christofides, N., A. Mingozzi, and P. Toth. "The vehicle routing problem." *Combinatorial Optimization* 1979: 315–338
2. Maffioli, Francesco. "The vehicle routing problem: A book review." *Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies* 1.2 (2003): 149–153.
3. Lawler, E. L., J. K. Lenstra, A. R. Kan, and D. B. Shmoys. *The traveling salesman problem: a guided tour of combinatorial optimization*. New York: Wiley, 1985.
4. Miller, Clair E., Albert W. Tucker, and Richard A. Zemlin. "Integer programming formulation of traveling salesman problems." *Journal of the ACM (JACM)* 7.4 (1960): 326–329.
5. Desrochers, Martin, and Gilbert Laporte. "Improvements and extensions to the Miller-Tucker-Zemlin subtour elimination constraints." *Operations Research Letters* 10.1 (1991): 27–36.
6. Clarke, G. U., and John W. Wright. "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points." *Operations research* 12.4 (1964): 568–581.
7. Osman, Ibrahim Hassan. "Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem." *Annals of operations research* 41.4 (1993): 421–451.
8. Fisher, Marshall L., and Ramchandran Jaikumar. "A generalized assignment heuristic for vehicle routing." *Networks* 11.2 (1981): 109–124.
9. Gillett, Billy E., and Leland R. Miller. "A heuristic algorithm for the vehicle-dispatch problem." *Operations research* 22.2 (1974): 340–349.
10. Beasley, John E. "Route first—cluster second methods for vehicle routing." *Omega* 11.4 (1983): 403–408.
11. Haimovich, M., and A. H. G. Rinnooy Kan. "Bounds and heuristics for capacitated routing problems." *Mathematics of operations Research* 10.4 (1985): 527–542.
12. Toth, Paolo, and Daniele Vigo. "The vehicle routing problem." *SIAM monographs on discrete mathematics* 9(2002): 129–154.
13. Dantzig, George, Ray Fulkerson, and Selmer Johnson. "Solution of a large-scale traveling-salesman problem." *Journal of the operations research society of America* 2.4 (1954): 393–410.
14. Feo, Thomas A., and Mauricio G. C. Resende. "A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem." *Operations research letters* 8.2 (1989): 67–71.
15. Feo, Thomas A., and Mauricio G. C. Resende. "Greedy randomized adaptive search procedures." *Journal of global optimization* 6.2 (1995): 109–133.
16. Cordeau, Jean-François, M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin, and F. Semet. "A guide to vehicle routing heuristics." *Journal of the Operational Research society* 53.5 (2002): 512–522.
17. Glaab, Holger. "A new variant of a vehicle routing problem: Lower and upper bounds." *European Journal of Operational Research* 139.3 (2002): 557–577.

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Головцов Дмитрий Львович —  
начальник лаборатории.  
ФГАОУ ВО «ГУАП»  
16kaf@guap.ru  
Научный руководитель:  
Изотов Олег Альбертович —  
кандидат технических наук, доцент.  
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени  
адмирала С. О. Макарова»

### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Golovcov Dmitrij Lvovich —  
chief of laboratory.  
SUAI  
16kaf@guap.ru  
Supervisor:  
Izotov Oleg Albertovich —  
PhD, associate professor.  
Admiral Makarov State University  
of Maritime and Inland Shipping